

北半球大气中角動量的年变化 和它的輸送機構*

葉篤正 楊大昇

(中國科学院地球物理研究所) (北京大学)

提 要

把 $30^{\circ}N$ 以北大气角動量平衡方程由七月積分到一月, 則其中各項都可計算: 此緯度以北大气相对西風角動量的改变可用 Mintz 平均西風冬夏分佈圖算出; 地轉角動量的改变可用冬夏地面平均气压圖算出; 通过 $30^{\circ}N$ 緯度的角動量的渦動輸送已为 Starr 和 White 算出, 因此利用積分結果可求得 $30^{\circ}N$ 以北地面应力和山脈东西兩側气压差所引起的角動量消耗, 結果与別的作者用別的方法所得数值極為符合。

作者更指出:

1. 从夏到冬大型天气系統的角動量輸送勝过地面摩擦的消耗, 从夏到冬西風环流增强的主要部分(約 85%)即由於二者之差, 西風环流增强的其餘一小部分則由於大气的質量平流, 而引起地轉角動量的傳送。

2. 角動量的輸送、角動量的消耗以及西風环流强度都有年变化。但这种年变化並非正餘弦型, 即从夏到冬的变化並非是从冬到夏变化的反面, 此种非对称性可由加熱过程和減熱过程的不可逆性解釋。在北半球从冬到夏对大气來說是加熱的, 而从夏到冬大气失去熱量, 因为加熱过程和減熱过程都不是可逆的, 故从夏到冬的变化也不与从冬到夏的变化对称。

3. 东風帶向西風帶的角動量輸送, 主要發生於西風环流破坏的時候; 主要發生於“引伸槽”和“引伸脊”的經度帶; 同時也主要發生於大气的高層。

一. 引 言

地球和大气可以看成一個孤立的系統, 外界对它沒有力的作用, 因而它們的角動量之和是一個不隨時間变化的常數。由於地球与空气之間存在着摩擦力, 故大气和地球則不能看成兩個孤立的系統。又由於大气中存在着系統的东西風帶, 於是地球

* 1955年9月13日收到。中國科学院地球物理研究所論著第269号。

和大气之間就有了系統的角動量的交換。東風帶的大气自地球得到的角動量，被送到西風帶裏去，再由西風帶的大气將所得到的角動量轉还地球。这个結論在 1926 年即被 Jeffreys^[1] 指出，由此，他更進一步地指出气旋、反气旋等是大气环流中的必要成員，而不能看成可有可無的擾動。

近年來 J. Bjerknes^[2]，Starr^[3] 等人又重新提出角動量輸送原理對於研究大气环流的重要性。接着對於在大气中角動量的輸送進行了大規模的計算^[4-5]，証明了角動量系統的南北輸送是存在的*。

上述工作大都是針對着角動量輸送的機構問題進行討論，本文則着重討論某个緯圈以北角動量季節变化的平衡，並由此更進一步地討論角動量輸送的機構問題。

二. 北緯 30° 以北大气角動量的季節平均变化

某个緯圈(φ_1)平面以北的角動量的平衡方程可以寫成下式：

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int \rho u R \cos \varphi d\tau + \frac{\partial}{\partial t} \int \Omega R^2 \cos^2 \varphi \cdot \rho d\tau = R \cos \varphi_1 \int \rho uv d\sigma \\ + \Omega R^2 \cos^2 \varphi_1 \int \rho v d\sigma + \int \frac{\partial p}{\partial x} \gamma d\tau + \int \tau_x \gamma ds \end{aligned} \quad (1)$$

(1)式中 u 和 v 各为西風和南風分速， R 为地球半徑， γ 为距地軸距离， Ω 为地球自轉角速， φ 为緯度， ρ 为空气密度， p 为气压， τ_x 为地球表面對於大气的应力（自西向东）， $d\tau$ 为体積元量， $d\sigma$ 为緯圈平面上的面積元量， ds 为地表面上的面積元量。式中左边第一、二兩項各为某緯圈以北大气中相对角動量及地轉角動量的变化率，右边第一、二兩項各为穿过緯圈平面自南向北的相对角動量及地轉角動量的輸送率，第三項表示由於山脈的东西兩面气压差而引起的角動量变化率，第末項为由於地面应力而產生的角動量变化率。

(1)式中左右兩边的第二項可以分別寫成：

$$\Omega R^2 \frac{\partial}{\partial t} \int \cos^2 \varphi dm \quad \text{和} \quad \Omega R^2 \cos^2 \varphi_1 \frac{\partial}{\partial t} \int dm$$

其中 dm 为所討論的緯圈平面以北的質量元量，前者 $\left(\Omega R^2 \frac{\partial}{\partial t} \int \cos^2 \varphi dm\right)$ 的意义是由於質量变化而產生的地轉角動量变化率，後者的意义是由於質量的輸送而引起的角動量变化率。我們知道，在北半球自夏至冬質量是增加的，所以自夏至冬後一項是正

* 在本文完成後作者讀到苏联学者 Парийский 的工作^[9]，在此工作中作者也討論了角動量輸送問題，是应当向讀者們介紹的。

的。根據計算(見下)前一項也是正的。因為 $\cos^2 \varphi$ 的關係,很容易看出後者大於前者,所以自夏至冬由於南北質量輸送而帶到北方的地轉角動量除一部分可以用於增加北方的大气的地轉角動量外,還餘下一部分可以供地面摩擦消耗或增加西風風速之用。然而自冬至夏則情況反了過來,自北方向南方輸送的地轉角動量大於北方大气地轉角動量的減少,所以這部分的不足必須由其他來源補充之,這種可能的來源就是北方的西風相對角動量。因此自夏至冬北半球的西風風速要增加,自冬至夏則要減小。在南半球則反轉過來,自夏至冬(北半球的冬夏)西風減少,自冬至夏西風增加。將南北兩半球的大气看成一個整體,則自夏至冬南半球大气的地轉角動量輸送到北半球去,其中的一部分可以用於增加北半球大气的地轉角動量,另一部分可以用於增加西風風速或供摩擦消耗之用,自冬至夏,則這種輸送方向正好反了過來。

現在讓我們看看上面所討論的各項冬夏變化數量級,並進而研究西風帶強度的季節變化原因。將(1)式用於 30°N ($\varphi_1 = 30^\circ$) 以北的大气,然後求該式對時間的積分,得:

$$\begin{aligned}
 & R \left[\int_{\text{一月}} \rho u \cos \varphi d\tau - \int_{\text{七月}} \rho u \cos \varphi d\tau \right] + \Omega R^2 \left[\int_{\text{一月}} \cos^2 \varphi dm - \int_{\text{七月}} \cos^2 \varphi dm \right] \\
 & = \Omega R^2 \cos^2 30^\circ \int_{\text{七月}}^{-\text{一月}} dt \int \rho v d\sigma + R \cos 30^\circ \int_{\text{七月}}^{-\text{一月}} dt \int \rho uv d\sigma \\
 & + \left[\int_{\text{七月}}^{-\text{一月}} dt \int \frac{\partial p}{\partial x} \gamma dx + \int_{\text{七月}}^{-\text{一月}} dt \int \tau_x \gamma ds \right] \quad (2)
 \end{aligned}$$

上式左邊第一、二兩項可由 Mintz^[10] 所給西風風速分佈算出,左邊第三、四兩項可由一月和七月的地面平均气压圖*^[11] 算出。右邊第一項的 $\int_{\text{七月}}^{-\text{一月}} dt \int \rho v d\sigma$ 代表自七月到一月通過 30°N 自南向北的質量輸送,可以寫成 $\left[\int_{\text{一月}} dm - \int_{\text{七月}} dm \right]$, 因此這項也可以由一月和七月份地面平均气压圖算出。對於右邊第二項沒有長時期的平均,同時更沒有自七月到一月角動量輸送的計算(經過 30°N), 這裏我們暫時應用 Starr 和 White^[12] 的計算,根據他們的結果 $R \cos 30^\circ \int \rho uv d\sigma = 30.9 \times 10^{25}$ c.g.s./秒。上述各項的計算結果如下:

* 必須指出在這類的計算中我們應該用場面气压,而不應該用訂正到海面上的气压。用訂正到海面的气压計算大气質量的變化是有錯誤的,因此在這方面本文所給的數據祇能看成數量級。

$$R \left[\int_{\text{一月}} \rho u \cos \varphi d\tau - \int_{\text{七月}} \rho u \cos \varphi d\tau \right]_{30^{\circ}\text{N以北}} = 3.03 \times 10^{32} \text{ c.g.s. 單位} \quad (3)$$

$$\Omega R^2 \left[\int_{\text{一月}} \cos^2 \varphi dm - \int_{\text{七月}} \cos^2 \varphi dm \right]_{30^{\circ}\text{N以北}} = 0.77 \times 10^{32} \text{ c.g.s. 單位} \quad (4)$$

$$\Omega R^2 \cos^2 30^{\circ} \int_{\text{七月}}^{\text{一月}} dt \int \rho v d\sigma = 1.27 \times 10^{32} \text{ c.g.s. 單位} \quad (5)$$

$$R \cos 30^{\circ} \int_{\text{七月}}^{\text{一月}} dt \int \rho w d\sigma = 47.80 \times 10^{32} \text{ c.g.s. 單位} \quad (6)$$

將上面的數據代入(2)式,我們可以計算出該式右边方括号內的兩項之和为:

$$\left[\int_{\text{七月}}^{\text{一月}} dt \int \frac{\partial p}{\partial x} \gamma d\tau + \int_{\text{七月}}^{\text{一月}} dt \int \tau_x \gamma ds \right] = -45.27 \times 10^{32} \text{ c.g.s. 單位} \quad (7)$$

這項代表 30°N 以北山脈和地面摩擦自七月到一月六個月內所消耗的角動量之總和。Widger^[4]曾經計算1946年1月北半球各緯度帶的山脈和地面摩擦所消耗的角動量,他的結果給出該月在 30°N 以北山脈和地面摩擦所消耗的角動量为 -750×10^{29} c.g.s. 單位,將此數值乘以6則得 -45.01×10^{32} c.g.s. 單位。这个數字和我們上面所得的結果是完全吻合的。不錯,这种吻合是可能帶有偶然性的,因为我們的結果是根据比較長年的平均記錄得到的,而Widger的結果則是由1946年1月的平均得到的,同時我們的數字代表下半年(七月到一月)的平均狀況,而Widger的數字則僅为某年一月的情況。虽然如此,这种吻合也足够說明我們的結果在數據上是可靠的。

由上面的數據可以看出在(2)式裏主要的是右边最後三項相互平衡,最後二項(括号內)代表角動量的消耗,其餘一項为角動量的供給。此二者在數值上相差很小,然而也就是这很小的差數起着很大的作用,这由下面的討論可以看出。

比較(4)和(5)式得 $\frac{(4)}{(5)} \cong \frac{60}{100}$,所以自夏至冬, 30°N 以北大气所增加的地轉角動量,約相当於它在同時期內所得到的地轉角動量的60%,其餘的部分則用於增加它們的相对角動量了(也就是西風風速)。这部分地轉角動量只相当於同時期內所增加的相对角動量的一小部分,这可以由(3),(4)和(5)式看出,因为 $\frac{(5)-(4)}{(3)} \cong 16/100$ 。所以剩餘的地轉角動量,只不过为西風風速年变的16%左右,而西風風速年变的主要部分(84%)必須由其他方面尋找。由(2)式裏所能找到的直接原因只是右边最後三項了,而後兩項(方括号內)代表消耗,不可能成为自夏至冬西風風速增加的原因。

因此可以主要地解釋西風風速年变的祇是相对角動量輸送項，自夏至冬相对角動量自南向北的輸送率大於消耗率，二者微小的剩餘用於西風風速的增加。也就是这个微小的剩餘，可以成为西風环流年变化的主要部分，它可以解釋西風环流年变化的85%左右*。

根据 Starr 等人的計算結果， $\int \rho w v d\sigma$ 的主要成員为大气中的大型擾動(包括气旋、反气旋、低压槽和高压脊等)，因此按(2)式我們可以主要地用大型擾動來解釋西風环流年变化。在這裏平均經圈环流的作用是看不大見的。不过這裏我們還必須指出在平均状态或者總的情況下看不見的东西不一定是存在的。正如 Palmén 和 Alaka^[13] 的討論，平均經圈环流是存在的，而且在動力方面也是很重要的，虽然它在總的角動量輸送方面顯示不出它的作用。

上面所討論的是自夏至冬的变化情況，自冬至夏的变化狀況則有所不同。仍將(1)式用於 30°N 以北的大气，求該式对時間的積分(自一月到七月)，將(3)，(4)，(5)式乘以負号復帶入積分後的方程，同時還假定自一月到七月 $\int \rho w v d\sigma$ 數值仍和先前一样，則可以計算出。

$$\left[\int_{-1月}^{7月} dt \int \frac{\partial p}{\partial x} \gamma d\tau + \int_{-1月}^{7月} dt \int_{30^\circ N 以北} \tau_s \gamma ds \right] = -50.33 \times 10^{32} \text{ c.g.s. 單位} \quad (8)$$

这个數字和(7)式不同，也就是自一月到七月山脈和地面摩擦消耗比自七月到一月要大約10%。

當然我們也可以假定在這兩段期間內山脈和地面摩擦作用是相同的。这样則可以得出。

$$R \cos 30^\circ \int_{-1月}^{7月} dt \int \rho w v d\sigma = 42.74 \times 10^{32} \text{ c.g.s. 單位} \quad (9)$$

这个數字要比自夏至冬的同一項要小約10%以上。

不管上面的那个假設更接近事实，这个結論顯示出一个有意义的現象來，就是环流自夏至冬和自冬至夏的变化不是对称的。这种不对称性表现在天气上更是清楚，人人都清楚春季和秋季的天气是完全不相同的。这个現象是容易解釋的。在我們这

* 必須指出 30°N 以北大气地轉角動量的增加，並非一定完全來自地轉角動量的輸送〔即(5)〕，甚至可能全部來自相对角動量的輸送〔即(6)〕。那麼自夏至冬輸送到 30°N 以北的地轉角動量將全部用於增加相对角動量，即使如此这部分的地轉角動量(5)也不过祇为相对角動量的年变化(3)的 1/3。因此西風环流年变的主要部分仍需來自相对角動量的輸送。

个半球上自冬至夏大气是在加热的过程中, 自夏至冬是在减热的过程中, 而大气中的变化过程都是不可逆的, 因此自冬至夏和自夏至冬气象上变化过程不可能是对称的。

三. 北緯 0~30° 大气角動量的年变化

對於 0~30°N 大气的角動量平衡有下列方程:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_{0 \sim 30^{\circ}N} \rho u R \cos \varphi d\tau + \frac{\partial}{\partial t} \int_{0 \sim 30^{\circ}N} \Omega R^2 \cos^2 \varphi \rho d\tau = R \int_{0^{\circ}} \rho uv d\sigma - R \cos 30^{\circ} \int_{30^{\circ}N} \rho uv d\sigma + \\ + \Omega R^2 \int_{0^{\circ}} \rho vd\sigma - \Omega R^2 \cos^2 30^{\circ} \int_{30^{\circ}N} \rho vd\sigma + \int_{0 \sim 30^{\circ}N} \frac{\partial p}{\partial x} \gamma d\tau + \int_{0 \sim 30^{\circ}N} \tau_{\theta} \gamma ds \end{aligned} \quad (10)$$

求(10)式对時間的積分(七月到一月)

$$\begin{aligned} \int_{0 \sim 30^{\circ}N, -月} \rho u R \cos \varphi d\tau - \int_{0 \sim 30^{\circ}N, 七月} \rho u R \cos \varphi d\tau + \int_{0 \sim 30^{\circ}N, -月} \Omega R^2 \cos^2 \varphi \cdot \rho d\tau - \int_{0 \sim 30^{\circ}N, 七月} \Omega R^2 \cos^2 \varphi \cdot \rho d\tau \\ = \Omega R^2 \int_{七月 0^{\circ}}^{-月} \rho vd\sigma - \Omega R^2 \cos^2 30^{\circ} \int_{七月 30^{\circ}N}^{-月} \rho vd\sigma + \left[R \int_{七月}^{-月} \rho uv d\sigma - \right. \\ \left. - R \cos 30^{\circ} \int_{七月 30^{\circ}N}^{-月} \rho uv d\sigma \right] + \left[\int_{七月 0 \sim 30^{\circ}N}^{-月} dt \int \frac{\partial p}{\partial x} \gamma d\tau + \int_{七月 0 \sim 30^{\circ}N}^{-月} dt \int \tau_{\theta} \gamma ds \right] \end{aligned} \quad (11)$$

對於上式裏右边的最後兩項(括号内)和第一項我們沒有數值的根据, 因此, 我們不能对(11)式作全面的討論。不过(11)式的其餘各項是可以計算出來的。从这些數字裏我們也可以看出一些現象來。

根据和第二節所用的相同的資料, 我們計算出(11)式左边各項和右边的一、二兩項, 數值如下:

$$\int_{0 \sim 30^{\circ}N, -月} \rho u R \cos \varphi d\tau - \int_{0 \sim 30^{\circ}N, 七月} \rho u R \cos \varphi d\tau = 7.02 \times 10^{32} \text{ c.g.s. 單位}, \quad (12)$$

$$\Omega R^2 \int_{0 \sim 30^{\circ}N, -月} \cos^2 \varphi \rho d\tau - \Omega R^2 \int_{0 \sim 30^{\circ}N, 七月} \cos^2 \varphi \rho d\tau = 1.26 \times 10^{32} \text{ c.g.s. 單位}, \quad (13)$$

$$\Omega R^2 \int_{七月 0^{\circ}}^{-月} \rho vd\sigma - \Omega R^2 \cos^2 30^{\circ} \int_{七月 30^{\circ}N}^{-月} \rho vd\sigma = 1.83 \times 10^{32} \text{ c.g.s. 單位}. \quad (14)$$

首先比較(12)和(3)式, 我們發現低緯度(0~30°N)的相对角動量的年变化为

高緯度 (30—90°N) 的年变的兩倍以上(這兩帶的面積是相等的), 虽然我們知道西風环流强度的年变化在中高緯度要比低緯度大得多(在低緯度 γ 大)。这种年变化的若干成分是來自地轉角動量的轉化, 由(12), (13)和(14)式得 $\frac{(14)-(13)}{(12)} \cong 8\%$, 也就是在低緯度帶裏, 8%的相对角動量年变化可以由地轉角動量的輸送解釋之。而在第二節裏我們看到在中高緯度帶裏 16% 的相对角動量年变化可以由地轉角動的轉換解釋之。在上節的討論中我們还可以理解到自夏至冬与自冬至夏相对角動量輸送(或者山脈与地面摩擦的消耗)变化过程的对称性決定於 $\frac{(5)-(4)}{(3)}$ 的大小, 既然在中高緯度这个数值約二倍於在低緯度的这个数值, 我們可以推論在低緯度帶裏, 自夏至冬与自冬至夏相对角動量輸送(或者山脈与地面摩擦的消耗)变化过程的对称性要比在中高緯度大些。這點和我們的天气經驗也是相符的。在低緯度, 自夏至冬和自冬至夏的天气变化过程更对称些(也就是春秋兩季的天气更相似些)。這點也是可以解釋的, 在上節裏我們用加熱与減熱的不可逆性解釋这种变化过程的不对称性, 很顯然低緯度冬夏受熱的变化小於中高緯度, 因此在低緯度自夏至冬与自冬至夏的变化过程是比較更对称些。

四. 通过东西風交界面角動量的輸送

上面我們看到在西風帶裏角動量的消耗主要由 $R \cos \varphi \int \rho u v d\sigma$ 來補償, 西風环流强度的年变化主要由消耗和補償這兩者的差餘來決定。而消耗的大小又主要地決定於西風速度, 因此消耗本身不能用於解釋西風环流强度年变化, 因而西風环流强度年变化的最直接的原因(但不一定是最基本的原因)也就是 $R \cos \varphi \int \rho u v d\sigma$ 的年变化。根据 Starr 等人的計算, 這項的主要成員是大型擾動(包括高低压, 高压脊与低压槽等), 而不是平均經圈环流。大型擾動是天天都存在的, 处处都有的, 那麼角動量在什麼時期, 什麼地點自东風帶大量地傳到西風帶呢? 在討論這個問題之先, 我們先作下面的討論。

讓我們先假定圍繞着地球有一个連續东西風交界面, 而且这个交界面的地理位置不隨着時間变化或者变化得非常緩慢。我們將(1)式用於这个东西風交界面以北的大气, 同時更假定常定状态, 我們有

$$\Omega R^2 \int \cos^2 \varphi \rho C_n d\sigma + \int \frac{\partial p}{\partial x} \gamma d\tau + \int \tau_x \gamma ds = 0 \quad (15)$$

此处的 $d\sigma$ 指东西風交界面上的面積元量, C_n 为垂直於該面分風速, φ 为界面的緯

度(是个变数)。在(15)式中 $\int R \cos \varphi \rho v u d\sigma$ 不復出現, 因为在这个界面上 $u=0$ 。

(15)式告訴我們, 在上面的假定情況下, 不是大型天气擾動的作用來補足西風帶裏角動量的消耗, 而是(15)式的第一項。這項很顯然地表示地轉角動量的輸送。有幾種作用可以完成所需要的這種輸送, 平均經圈環流就是一種, 通過東西風交界面東風帶裏的大氣在高空流到西風帶去, 西風帶裏的大氣在低空流到東風帶去, 這樣以維持東西風帶裏的空氣質量不變。我們知道東西風界面是自高緯到低緯度向上傾斜的, 所以由於 $\cos^2 \varphi$ 的關係, 平均經圈環流自東風帶向西風帶輸送角動量(高空輸送的地轉角動量大於反方向低空的輸送), 這樣以維持大氣中角動量的平衡。

Hadley 環流(或信風環流)是另一種可以完成所需要的角動量輸送的機構, 實際上 Hadley 環流也可以稱為平均經圈環流的一種, 在這個環流裏大氣在低緯度上升, 通過東西風界面自東風帶流入西風帶, 而在較高緯度下沉, 將空氣自西風帶送入東風帶, 同樣由於 $\cos^2 \varphi$ 的關係, 地轉角動量即由東風帶送到了西風帶。

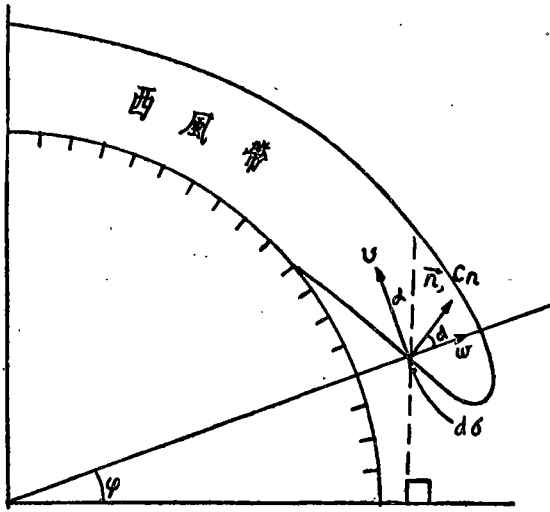


圖 1

們的相關。

圖 1 為東西風界面的示意圖, 其中 \vec{n} 為界面上的法線, 指向西風帶為正, α 為 \vec{n} 與緯圈平面的交角, v 為經向風速(在這個面上只有 v , 因為 $u=0$), 南風為正, 北風為負, w 為垂直速度。由圖中可以看出:

$$C_n = v \sin \alpha + w \cos \alpha. \tag{16}$$

將(16)式代入(15)式的第一項:

第三種可能的輸送是這樣子:

設東西風界面是波狀的, 如果在波谷(較低緯度)為南風把空氣自東風帶輸送到西風帶去, 而在波峯(較高緯度)為北風把空氣自西風帶輸送到東風帶去, 則總的結果就將東風帶的角動量輸送到西風帶裏去了。

多大強度的平均經圈環流就可以完成所需要的角動量的輸送呢? 這決定於(15)式第一項中 $\cos^2 \varphi, \rho$ 和 C_n 的相關。下面讓我們來求它

$$\begin{aligned} \int \rho \cos^2 \varphi C_n d\sigma &= \int \rho \cos \varphi v \cos \varphi \sin \alpha d\sigma + \int \rho \cos \varphi w \cos \varphi \cos \alpha d\sigma \\ &\equiv \int \rho \cos \varphi v d\sigma_1 + \int \rho \cos \varphi w d\sigma'_1 \end{aligned} \quad (17)$$

由圖中可以看出 $d\sigma_1 = d\sigma \sin \alpha \cos \varphi$ 表示 $d\sigma$ 先投影在緯圈平面上，然後再投影在赤道平面上的面積元量。這裏 α 是個變數，故 $d\sigma$ 仍然不容易計算，因此我們再作下面的轉換：

$$\begin{aligned} d\sigma \text{ 直接在赤道平面上的投影} &= d\sigma_2 = d\sigma \sin(\alpha + \varphi) \\ &= d\sigma(\sin \alpha \cos \varphi + \cos \alpha \sin \varphi) \equiv d\sigma_1 + d\sigma_3 \end{aligned}$$

其中 $d\sigma_3$ 表示 $d\sigma$ 先投影在地面上，然後再投影在赤道平面上的面積元量，故

$$\int \rho \cos \varphi v d\sigma_1 = \int \rho v \cos \varphi d\sigma_2 - \int \rho v \cos \varphi d\sigma_3 \quad (18)$$

由圖 1 中還能看出 $d\sigma'_1 = d\sigma \cos \alpha \cos \varphi$ 為 $d\sigma$ 先在水平面上的投影，然後再在以地軸為軸的圓柱體上的投影， $d\sigma'_1$ 又可轉換如下：

$$\begin{aligned} d\sigma \text{ 直接在上述圓柱面上的投影} &= d\sigma'_2 = d\sigma \cos(\alpha + \varphi) \\ &= d\sigma(\cos \alpha \cos \varphi - \sin \alpha \sin \varphi) = d\sigma'_1 - d\sigma'_3 \end{aligned}$$

其中 $d\sigma'_3$ 為 $d\sigma$ 先在緯圈平面上，然後在以地軸為軸的圓柱體上的投影。因為東西風界面與水平面的交角很小，同時它又處於低緯度，所以很清楚地 $d\sigma'_3 \ll d\sigma'_1$ 故

$$\int \rho \cos \varphi w d\sigma'_1 \cong \int \rho \cos \varphi w d\sigma'_2 \quad (19)$$

現在將(18)式近似地寫成：

$$\int \rho \cos \varphi v d\sigma_1 \cong \overline{\rho v \cos \varphi} \left[\int d\sigma_2 - \int d\sigma_3 \right]$$

今設東西風界面的高度為 20 千米，它在地面的平均緯度為 35° ，在 20 千米高度上的緯度為 15° ，則

$$\int d\sigma_2 - \int d\sigma_3 \cong \pi [(R + 20)^2 - R^2] \cos^2 15^\circ$$

現在略去 w 項[即(17)式右邊第二項]的作用，將地球平均半徑及 $\cos 15^\circ$ 等值都代入上式，然後再代入(15)式得：

$$24 \times 10^{29} \overline{\rho v \cos \varphi} = - \left[\int \frac{\partial p}{\partial x} \gamma d\tau + \int \tau_x \gamma ds \right]$$

由 Widger^[4] 1946 年 1 月 $35-75^\circ N$ 地面摩擦和山脈對於角動量消耗的總量為 7188×10^{29} c.g.s. 單位，或 2.8×10^{26} c.g.s./秒。將此值代入上式(略去 $75^\circ N$ 以北地區

的影响),得

$$\overline{\rho v \cos \varphi} = 1.1 \times 10^{-3}$$

$\cos \varphi \approx 1$ 由上式求出在常定情况下可以維持西風帶角動量平衡的平均經圈环流 $\overline{\rho v}$ 的數量級为 10^{-3} 克/厘米²秒。 $\bar{\rho}$ 的數量級为 $10^{-3} - 10^{-4}$, 故 \bar{v} 的數量級为 $10^0 - 10^1$ 厘米/秒。

如果略去 v 項[即(17)式右边第一項], 祇考慮 w 項的作用, 則得

$$2.14 \times 10^{31} \overline{\rho w \cos \varphi} = 2.8 \times 10^{26} \quad \text{或} \quad \overline{\rho w \cos \varphi} = 1.3 \times 10^{-5}$$

由此可以求出在常定情况下可以維持西風帶角動量平衡的平均經圈环流 \bar{w} 的數量級为 $10^{-2} - 10^{-1}$ 厘米/秒。

由本節的討論我們可以看出, 通过比較穩定的东西風界面角動量的輸送是依靠着平均經圈环流, 而所需要的平均經圈环流的強度並不大就可以維持西風帶的角動量平衡。

五. 角動量在何時、何處、如何地向北輸送

在二、三兩節裏我們肯定了大型天气擾動在角動量輸送中的主要地位, 然而第四節, 又似乎指出平均經圈环流的重要。这种顯然的矛盾在於第四節中所用的假定: 东西風界面是連續的和常定的。实际的情况不是如此, 这个界面既不連續也不常定。在由高緯度上伸到低緯度的深槽是經常存在的, Cressman [14] 称这种槽为“延伸槽”(extended trough), 即使在月平均圖上(見文献 [15] 第 13 圖)我們仍然可以看見許多伸到低緯度的深槽。同样地深大高压脊也經常自低緯度伸到高緯度去。在这种槽脊的地方自然也就是东西風界面不連續的地方。談到常定性东西風界面更是缺少的, 它的地理位置幾乎天天在變動。

經驗还告訴我們, 大型天气的变化是这样的: 由平直的西風环流轉到經向环流, 再由經向环流轉回到平直西風环流。苏联学者們(文献 [16] 等)對於这种环流的变化更有很多的研究, 美國(文献 [17, 18] 等)的“指數循环”(Indexcycle)也是研究这种变化的。

在經向环流時期深槽和深脊是得到高度發展的, 东西風界面也就最不連續。在平直西風時期, 槽脊的發展最弱, 因而东西風界面也就比較最連續。

因此, 在經向环流時期和在深槽和深脊的地帶角動量大量地自东風帶被大型擾動輸送到了西風帶, 在平直西風時期和非深槽和深脊的地帶角動量則不会大量地被

大型擾動自東風帶輸送到西風帶去。祇有在東西風交界面比較連續和穩定（在地理的位置和時間上）的地帶，平均經圈環流才会在角動量輸送上有些作用。必須說明這裏所謂的作用是指角動量自東風帶輸送到西風帶總的大小而言，並非指它在輸送中的動力作用而言。根據所有的計算大量角動量南北輸送是集中於高空，而角動量的製造是限於東風帶的近地面層，使在近地面層所製造的角動量大量地送到高空去，這決非 Starr 等人所謂大型水平擾動所能作到。水平運動是不可能把低空的東西送到高空去的。西風帶中角動量的消耗場所也是在近地面層，什麼機構能將高空的角動量送到近地面層。也決非水平運動所能作到。而平均經圈環流中的垂直運動是可能作到這點的。當然平均經圈環流中的垂直運動並非唯一可能作到這點的機構。

六. 總 結

總結本文我們可以得到這樣的結論：

1. 西風環流強度的年變化，主要是可以用大型天氣擾動的年變化來解釋的，自夏至冬大型天氣擾動所輸送到西風帶的角動量大於該帶中的消耗，因此西風環流加強。反之自冬至夏，所輸送到西風帶的角動量不足以平衡消耗，因而西風環流減弱。大氣質量南北的輸送（自夏至冬自南半球到北半球，自冬至夏反之）。祇可以解釋西風環流年變振幅的 15% 左右。至於大型天氣擾動為什麼有這樣的變化則本文未作討論。
2. 角動量的輸送、角動量的消耗以及西風環流強度等等都有着年變化，這種年變化不是正弦或餘弦的形式，也就是自夏到冬的變化不是自冬到夏的變化的反面。這種變化的不對稱性在本文中是用熱量的年變化解釋的。自夏至冬逐漸去熱，自冬至夏逐漸加熱，而這種加熱和減熱是不可逆的，因之自夏到冬和自冬至夏的天氣變化不可能是對稱的。
3. 角動量主要地是在經向環流時期被大型天氣擾動自東風帶輸送到西風帶去；是在伸到低緯度的槽帶和伸向高緯度的脊帶自東風帶輸送到西風帶裏去，是在高空自低緯度輸送到高緯度去的。

参 考 文 献

- [1] Jeffreys, H., On the dynamics of geostrophic winds. *Q.J.Roy. Met. Soc.*, 52(1926), 85—104.
- [2] Bjerknes, J., Réunion d'Osle, Programme et Résumé des Mémoires. 13—14, 1948.
- [3] Starr, V. P., An essay on the general circulation of the earth's atmosphere. *J. Met.*, 5(1948), 39—43.
- [4] Widger, W. K., A study of the flow of angular momentum in the atmosphere. *J. Met.*, 6(1949), 291—299.
- [5] Mintz, Y., The geostrophic poleward flux of angular momentum in the month of January 1949. *Tellus*, 3(1951), 195—200.
- [6] Priestley, C. H. B., Physical interactions between tropical and temperate latitudes. *Q.J.Roy. Met. Soc.*, 77(1951), 200—214.
- [7] Starr, V. P. and White, R. M. A hemispherical study of atmospheric angular momentum balance. *Q.J.Roy. Met. Soc.*, 77(1951), 215—225.
- [8] Starr, V. P. and White, R. M. Two years of momentum flux data for 31° N. *Tellus* 4(1952), 332—333.
- [9] Парийский, Н. Н., Изменение скорости вращения земли в течение года. Труды Геофизического инст. А. Н. СССР, №19(146), 53—102, 1953.
- [10] Mintz, Y., The observed zonal circulation of the atmosphere, *Bull. Am. Met. Soc.*, 35(1954), 208—213.
- [11] 北半球平均地面气压图, 1899—1939, 美国气象局.
- [12] Starr, V. P. and White, R. M. Note on the seasonal variation of the meridional flux of angular momentum, *Q.J. Roy. Met. Soc.*, 78(1952), 62—69.
- [13] Palmén, E. and Alaka, M. A. On the budget of angular momentum in the zone between equator and 30°N. *Tellus*, 4(1952), 324—331.
- [14] Cressman, G. P., Studies of upper air conditions in low latitudes. Part, II, Relations between high and low latitudes circulations. *Dept. Met., Univ. of Chicago, Misc. Report*, No, 24, 68—100, 1948.
- [15] Riehl, H. On the role of the tropics in the general circulation of the atmosphere. *Tellus*, 2(1950), 1—17.
- [16] Дзердзеевский, Б. Л. и Монин, А. С., Типовые схемы общей циркуляции атмосферы в северном полушарии и индекс циркуляции. *Изв. АН СССР, сер. геофиз.* 562—573, 1954.
- [17] Rossby, C. G. and Willet, H. C., The circulation of the upper troposphere and lower stratosphere. *Science*, 108(1948), 643—652.
- [18] Namias, J., The index cycle and its role in the general circulation *J. Met.*, 7(1950), 130—139.

THE ANNUAL VARIATION OF THE ATMOSPHERIC
ANGULAR MOMENTUM OF NORTHERN HEMISPHERE
AND THE MECHANISM OF ITS TRANSFER

YEH TU-CHENG

(Institute of Geophysics and
Meteorology)

YANG TA-CHENG

(Peking University)

ABSTRACT

Integrating with respect to time the equation for the balance of angular momentum of the atmosphere north of certain latitude (30°N say)

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int \rho u R \cos \varphi d\tau + \frac{\partial}{\partial t} \int \Omega R^2 \cos^2 \varphi \rho d\tau = R \cos 30^\circ \int \rho uv d\sigma \\ + \Omega R^2 \cos^2 30^\circ \int \rho v d\sigma + \int \frac{\partial p}{\partial x} R \cos \varphi d\tau + \int \tau_x R \cos \varphi ds \end{aligned} \quad (1)$$

we obtain

$$\begin{aligned} R \left[\int_{Jan.} \rho u \cos \varphi d\tau - \int_{Jul.} \rho v \cos \varphi d\tau \right]_{north\ of\ 30^\circ N} + \Omega R^2 \left[\int_{Jan.} \cos^2 \varphi dm \right. \\ \left. - \int_{Jul.} \cos^2 \varphi dm \right]_{north\ of\ 30^\circ N} = \Omega R^2 \cos^2 30^\circ \left[\int_{Jan.} dm - \int_{Jul.} dm \right]_{north\ of\ 30^\circ N} \\ + R \cos 30^\circ \int_{Jul.}^{Jan.} dt \int \rho uv d\sigma + \left[\int_{Jul.}^{Jan.} dt \int \frac{\partial p}{\partial x} \gamma d\tau + \int_{Jul.}^{Jan.} dt \int \tau_x \gamma ds \right]_{North\ of\ 30^\circ N} \end{aligned} \quad (2)$$

In the above equation ρ is the density; u , the zonal wind; v , the meridional wind; R , the earth's radius; Ω , the angular speed of the earth's rotation; dm , the mass element of the atmosphere; $d\tau$, the volume element; ds , the area element on the earth's surface, and $d\sigma$, the area element on the vertical surface over the latitudinal circle of 30°N . The first two terms (in the parenthesis) on the left side of (2) are evaluated from the mean westerlies in summer and winter given by Mintz^[10]. The last two terms on the left and the first two terms on the right side of (2) are evaluated from the mean surface pressure charts of July and January. The transfer of angular momentum across latitude 30°N given by Starr and White is used to evaluate the 3rd. term on the right. Then the value of the last two terms in the parenthesis on the right of (2) is calculated. The result agrees very well with that obtained by other authors.

It is further found that:

1. From summer to winter the transfer of angular momentum from low to high latitudes by gross weather systems overcompensates the destruction by the earth's surface. The small residue of these two factors accounts for the main part (about 85%) of increase of westerly circulation from summer to winter. The remaining small part of the increase of the westerly circulation may be accounted for by the advection of mass of the atmosphere, which carries the angular momentum due to earth's rotation (difference between the first two terms on the right and the last two terms on the left side of (2)).

2. The transfer of angular momentum or the destruction of angular momentum, as well as the intensity of the westerly circulation has annual variation. However this annual variation is not of sine or cosine type, i.e., the variation from summer to winter is not the opposite of that from winter to summer. The property of this asymmetry is explained by the irreversible heat addition and subtraction. From winter to summer heat is added to, and summer to winter heat is subtracted from the atmosphere (N.H.). Since the process of adding and subtracting heat is irreversible, the variation from summer to winter can not be symmetric to that from winter to summer.

3. Transfer of angular momentum from easterlies to westerlies occurs mainly in the period of breakdown of zonal circulation (low index), mainly in the belt of longitudes of "extended troughs" (troughs extending from high to low latitudes) and "extended ridges" (ridges extending from low to high latitudes), and mainly in the high levels of the atmosphere.