

# 斜壓西風帶中大地形有限擾動的動力學\*

巢 紀 平

(中國科學院地球物理研究所)

## 提 要

本文指出，對於無黏性的、絕熱的斜壓大氣的大尺度常定有限擾動，可以用一個三維的 Helmholtz 方程來描寫。在地形存在的邊界條件下，獲得了該方程的解答。

用西藏高原（包括亞洲山系）和洛磯山的實際地形作了數值計算，計算結果表明，地形擾動可以解釋西風帶平均槽脊的位置，但擾動的強度與實況有一些出入。計算結果亦表明，大地形對西風帶的擾動隨高度很快阻尼，因此看來大地形對西風帶的擾動在對流層低層更為重要。

## 一. 引 言

大地形對西風氣流的動力擾動是近年來氣象學家們所討論的中心問題之一。我國的氣象學者對此亦開展了研究<sup>[1,2]</sup>。Charney 和 Eliassen<sup>[3]</sup>考慮了地形所引起的動量輻數，用正壓渦度方程處理了氣流越過山脈的問題。後來 Bolin<sup>[4]</sup>把他們的工作推廣到二維空間，並且把大地形對大氣環流的重要性提高到顯要的地位。在另一方面，蘇聯學者 Мусаелян<sup>[5]</sup>第一個解出了斜壓大氣中大地形擾動的球體空間問題。在他以前大氣的斜壓性和地球的曲率作用，在大地形擾動的研究中是沒有人考慮過的。然而在他的理論中，所取的基本氣流是隨高度不變的，即沒有考慮西風的垂直切變作用，所以實質上 Мусаелян 只考慮了大氣的穩定度（層結）作用。然而，西風垂直切變的作用是斜壓大氣最重要的特色之一，是必需考慮的。最近我國的朱抱真<sup>[6]</sup>用二層模式計算了西藏高原和洛磯山對西風氣流的影響，得出的數值解答能夠在一定程度上解釋西風帶平均槽脊的形成。與此同時，日本氣象學家村上多喜雄<sup>[7]</sup>亦發表了與朱抱真相類似的工作。所有上面這些工作，處理非綫性運動方程的方法是用的小擾動法，即在地形引起的擾動振幅是微小的假定下，使方程綫性化。我們認為對於行星尺度的擾動問題，小擾動假定是一個限制。在地形擾動的問題中，第一個不用小擾動假定的是 Steward<sup>[8]</sup>，他定量地計算了正壓流體繞過一個無限長的圓柱體問題。然而他所得到的解答不唯一。最近岸保勘三郎<sup>[9]</sup>也去掉了小擾動的限制，討論了大地形對正壓流體的常定有限擾動。但是

\* 1957 年 7 月 24 日收到。

他的數值計算的結果，却在西藏高原上空出現一個槽，在山脈上空出現槽這在物理上是不易理解的。

本文的目的，企圖在更一般的條件下研究大地形對西風氣流的動力影響，進而解釋西風帶平均槽脊的形成。在現在所設計的模式中，大氣是斜壓的，擾動的振幅是有限的，同時也將計入地球的曲率作用，亦即我們將解決大地形對西風氣流影響的球體空間問題。

## 二. 控制常定運動的微分方程

在大氣是無黏性的和絕熱的情況下，大尺度的大氣運動可以用下面形式的渦度方程和熱力學方程來描寫

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{v_\theta}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} (\zeta + 2\Omega \cos \theta) + \frac{v_\lambda}{R \sin \theta} \frac{\partial \zeta}{\partial \lambda} = f \frac{\partial \omega}{\partial p}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t \partial p} + \frac{v_\theta}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\partial \phi}{\partial p} \right) + \frac{v_\lambda}{R \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} \left( \frac{\partial \phi}{\partial p} \right) + \sigma \omega = 0. \quad (2)$$

這裏採用的是球面坐標系統。式中  $p$  是氣壓； $\theta = \frac{\pi}{2} - \varphi$ ，其中  $\varphi$  是地方緯度，

$\theta$  向南增加； $\lambda$  是地方經度，向東增加； $v_\theta$  和  $v_\lambda$  是沿  $\theta$  和  $\lambda$  方向的速度分量； $\omega = \frac{dp}{dt}$  是垂直速度； $R$  是地球半徑； $f = 2\Omega \cos \theta$  是柯利奧利參變數，其中  $\Omega$  是地球轉動角速度； $\phi$  是重力位勢； $\sigma = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \ln \theta}{\partial p}$  是靜力穩定度，其中  $\theta$  是位溫； $\rho$  是空氣的密度； $\zeta$  是空氣質點的相對渦度，而且

$$\zeta = \frac{1}{R \sin \theta} \left[ \frac{\partial}{\partial \theta} (v_\lambda \sin \theta) - \frac{\partial v_\theta}{\partial \lambda} \right] = \frac{1}{f} \nabla^2 \phi; \quad (3)$$

$$v_\theta = R\dot{\theta} = -\frac{1}{fR \sin \theta} \frac{\partial \phi}{\partial \lambda}, \quad v_\lambda = R \sin \theta \dot{\lambda} = \frac{1}{fR} \frac{\partial \phi}{\partial \theta}. \quad (4)$$

(3)式中

$$\nabla^2 \equiv \frac{1}{R^2 \sin \theta} \left[ \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} \right]$$

是球面坐標系統中的拉普拉斯算子。(4)式中  $\dot{\theta}$  和  $\dot{\lambda}$  是沿  $\theta$  和  $\lambda$  方向的空氣質點的相對角速度。(3)、(4)二式中的  $f$  皆取平均值。

在(1)式中略去了渦度的垂直輸送項  $\omega \frac{\partial \zeta}{\partial p}$  和旋轉項  $\mathbf{k} \cdot \nabla \omega \times \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial p}$ ，並在右端考慮到  $\zeta \ll f$  而略去了  $\zeta \frac{\partial \omega}{\partial p}$ 。(1)式右端原來的水平輻散現已通過連續性方程用垂直輻散來代換，並把  $f$  視作常數。在(2)式中把  $\sigma$  取作常量。

引進新的自變量  $\eta = \cos \theta$ ，假定運動是常定的(即在(1)(2)二式中包含對時間微分的項為零)，則(1)(2)二式可寫成

$$J\left(\frac{\nabla^2\phi}{f} + 2\Omega \cos\theta, \phi\right) = R^2 f^2 \frac{\partial\omega}{\partial p}, \quad (5)$$

$$\left(\frac{\partial\phi}{\partial p}, \phi\right) = -R^2 f \sigma \omega, \quad (6)$$

式中  $J(A, B) = \frac{\partial A}{\partial\eta} \frac{\partial B}{\partial\lambda} - \frac{\partial A}{\partial\lambda} \frac{\partial B}{\partial\eta}$  是雅可比算子。

從(5), (6)二式中消去  $\omega$  得

$$J\left(\frac{f}{\sigma} \frac{\partial^2\phi}{\partial p^2} + \frac{\nabla^2\phi}{f} + 2\Omega \cos\theta, \phi\right) = 0. \quad (7)$$

在二維的常定運動中, 可以得到量  $\frac{\nabla^2\phi}{f} + 2\Omega \cos\theta$  和等  $\phi$  綫是重合的, 即等絕對渦度綫就是等高綫, 在三維的常定運動中, 由於考慮了輻散的作用, 等絕對渦度綫已經不再與等高綫相重合, 然而量  $\frac{f}{\sigma} \frac{\partial^2\phi}{\partial p^2} + \frac{\nabla^2\phi}{f} + 2\Omega \cos\theta$  與等高綫是重合的. 因此, (7)式的一般積分爲

$$\frac{f}{\sigma} \frac{\partial^2\phi}{\partial p^2} + \frac{\nabla^2\phi}{f} + 2\Omega \cos\theta = F(\phi). \quad (8)$$

令

$$\phi(\theta, \lambda, p) = \bar{\phi}(\theta, p) + \phi'(\theta, \lambda, p), \quad (9)$$

因爲

$$\bar{v}_\lambda(\theta, p) = R \sin\theta \overline{\lambda(p)} \quad (10)$$

所以

$$\bar{\phi}(\theta, p) = -f R^2 \overline{\lambda(p)} \cos\theta. \quad (11)$$

設  $\overline{\lambda(p)}$  是氣壓的綫性函數, 取成

$$\overline{\lambda(p)} = \bar{\lambda}_0 + \bar{\lambda}_p (p_0 - p) \quad (12)$$

式中  $\bar{\lambda}_0$  表示地面氣流,  $p_0$  是地面氣壓,  $\bar{\lambda}_p = -\frac{d\bar{\lambda}}{dp} > 0$  爲氣流的垂直切變(取作常量). 在上面各式中, 符號“ $-$ ”表示基本流場, “ $'$ ”表示疊加在基本流場上的擾動流場. 以(9)(11)和(12)三式代入(8)式, 並設在二極附近擾動流場恆等於零. 由此得

$$F(\bar{\phi}) = 2(\bar{\lambda} + \Omega) \cos\theta = -\frac{2(\bar{\lambda} + \Omega)}{f R^2 \bar{\lambda}} \bar{\phi}. \quad (13)$$

這樣, 我們就定出了  $F(\phi)$  的表達式爲

$$F(\phi) = -\frac{2(\bar{\lambda} + \Omega)}{f R^2 \bar{\lambda}} \phi, \quad (14)$$

因爲  $\bar{\lambda} \ll \Omega$ , (14)式可以簡化成

$$F(\phi) = -\frac{2\Omega}{f R^2 \bar{\lambda}} \phi. \quad (15)$$

以(15)式代入(8)式得

$$\frac{f}{\sigma} \frac{\partial^2 \phi}{\partial p^2} + \frac{\nabla^2 \phi}{f} + 2\Omega \cos \theta = -\frac{2\Omega}{fR^2 \bar{\lambda}} \phi, \quad (16)$$

再以(9)式代入(16)式即得

$$\frac{f^2}{\sigma} \frac{\partial^2 \phi'}{\partial p^2} + \nabla^2 \phi' + \frac{2\Omega}{R^2 \bar{\lambda}} \phi' = 0, \quad (17)$$

令  $P = \frac{\sqrt{\sigma}}{f} p$ , (17)式可以寫成最後的形式

$$\frac{\partial^2 \phi'}{\partial P^2} + \frac{1}{R^2 \sin \theta} \left[ \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial \phi'}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 \phi'}{\partial \lambda^2} \right] + \frac{2\Omega}{R^2 \bar{\lambda}} \phi' = 0^*. \quad (18)$$

由此可見,三維空間大氣的大尺度常定有限擾動可以用一個經典的 Helmholtz 方程來描寫。當運動是正壓時,式中第一項為零,由此三維的波動方程就變成了二維的波動方程。(18)式是一般的,不僅可以解地形擾動問題,亦可解其他適當的邊值問題。

### 三. 地形擾動的邊界條件

下面我們將尋求地形擾動問題的邊界條件的表達式。熱力學方程(6)式當  $p = p_0(\theta, \lambda)^{**}$  時可以近似地寫成

$$J \left( \frac{\partial \phi}{\partial p} \Big|_{p=p_0}, \phi \right) = fR^2 \sigma \rho_0 g W_0, \quad (19)$$

式中  $W_0$  是由於地形所引起的垂直運動,為

$$W_0 = \frac{v_{\theta 0}}{R} \frac{\partial h}{\partial \theta} + \frac{v_{\lambda 0}}{R \sin \theta} \frac{\partial h}{\partial \lambda} = \frac{1}{R^2 f} J(h, \phi_0), \quad (20)$$

式中  $h = h(\theta, \lambda)$  為地形的方程。

因此,如略去了地面密度的水平變化,(19)式可以寫成

$$J \left( \frac{\partial \phi}{\partial p} \Big|_{p=p_0} - \sigma \rho_0 g h, \phi_0 \right) = 0. \quad (21)$$

(21)式的一般積分為

$$\frac{\partial \phi}{\partial p} \Big|_{p=p_0} - \sigma \rho_0 g h = G(\phi_0). \quad (22)$$

同樣將(9)、(11)式和(12)式代入(22)式,並設在二極附近  $\phi' \equiv 0$ , 同時也沒有地形存在,即  $h = 0$ , 這樣可以求得

$$G(\bar{\phi}_0) = fR^2 \bar{\lambda}_p \cos \theta = -\frac{\bar{\lambda}_p}{\bar{\lambda}_0} \bar{\phi}_0, \quad (23)$$

\* 在平面坐標中,可以求得相應的方程為

$$\frac{\partial^2 \phi'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi'}{\partial y^2} + \frac{f^2}{\sigma} \frac{\partial^2 \phi'}{\partial p^2} + \frac{\beta}{U_\infty} \phi' = 0. \quad \left( \beta = \frac{df}{dy} \right)$$

\*\* 值得指出,由於地形的存在,地面不可能是一個等壓面,並且  $p_0$  的變化很大,但在工作 [3, 6, 7, 9] 中把  $p_0$  取成是常數,在我們這裏就沒有這個限制。

由此求得  $G(\phi)$  的表達式為

$$G(\phi_0) = -\frac{\bar{\lambda}_p}{\bar{\lambda}_0} \phi_0. \quad (24)$$

以(24)代入(22)式得

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial p} \right|_{p=p_0} + \frac{\bar{\lambda}_p}{\bar{\lambda}_0} \phi_0 = \sigma \rho_0 g h(\theta, \lambda). \quad (25)$$

以(9)式代入(25)式,並以  $P = \frac{\sqrt{\sigma}}{f} p$  為垂直坐標,則得方程(18)的下界條件為

當  $P = P_0(\theta, \lambda)$  時,

$$\frac{\partial \phi'}{\partial P} + c \phi' = H(\theta, \lambda), \quad (26)$$

式中  $c = f \bar{\lambda}_p / \sqrt{\sigma \bar{\lambda}}$ ;  $H(\theta, \lambda) = f \rho_0 g \sqrt{\sigma} h(\theta, \lambda)$ .

方程(18)的上界條件,我們取成在大氣的上界,地形對大氣運動的影響消失,即當  $P = 0$  時,

$$\phi' = 0. \quad (27)$$

#### 四. 問題的解答

我們把地形按球函數展開

$$h(\theta, \lambda) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n (h_n^m \cos m\lambda + h_n'^m \sin m\lambda) p_n^m(\cos \theta), \quad (28)$$

式中  $p_n^m(\cos \theta)$  為聯屬勒讓德多項式。

同樣地,把  $H(\lambda, \theta)$  亦按球函數展開

$$H(\theta, \lambda) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n (H_n^m \cos m\lambda + H_n'^m \sin m\lambda) p_n^m(\cos \theta), \quad (29)$$

式中  $H_n^m = f \rho_0 g \sqrt{\sigma} h_n^m$ ,  $H_n'^m = f \rho_0 g \sqrt{\sigma} h_n'^m$ .

將要尋求的解答  $\phi'(\theta, \lambda, p)$  亦按球函數展開:

$$\phi'(\theta, \lambda, p) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n (\phi_n^m(p) \cos m\lambda + \phi_n'^m(p) \sin m\lambda) p_n^m(\cos \theta). \quad (30)$$

將(30)代入(18)式,合併  $\cos m\lambda$  和  $\sin m\lambda$  的同類項,考慮到聯屬勒讓德多項式所要求滿足的方程,省去中間的運算,直接寫出展開式(30)中係數所應滿足的方程為:

$$\frac{d^2 \phi_n^m}{dP^2} = \left[ \frac{n(n+1)}{R^2} - \frac{2\Omega}{R^2 \bar{\lambda}} \right] \phi_n^{m*}, \quad (31a)$$

\* 非常有興趣的是: 如果在此假定  $\bar{\lambda}$  是常數,則當  $\frac{n(n+1)}{R^2} - \frac{2\Omega}{R^2 \bar{\lambda}} > 0$  時,我們最後可以求得一個與

Мусаевлин 的解答相當一致的解答。

$$\frac{d^2 \phi_n^m}{dP^2} = \left[ \frac{n(n+1)}{R^2} - \frac{2\Omega}{R^2 \bar{\lambda}} \right] \phi_n^m. \quad (31b)$$

將(29)和(30)二式代入(26)式,最後得到方程(31)式的下界條件爲

$$\frac{d\phi_n^m}{dP} + c\phi_n^m = H_n^m, \quad (32a)$$

$$\frac{d\phi_n^m}{dP} + c\phi_n^m = H_n^m. \quad (32b)$$

由(27)式得到方程(31)式的上界條件爲

$$\phi_n^m = 0, \quad (33a)$$

$$\phi_n^m = 0. \quad (33b)$$

將(31a)寫成

$$\frac{d^2 \phi_n^m}{dP^2} = \left( k^2 - \frac{l}{\bar{\lambda}} \right) \phi_n^m, \quad (34)$$

$$\text{其中 } k^2 = \frac{n(n+1)}{R^2}, \quad l = \frac{2\Omega}{R^2}.$$

作自變量和函數的變換:

$$\xi = \frac{2k\sqrt{\sigma}}{f\bar{\lambda}_p} \left[ \bar{\lambda}_0 + \bar{\lambda}_p \frac{f}{\sqrt{\sigma}} (P_0 - P) \right], \quad (35)$$

$$\phi_n^m = e^{-\frac{\xi}{2}} \psi(\xi), \quad (36)$$

則(34)式變爲

$$\frac{d^2 \psi}{d\xi^2} - \frac{d\psi}{d\xi} + \frac{r}{\xi} \psi = 0, \quad (37)$$

式中  $r = l/2k\bar{\lambda}_p \frac{f}{\sqrt{\sigma}}$ . (37) 式爲匯合超越幾何方程 (confluent hypergeometric equation), 它的二個特解爲 (見 Charney<sup>[10]</sup>)

$$\psi_1 = \frac{\sin \pi a}{\pi} \left\{ a\xi M(a+1, 2, \xi) \cdot \left[ \ln \xi + \frac{\Gamma'(a)}{\Gamma(a)} - 2 \frac{\Gamma'(1)}{\Gamma(1)} + 1 \right] + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \frac{a(a+1)\dots(a+n-1)}{(n-1)!n!} \xi^n \right\}, \quad (38)$$

$$\psi_2 = \xi M(a+1, 2, \xi), \quad (39)$$

其中

$$a = -r, \quad B_n = \sum_{v=0}^{n-1} \left( \frac{1}{a+v} - \frac{2}{1+v} \right) + \frac{1}{n},$$

$$M(a, b, \xi) = 1 + \frac{a}{1 \cdot b} \xi + \frac{a(a+1)}{2!b(b+1)} \xi^2 + \dots,$$

$\Gamma(a)$  爲 Gamma 函數.

因此方程(37)式的一般解為

$$\psi = A\psi_1 + B\psi_2. \quad (40)$$

或(34)式的一般解為

$$\phi_n^m = Ae^{-\frac{\xi}{2}} \psi_1 + Be^{-\frac{\xi}{2}} \psi_2, \quad (41)$$

其中積分常數  $A, B$  由 (32a) 和 (33a) 決定。

將 (32a) 和 (33a) 用新的自變量寫出, 則

$$\begin{aligned} \text{當} \quad \xi &= \frac{2k\sqrt{\sigma}\bar{\lambda}_0}{f\bar{\lambda}_p} = \xi_0 \text{ 時, } (p = p_0) \\ \frac{d\phi_n^m}{d\xi} - \frac{c}{2R}\phi_n^m &= -\frac{H_n^m}{2R}. \end{aligned} \quad (42)$$

$$\begin{aligned} \text{當} \quad \xi &= \frac{2k\sqrt{\sigma}}{f\bar{\lambda}_p} \left( \bar{\lambda}_0 + \bar{\lambda}_p \frac{f}{\sqrt{\sigma}} P_0 \right) = \xi_1 \text{ 時, } (p = 0) \\ \phi_n^m &= 0. \end{aligned} \quad (43)$$

省去中間的運算, 直接寫出(34)式的解答為

$$\phi_n^m = \frac{e^{-\frac{1}{2}(\xi-\xi_0)} [\psi_1(\xi_1)\psi_2(\xi) - \psi_2(\xi_1)\psi_1(\xi)]}{2k\Delta} \cdot H_n^m; \quad (44a)$$

同理得(32b)的一般解答為

$$\phi_n^m = \frac{e^{-\frac{1}{2}(\xi-\xi_0)} [\psi_1(\xi_1)\psi_2(\xi) - \psi_2(\xi_1)\psi_1(\xi)]}{2k\Delta} \cdot H_n^m, \quad (44b)$$

式中

$$\Delta = \begin{vmatrix} \left[ \frac{d\psi_1}{d\xi} - \left( \frac{1}{2} + \frac{c}{2k} \right) \psi_1 \right] \Big|_{\xi=\xi_0} & \left[ \frac{d\psi_2}{d\xi} - \left( \frac{1}{2} + \frac{c}{2k} \right) \psi_2 \right] \Big|_{\xi=\xi_0} \\ \psi_1(\xi_1) & \psi_2(\xi_1) \end{vmatrix}.$$

將 (44a) 和 (44b) 二式代入 (30) 式, 即得問題的解答為

$$\begin{aligned} \phi'(\theta, \lambda, p) &= f\rho_0 g \sqrt{\sigma} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n \frac{e^{-\frac{1}{2}(\xi-\xi_0)} [\psi_1(\xi_1)\psi_2(\xi) - \psi_2(\xi_1)\psi_1(\xi)]}{2k\Delta} \\ &\cdot [h_n^m \cos m\lambda + h_n^m \sin m\lambda] p_n^m (\cos \theta). \end{aligned} \quad (45)$$

(45)式指出, 擾動的強度決定於  $\bar{\lambda}_0$  和  $\frac{\sqrt{\sigma}}{\bar{\lambda}_p}$  二個物理參數, 亦即決定於地面的基本氣流和 Richardson 數。

Bolin 認為地形對西風氣流的影響在對流層上層更為重要。但是 (45) 式表明擾動強度隨高度的變化是較複雜的, 數值計算結果指出, 擾動強度隨高度遞減很快(圖 1)。因此, 與 Bolin 相反, 我們認為大地形對西風帶的影響在對流層低層更為重要。對於大地形的常定擾動, Мусаелян 亦得到了相同的結論。

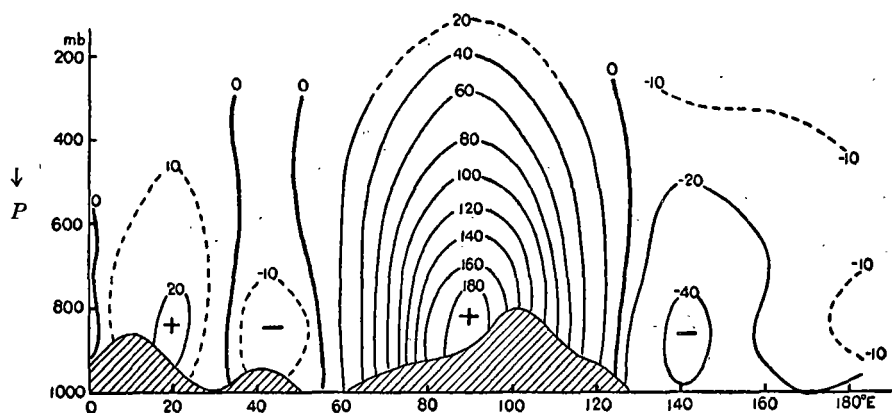


圖 1. 西藏高原引起的擾動量隨高度的分佈 (位置: 北緯 45°; 單位: 位勢米)

這是一個很有趣的現象，大地形和小地形在垂直方向上的影響是截然不同的。小地形在垂直方向上一般可以產生波系<sup>[11]</sup>。Мусаелян 指出，決定這二種地形的不同影響的主要因子是地形的尺度和地球的自轉。當地形的尺度大時，地球的自轉起着重要的作用，在這種情況下可以得到擾動向上呈遞減的解答；當地形的尺度小時，地球自轉比較不重要，這時擾動在垂直方向上可以產生波系，亦即擾動的強度可以向上增加。

## 五、西藏高原和洛磯山對西風氣流的擾動

我們分別計算了西藏高原(包括亞洲山系)和洛磯山對西風氣流的擾動。我們把西藏高原和洛磯山的地形分別用球函數來逼近。展開式的係數由下面大家所熟知的公式決定

$$h_n^m = \frac{(2n+1)(n-m)!}{2\pi(n+m)!} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi h(\theta, \lambda) \cos m\lambda p_n^m(\cos \theta) \sin \theta d\theta d\lambda,$$

$$h_n^m = \frac{(2n+1)(n-m)!}{2\pi(n+m)!} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi h(\theta, \lambda) \sin m\lambda p_n^m(\cos \theta) \sin \theta d\theta d\lambda,$$

其中  $h(\theta, \lambda)$  是西藏高原和洛磯山的實際高度。

我們把三個物理參數的數值取得和冬季的情況相當。為了應用 Charney<sup>[10]</sup> 已經算好的函數  $\psi_1$  和  $\psi_2$  的表，我們將物理參數作了一些適當的調整，取成： $\sqrt{\sigma} = 0.128$  米/毫巴-秒， $\bar{\lambda}_0 = 0.63 \times 10^{-6}$ /秒， $\bar{\lambda}_p = 0.68 \times 10^{-8}$ /毫巴-秒。一般說來，這樣取的靜力穩定度，比正常的情况小了一些，而氣流的垂直切變稍大了一些。為了減少繁重的計算量，我們取了一個與赤道成對稱的解答，此時， $m$  加  $n$  之和為奇數的項都為零。

計算結果表明(圖 1)，擾動的位相向上變化很小，亦即槽脊綫的軸是準垂直的。因此這裏只給出了 700 毫巴西藏高原和洛磯山的分別擾動圖(圖 2, 3)，以及二者的共同擾動(圖 4)。



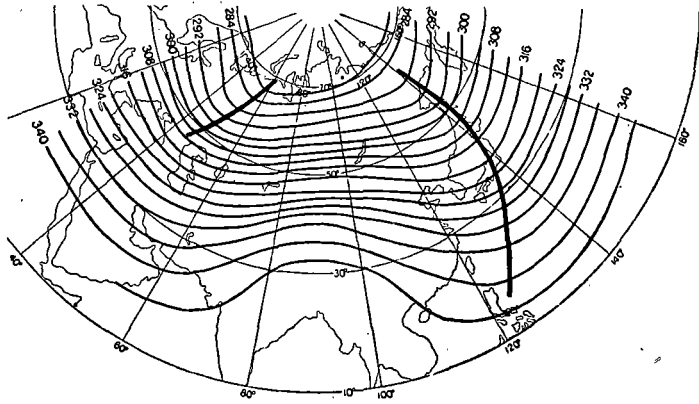


圖 2. 只考慮了西藏高原的擾動所計算出的 700 毫巴等壓面形勢圖

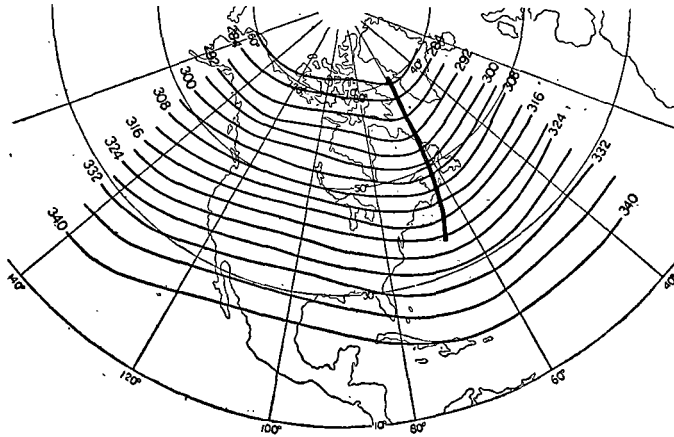


圖 3. 只考慮了洛磯山的擾動所計算出的 700 毫巴等壓面形勢圖

圖 2 及圖 3 表明，地形的擾動在山的迎風坡和背風坡產生槽，而在山的上空產生脊。圖 2 圖 3 亦表明，山下游的槽綫其位置與實況相當接近，美洲洛磯山下游的槽稍向東偏了一些。但是槽的強度與實況比較却相差很多。另外，我們注意到實況的槽它的強度是北深南淺的，而現在計算出來的槽是北淺南深，這與實況是相反的。這個現象，亞洲海岸的大槽表現得更為明顯。

相當有趣的是西藏高原所引起的歐洲的槽，無論在強度上或走向上，它都與實況相當一致。

由數值計算西藏高原的擾動的絕對值要比洛磯山大得多。一般說來，前者要比後者約大四倍之多。由於這樣，因此西藏高原和洛磯山的共同擾動\*（圖 4）在亞洲部分變化很少，而在美洲部分却有了改變，使美洲東海岸的槽更向東移了一些。另外，在高緯度我們算出了四個槽，比實況多了一個美洲西海岸的槽。我們認為如果在理論中計入

\* 由於方程(18)和邊界條件(26)都是綫性的，因此可以先分別計算西藏高原和洛磯山的影響，然後再把它們的結果疊加起來，看它們的共同影響。

了阻尼因子(摩擦作用),可以減少一些所指出的偏差,使結果更合理些。

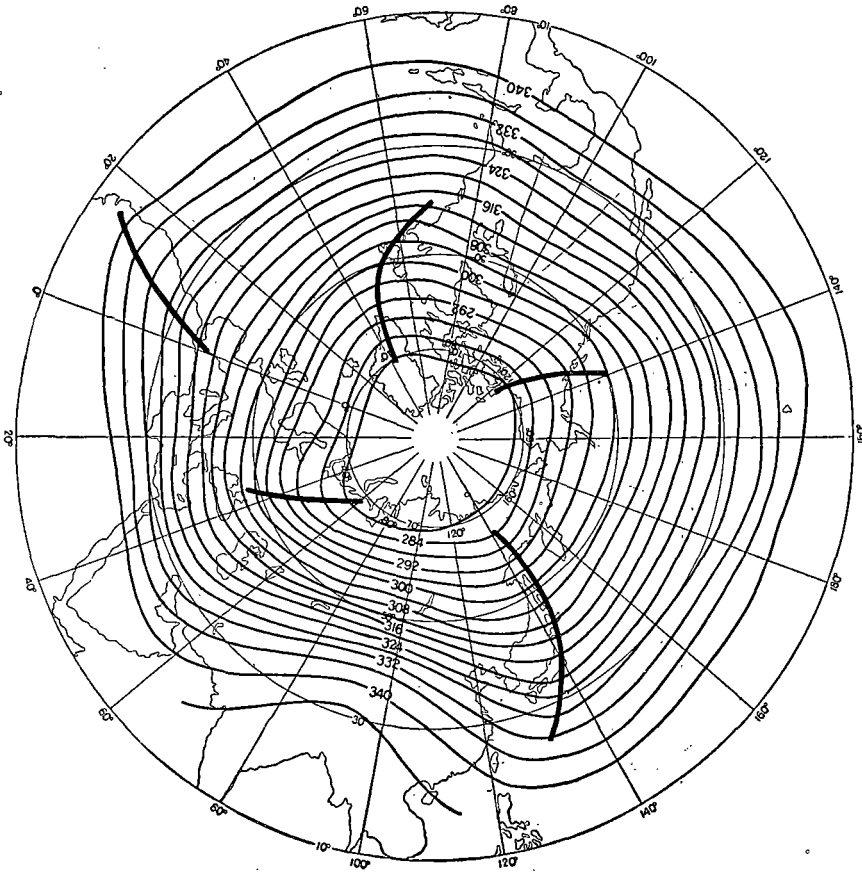


圖 4. 考慮了西藏高原和洛磯山共同擾動後所計算出的 700 毫巴等壓面形勢圖

上面已經指出,雖然我們取的是斜壓槽式,然而槽脊綫的位相是準垂直的。Smagorinsky<sup>[12]</sup> 在熱源擾動的研究中,當沒有考慮摩擦時,也得到了槽是垂直的結果。很容易證明,摩擦作用對常定情況下槽脊綫隨高度的傾斜是起着重要的作用的。因此如何進一步在我們的模式中加入摩擦,這是一個很有意義的問題。

## 六. 總 結

根據以上各節討論,本文指出以下幾點。

1. 對於無黏性的、絕熱的斜壓大氣的常定運動,和正壓大氣的常定運動一樣,可以用一個 Helmholtz 方程來描寫,然而在正壓的情況下方程是二維的,考慮了大氣的斜壓性後,方程就變成三維了。

2. 大地形對西風帶的影響,在斜壓大氣中決定於地面的基本氣流和 Richardson 數  $R_i = \sigma/\lambda_p^2$ 。擾動的強度隨高度的變化是複雜的,但向上遞減很快。因此與 Bolin

相反，我們認為大地形對西風帶的影響在對流層低層更為重要。

3. 大地形對西風帶擾動的結果，使得在山的上游和下游各產生一個槽，而在山的上空產生一個脊。槽、脊的位置一般說來與實況相當接近，但強度有一定的出入。因此我們認為在決定槽脊的強度上熱源擾動起着重要的作用。

4. 西藏高原(包括亞洲山系)對西風帶的動力擾動的絕對值比洛磯山為大。

5. 由於沒有計入摩擦作用，槽的數目比實況多了一個，同時槽脊綫的位相向上都是成垂直的。因此在討論常定問題時，摩擦作用是相當重要的。

致謝：在本文工作過程中，葉篤正、顧震潮二位教授給予了熱忱的指導與鼓勵，文信和薛永瞻二位同志協助了數值計算，作者向他們表示深切的感謝。

### 參 考 文 獻

- [1] 葉篤正，西藏高原對大氣環流的季節變化，氣象學報，**22** (1952)，33—47。
- [2] 顧震潮，西藏高原對東亞環流的動力影響和它的重要性，中國科學，**2** (1951)，283—303。
- [3] Charney, J. G. and A. Eliassen., A numerical method for predicting the perturbations of the middle latitude westerlies, *Tellus*, **1** (1949), 38—54.
- [4] Bolin, B., On the influence of the earth's orography on the general character of westerlies, *Tellus*, **2** (1950), 184—195.
- [5] Мусаелян, Ш. А., Пространственная задача обтекания неровностей земной поверхности с учетом сферичности земли. *ДАН СССР*, **103** (1955), 815—818.
- [6] 朱抱真，大尺度熱源、熱匯和地形對西風帶的常定擾動(二)，氣象學報，**28** (1957)，198—224。
- [7] Murakami, The topographical effect upon stationary upper flow patterns, *Paper in Meteo. and Geophy.*, **7** (1956), 69—89.
- [8] Steward, H. J., A theory of the effect of obstacles on the waves in westerlies, *J. Meteo.*, **5** (1948), 236—238.
- [9] Gambo, K., The topographical effect upon the jet stream in the westerlies, *J. Meteo. Soc. Japan*, **34** (1956), 3.
- [10] Charney, J. G., The dynamics of long waves in a baroclinic westerly current. *J. Meteo.*, **4** (1947), 125—162.
- [11] 葉篤正，小地形對氣流的影響(綜合報告)，氣象學報，**27** (1956)，243—262。
- [12] Smagorinsky, J., The dynamical influence of large-scale heat sources and sinks on the quasi-stationary mean motion of atmosphere. *Q. J. Roy. Meteo. Soc.*, **79** (1953), 342—366.

ON THE DYNAMICS OF OROGRAPHICALLY PRODUCED  
FINITE PERTURBATIONS IN A BAROCLINIC  
WESTERLIES

CHAO JIH-PING

*(Institute of Geophysics and Meteorology, Academia Sinica)*

ABSTRACT

It is shown that the large-scale orographically produced perturbations in a frictionless, adiabatic and baroclinic atmosphere can be described by a three dimensional Helmholtz's differential equation.

The perturbations of westerlies due to the Tibetan Plateau and Rocky Mountains are computed. The numerical results shows that the positions of troughs and ridges in the westerlies are well in agreement with the observation, but there is discrepancy in intensity. Further that the perturbations are damped rapidly with increasing height.