基於氣壓區之動能及力能而得之天氣預報定則

黃 廈 千

(一)引 論

天氣預報，基於數學原則，在先已有列却遜氏之專著，(1)自極面學說發達以來，挪威蓋爲今日氣象學之中心地。柏脫遜氏，(Sverre Petterssen) 挪威氣象學者中之長於天氣預報者也，（現在美國加州理工大學 California Institute of Technology 講學）於一九三三年發表氣壓區之動能及力能在天氣預報方面之運用，(2)美人克列克博士(Dr. Irving P. Krick) 又推演之以爲天氣預報定則，(3)(尙未正式刊行)蓋一極便實用之方式也。

氣象要素中惟氣壓爲最有代表性，故採以爲論述之對象，其原則則流體力學公式之運用也。設我人命F爲定函數，(Scalar Function) 其變化爲

$$F=F(x,y,z,t). \qquad \text{(公式一)}$$

式中x、y，z爲縱橫垂直三軸，t 爲時間，若F稍變，則全式卽變爲

$$F+dF=F(x+dx,y+dy,z+dz,t+dt). \qquad \text{(公式二)}$$

將第二式之右邊依泰勒氏級數方式（Taylor's Series）擴展而略去其高級之數(Higher Order terms)，則得

$$F+dF=F+\frac{\partial F}{\partial x}dx+\frac{\partial F}{\partial y}dy+\frac{\partial F}{\partial z}dz+\frac{\partial F}{\partial t}dt. \qquad \text{(公式三)}$$

其對於時之微分，可縮簡之爲

$$\frac{dF}{dt}=\frac{\partial F}{\partial t}+\frac{dx}{dt}\frac{\partial F}{\partial x}+\frac{dy}{dt}\frac{\partial F}{\partial y}+\frac{dz}{dt}\frac{\partial F}{\partial z}. \qquad \text{(公式四)}$$

命 $\frac{dx}{dt}$ 爲 u 速度之 x 方向成分，$\frac{dy}{dt}$ 爲 v 速度之 y 方向成分，

$\frac{dz}{dt}$ 爲 w 速度之 z 方向成分，則上式可列爲

$$\frac{dF}{dt}=\frac{\partial F}{\partial t}+u\frac{\partial F}{\partial x}+v\frac{\partial F}{\partial y}+w\frac{\partial F}{\partial z}. \qquad \text{(公式五)}$$

此式表明任何定函數F對於一移動軸系(System of Coordinates)之變率，等於F對於一不動軸系之變率加移動軸系對F最大增率方向之速度乘此增率是也。F本爲任何有定函數，玆以氣壓(P)爲討論之對象，代入第五公式，故得

$$\frac{dp}{dt}=\frac{\partial p}{\partial t}+u\frac{\partial p}{\partial x}+v\frac{\partial p}{\partial y}+w\frac{\partial p}{\partial z}. \qquad \text{(公式六)}$$

以後所論列之各原則，卽基於此。

(二)等壓線，等變壓線進行之速度

風之大小，由等壓線分布之疏密可以推知，故任天氣預報者，宜知各等壓線推移之速度，以定將來等壓線分布之疏密，而推測風之大小。等壓之定義爲氣壓相等，故在同一等壓線上，氣壓爲常數，或以算式表之，P=Constant. 爲欲應用上列基本公式(公式六)起見，我人可設想有二軸系，其一固定於地面，其一以與等壓線相等之速度移動，於此情況之下，$\frac{dp}{dt}$可視爲移動軸系之氣壓變率，因其固定於移動之等壓線上，故其變化爲零，易言之卽不變也，其另一變數$\frac{\partial p}{\partial t}$，可視爲固定於地面軸系之氣壓變率，其實卽地面各測候所所報之各地氣壓變化也，我人若取x軸垂直等壓線，則移動軸系之總速度，將沿x軸進行，而$\frac{\partial p}{\partial x}$將爲氣壓之上升變率，代入基本公式，卽得

$$\frac{dp}{dt}=O=\frac{\partial p}{\partial t}+q\frac{\partial p}{\partial x}. \qquad \text{(公式七)}$$

上式中q爲移動軸系移動之速度，而我人之所欲知以進求等壓線

移行之速度者也。將此式稍變，卽得

$$q=-\frac{\frac{\partial p}{\partial t}}{\frac{\partial p}{\partial x}}. \qquad \text{(公式八)}$$

$\frac{\partial p}{\partial t}$ 者何，各測候所之當地氣壓變化，或略稱爲氣壓變化是也。$\frac{\partial p}{\partial x}$ 者何，氣壓沿 x 軸之變化也。若命兩相鄰等壓線之單位距離爲 h，則 $\frac{\partial p}{\partial x}=\frac{1}{h}$，而公式八變爲 $q=-\frac{\partial p}{\partial t}h.$ （公式九）

故得定則如下：

定則一　等壓線之垂直方向進行速度，等於地方氣壓變化乘兩相鄰等壓線間距離之負數。

定則二　地方氣壓變化爲負（卽下降）時，速度爲正；相反時爲負。

等變壓線 Isallobar 之定義爲在同一單位時間內氣壓變化値相同之線，故在同一等變壓線上，氣壓之變化相等，以算式表之。

$$\frac{\partial p}{\partial t}=\text{Constant}. \qquad \text{(公式十)}$$

以 $\frac{\partial p}{\partial t}$ 代 P 插入第六式，同樣得等變壓線推移之速度爲：

$$q_i=-\frac{\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}}{\frac{\partial^2 p}{\partial x\,\partial t}}. \qquad \text{(公式十一)}$$

上式中 $\frac{\partial^2 p}{\partial x\,\partial t}$ 爲等變壓線沿x軸之上升率，若命相鄰二等變壓線間之單位距離 H，則此數等於 $\frac{1}{H}$，而第十一公式變爲：

$$q_i=-\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}H. \qquad \text{(公式十二)}$$

由此式得定則如下：

定則三 等變壓線推移之速度，等於地方氣壓趨勢之變率，乘兩相鄰等變壓線間單位距離之負數。

定則四 因$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$為氣壓自記線之弧度，故當此弧度以反旋風轉向變化時，速度為正，相反時為負。

(三)氣壓中心區域之移動

高氣壓及低氣壓中心所在，為舊式氣象學預報天氣之惟一要訣。新氣象學非不注意氣壓中心所在，特不以此為已足耳。故預報天氣，宜先知今後若干時間內氣壓中心區域之推移。

欲知氣壓中心之推移，可直貫等壓線之低槽，(Trough) 定縱橫二軸，而求其沿橫軸 x，縱軸 y 進行之速度，則求此速度，實無異於求等壓線之速度，惟一則為等壓線之低槽或等壓線之最大灣曲處，一則為等壓線之高脊或等壓線之最小灣曲處耳。故欲得其速度之公式，在x 軸者為

$$q_x = -\frac{\dfrac{\partial^2 p}{\partial x \partial t}}{\dfrac{\partial^2 p}{\partial x^2}}, \qquad \text{(公式十三)}$$

在 y 軸者為

$$q_y = -\frac{\dfrac{\partial^2 p}{\partial y \partial t}}{\dfrac{\partial^2 p}{\partial y^2}}. \qquad \text{(公式十四)}$$

x 與 y 二軸上之個別速度定，則其合成速度為上列二速度之 tan. 命此 tan 角為θ，則

$$\mathrm{Tan}\,\theta = \frac{q_y}{q_x} = \frac{\dfrac{\partial^2 p}{\partial y \partial t} \quad \dfrac{\partial^2 p}{\partial x^2}}{\dfrac{\partial^2 p}{\partial x \partial t} \quad \dfrac{\partial^2 p}{\partial y^2}}. \qquad \text{(公式十五)}$$

若氣壓中心區域為正圓形，則

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 p}{\partial y^2}, \qquad \text{(公式十六)}$$

而 $$\operatorname{Tan}\theta=\frac{\dfrac{\partial^2 p}{\partial y\partial t}}{\dfrac{\partial^2 p}{\partial x\partial t}}.$$ （公式十七）

由此得定則如下：

定則五 正圓或近於正圓之氣壓中心區域，沿等變壓線之上升方向進行。

因在旋風區域內 $\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}$ 及 $\frac{\partial^2 p}{\partial y^2}$ 爲正數，而在反旋風區內爲負數，又得定則如下：

定則六 旋風區之中心，向等變壓線之低降線或坡度(Gradient)進行，反旋風之中心，向等變壓線之上升線進行。

更進言之，倘此速度仍沿等變壓線之上升線進行，我人又可得一定則：

定則七 旋風及反旋風之中心，係與通過氣壓中心區之等變壓線成垂直方向進行。

此定則極便實用，因可不待全部等變壓線之構成，而即能推知氣壓中心區之運行也。從上列各公式（十三至十七）中，尙可得定則如下：

定則八 氣壓中心區域推移之速度，與等變壓線之坡度(Gradient)爲正比，而與等壓外形(Pressure Profile)之峻度(Steepness)爲反比。

此亦極爲重要之定則，因預報者可據此定則，一覽氣壓之趨勢，而即可略知氣壓中心區域之推移也。惟宜注意者，此處所論趨勢，非趨勢之大小，而乃趨勢坡度之大小，不可誤會。

定則九 等壓線外形峻，則其中心之運行緩。

定則十 平坦之氣壓中心區與較大之等變壓線坡度爲伍時，則此中心區之運行速。

定則十一 各方之氣壓趨勢均一，則氣壓中心將不移動。

倘氣壓中心區域非爲正圓形，則$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}$與$\frac{\partial^2 p}{\partial y^2}$兩數之孰有勢力，即以定氣壓中心區之運行方向與速度，而得定則如下：

定則十二 氣壓中心區推移之速度，傾落於等變壓線坡度及長軸之間，中心愈爲橢圓，則愈近長軸。

定則十三 充分扁長之氣壓中心區域，常沿對稱之長軸進行。

氣壓中心區之運移，固非僅恃一時之速度，所可定奪也。宜更知變速，(Accelertion) 卽退至最小限度，亦宜知變速之趨勢爲正抑爲負。按變速之公式，在x軸者爲：

$$A_x = -\frac{\frac{\partial^3 p}{\partial x \partial t^2} + 2q_x \times \frac{\partial^3 p}{\partial x^2 \partial t}}{\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}}. \qquad \text{(公式十八)}$$

其在y軸上之公式同，惟遇有x處易爲y耳，(變速公式之演得，詳於柏脫遜氏原文，讀者可參閱，茲從略。)式中 $\frac{\partial^3 p}{\partial x^2 \partial t}$ 爲氣壓趨勢外形(Tendency Profile)沿x軸之弧度，於此得定則如下：

定則十四 旋風中心之運行，當氣壓趨勢外形以反旋風轉向灣曲時，加速；旋風轉向灣曲時，減速。

定則十五 反旋風中心之運行，當氣壓趨勢外形以旋風轉向灣曲時，加速；反旋風轉向灣曲時，減速。

此二定則在x 軸及 y 軸上均適用，故可由此估計速率及方向之變遷，而未來若干時間內氣壓中心所在，亦可估計而得矣。

註(1) Lewis F. Richardson: Weather Prediction by numerical Process, Cambridge at the University Press, 1922.

註(2) Sverre Petterssen: Kinematical and Dynamical Properties of the Field of Pressure With application to Weather Forecasting, Geofysiske Publikasjosner Vol. 10, No. 2, Oslo, 1933.

註(3) Irving P. Krick: Forecasting rules based on the kinematical and dynamical properties of the field of pressure.

(下期續風暴內部之變遷及風暴之產生與消滅)