

考慮地形運動學邊界條件的斜壓大氣發展傾向計算*

紀立人 趙明哲** 顧震潮

(中國科學院地球物理研究所)

提 要

本文討論在大範圍高空溫壓場的斜壓發展短期數值預報中考慮地形運動學邊界條件的具體方法，並用張弛法計算了二個實例的高度傾向。計算結果說明在天山阿爾泰山一帶地形變高在 700mb 上可以大到 70—80 米/24 小時，下層更大，是需要考慮的。但是由於地面風決定的困難，還需要考慮改進模式，在高速電子數學計算機上大量試驗，才能在日常預報中使用。

一. 問 題

在大範圍高空溫壓場斜壓發展的數值預報中考慮地形影響應該是很必要的。這邊界會有種種的影響^[1, 2]，其中最明顯的是地形運動學邊界條件的影響。在這問題上 Белоусов 及 Быков^[3]曾在一層模式(500 mb)考慮了地形運動學邊界條件而作過數值預報，但是對於斜壓大氣來說，除了對小範圍地形^[4]以外還沒有考慮地形運動學邊界條件的試驗。我們過去^[5]曾對天山阿爾泰山地形對西風的斜壓擾動作了簡單的計算，在本文中我們將進一步作一些實例的高度傾向計算，以了解地形影響程度和實際處理的問題。由於我國地形條件的複雜，這種計算更是值得做的。

二. 模式及計算方法

我們取準地轉模式，其中渦度方程和熱力學第一定律各是

$$\nabla^2 \tau = J(\eta, \phi) + f^2 \omega_p, \quad (1.1)$$

$$\tau_p = \frac{1}{f} J(\phi_p, \phi) - \sigma \omega. \quad (1.2)$$

邊界條件是：

$$\text{地面上} \quad \omega = \omega_0, \quad (1.3)$$

$$p = 0 \text{ 上} \quad \omega = 0, \quad (1.4)$$

$$\text{網格的水平邊界上取} \quad \omega = 0, \quad \tau = 0. \quad (1.5)$$

由地形等高綫圍成的水平邊界上：

$$\omega = \omega_0, \quad \tau_p = -\sigma \omega. \quad (1.6)$$

符號意義如通常所用^[5, 6]，由於問題是綫性的，因此取 $\tau = \tau^* + \tilde{\tau}$ ， $\omega = \omega^* + \tilde{\omega}$ ，其中帶“*”的量 and 帶“~”的量分別代表不考慮地形運動學邊界條件影響時的溫壓場發展和地形擾動量。那末

* 1958 年 4 月 21 日收到。

** 趙同志的部分是在北京大學氣象專業時的畢業論文工作。

$$\nabla^2 \tau^* = J(\eta, \phi) + f^2 \omega_p^*, \quad (2.1)$$

$$\tau_p^* = \frac{1}{f} J(\phi_p, \phi) - \sigma \omega^*; \quad (2.2)$$

地面上 $\omega^* = 0, \quad (2.3)$

$p = 0$ 上 $\omega^* = 0; \quad (2.4)$

水平邊界上 $\omega^* = 0, \quad \tau^* = 0. \quad (2.5)$

$$\nabla^2 \bar{\tau} = f^2 \bar{\omega}_p, \quad (3.1)$$

$$\bar{\tau}_p = -\sigma \bar{\omega}; \quad (3.2)$$

地面上 $\bar{\omega} = \omega_0, \quad (3.3)$

$p = 0$ 上 $\bar{\omega} = 0; \quad (3.4)$

網格的水平邊界上 $\bar{\omega} = 0, \quad \bar{\tau} = 0. \quad (3.5)$

由地形等高綫圍成的水平邊界上 $\bar{\omega} = \omega_0, \quad \bar{\tau}_p = -\sigma \bar{\omega}. \quad (3.6)$

要解方程(3),我們先由 $\bar{\omega}$ 的方程求 $\bar{\omega}$,

$$\nabla^2 \bar{\omega} + \frac{f^2}{\sigma} \bar{\omega}_{pp} = 0; \quad (4.1)$$

地面($p = p_0$, 但 p_0 不是常數)上

$$\bar{\omega} = \omega_0 = v_0 \cdot \nabla p_0; \quad (4.2)$$

$p = 0$ 上及網格水平邊界上

$$\bar{\omega} = 0. \quad (4.3)$$

取水平格距 $\Delta x = \Delta y = \mu$, 垂直格距 $\Delta p = v/2$, 並取 $\alpha \equiv f^2 \mu^2 / \sigma v^2 = 1$, (4.1) 的差分式^{*} 成爲

$$\bar{\omega}_{i+1jk} + \bar{\omega}_{i-1jk} + \bar{\omega}_{ij+1k} + \bar{\omega}_{ij-1k} + \bar{\omega}_{ijk+1} + \bar{\omega}_{ijk-1} - 6\bar{\omega}_{ijk} = 0. \quad (5)$$

由於地形的存在, 水平網格與垂直網格都可能有不規則邊界. 對於上下四方網格不整的點(圖 1)上(4.1)要寫成^[7]

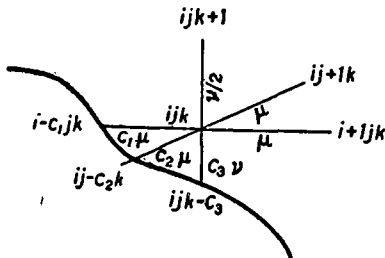


圖 1. 三維不等距網格

$$\frac{1}{1+c_1} \bar{\omega}_{i+1jk} + \frac{1}{(1+c_1)c_1} \bar{\omega}_{i-c_1jk} + \frac{1}{1+c_2} \bar{\omega}_{ij+1k} + \frac{1}{(1+c_2)c_2} \bar{\omega}_{ij-c_2k} + \frac{1}{1+c_3} \bar{\omega}_{ijk+1} + \frac{1}{(1+c_3)c_3} \bar{\omega}_{ijk-c_3} - \left(\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} + \frac{1}{c_3}\right) \bar{\omega}_{ijk}. \quad (5')$$

由此可對三維網格用張弛法求解 $\bar{\omega}$. $\bar{\omega}$ 求出後 $\bar{\omega}_p$ 的中央差分式(地形邊界上仍用不等距的差分式)也可求出, 我們就可用方程(3.1)及條件(3.2), (3.5), (3.6)一起從上到下逐層用二維的張弛法求出 $\bar{\tau}$. 注意這時候在由地形等高綫圍成的水平邊界上也要用不規則網格上的 $\bar{\omega}_p$ 差分與 $\nabla^2 \tau$ 差分. 爲減少誤差起見, 所有這些差分中各個 $c < 0.3$ 時就向內縮進一格使 $0.3 \leq c \leq 1.2$.

求 ω^* 時我們取三層模式. 令 $\omega_8^* = \omega_6^* / 2$ (8 指 800 mb 的, 餘仿此), 而 $\omega_2^* = 0$, 爲計算簡單起見, 對於我們現在的目的, 我們假定在 300 mb 上實況 $\tau_3 = \tau_3^* + \bar{\tau}_3$, 實際上 $\bar{\tau}_3$ 很小, 這等於假定實況 $\tau_3 = \tau_3^*$. 那末

$$\Delta \tau_5^* - (\alpha_4 + \alpha_6) \tau_5^* = J(\eta_5, \phi_5) + \alpha_6 \beta J(\phi_5, \phi_7^5) - \alpha_4 \beta J(\phi_5, \phi_5^3) - \alpha_4 \tau_3^* - \alpha_6 \tau_7^*, \quad (6.1)$$

$$\Delta \tau_7^* - \frac{\alpha_6}{2} \tau_7^* = J(\eta_7, \phi_7) + \frac{\alpha_6}{2} \beta J(\phi_5, \phi_7^5) - \frac{\alpha_6}{2} \tau_5^*, \quad (6.2)$$

* 地圖放大係數的變化這裏不考慮, 因爲對我們所用的地圖投影及地區, 它變化很小.

其中 $\beta = (m^2/\mu^2 f)_{ij}$.

τ_5^* , τ_7^* 求出後與 $\bar{\tau}_5$, $\bar{\tau}_7$ 比較再與實際的 τ_5 , τ_7 對照一下，我們可以看出 $\bar{\tau}_5$, $\bar{\tau}_7$ 的相對大小，以及是否改進計算。

我們實際計算了二個例子，在兩個例子中都取 $\mu = 400 \text{ km}$, $\nu = 200 \text{ mb}$. 先求 $\tilde{\omega}_8$, $\tilde{\omega}_6$, $\tilde{\omega}_4$, $\tilde{\omega}_2$ 及 $\bar{\tau}_3$, $\bar{\tau}_5$, $\bar{\tau}_7$, $\bar{\tau}_9$, 再求 τ_5^* , τ_7^* . 在第一個例子求 τ^* 時取 $\alpha_4 = 1$, $\alpha_6 = 2$, $\beta = 0.5/\text{十位勢米}$. 求 ω_0 時地面風取地轉風的一半(方向不變). 第二個例子取 $\sigma_4 = 2.5$, $\sigma_6 = 2 (\alpha_4 \sim 0.8, \alpha_6 \sim 1)^{**}$, β 取各點實際值. 求 ω_0 時地面風速取地轉風的一半，方向偏向低壓一邊 20° . 求 $\tilde{\omega}$ 時都用 $\alpha = 1$, 地轉風取的都是離地面最近的主要等壓面(1000 mb, 850 mb 等)上的值. 地面氣壓按 300 km^2 中地形高度的平均值依國際標準大氣換算得來. 在求 τ^* 時 700 mb 圖伸入地下部分仍然作了分析，因此(6)式左邊各量仍照普通網格一樣來求. 不過考慮到 700 mb 上已有水平的地形邊界，可在鄰近邊界的點上按四邊格距的不同作(6)式右邊各項的不等距差分並沒有困難. 不過這時水平邊界離預報區域更近，水平邊界上取 $\tau^* = 0$ 不合適而必須像求 $\bar{\tau}$ 那樣，先求 ω^* 再用 $\tau_p^* = -\sigma\omega^* + \frac{1}{f} J(\phi_p, \phi)$ 由上而下逐層求出水平地形邊界上的 τ^* 值才行。

三. 實 例

我們進行了兩個傾向計算，所選的區域都在天山阿爾泰山地區. 一個例子中有一個低槽到天山阿爾泰山的西北方迅速減弱，另一個例子中有一個高壓脊迅速在天山阿爾泰山前形成. 這種過程在這地區還是比較常見的。

由於計算的困難，我們只計算高度傾向，在核對時由這時間前後共 24 小時內的變高來和它核對。

例一：1957 年 1 月 25—27 日(圖 2—4)一個比較大的高空槽由烏拉爾區移來. 它

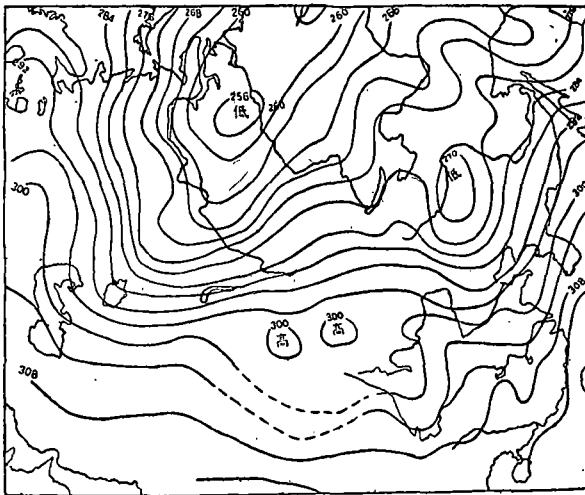


圖 2. 1957 年 1 月 25 日 15 時 700 mb 圖(高度值, 單位十米)

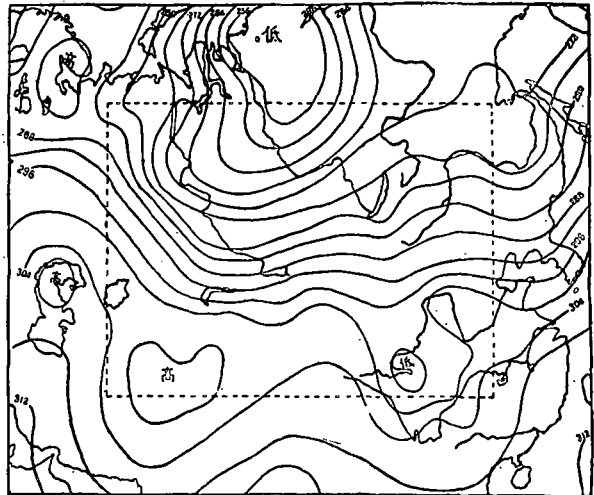


圖 3. 1957 年 1 月 26 日 15 時 700 mb 圖

* 這邊 $\alpha_6 = 2$ 與求 $\tilde{\omega}$ 時取 $\alpha = 1$ 略有不一致。

** 因為考慮了 f^2/m^2 的變化. 其實這變化比 σ 的變化小得多, 不一定要考慮。

的南半部分在移近天山阿爾泰山的時候就很快地減弱。在 850 mb 上及 850 mb 以下(圖略)甚至還形成一個小高壓。

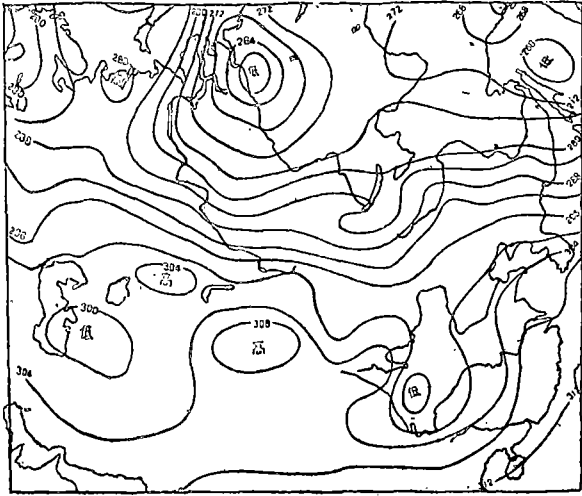


圖 4. 1957 年 1 月 27 日 15 時 700 mb 圖

地形影響。

我們這邊把 700 mb 上的變高作一個具體比較。從 26 日(03)到 27 日(03) 700 mb 上的 24 小時變高實況(圖 5)來看,在巴爾喀什湖西北裏海東北的區域有一個 160 米的正變高中心。貝加爾湖東岸有一個中心 10 米的小小負變高區。計算求出不考慮地形影響的 700 mb 變高(圖略)在裏海東北巴爾喀什湖西北是一個 80 米的正變高中心,在鄂畢河下游有一個 120 米的正變高中心,在抗愛山一帶又是一個 40 米的正變高中心,而新疆北部却是一個 80 米的負變高中心,並且從新疆到鄂畢河中游都是負變高區。因此與 700 mb 的實際變高差異還不小。計算地形擾動說明在貝加爾湖以西它都造成正變高區,在裏海東北形成最大到 70 米的中心(圖 6)。因此,在考慮了地形變高以後,總的變高(圖 7)就有很大的改進。這可以說明在這個例子中天山阿爾泰山的地形擾動和這個低槽的減弱與下層小高壓或高壓脊的生成可能是地形運動學邊界條件的結果。在下層,如 850 mb 上這種影響必然很大。

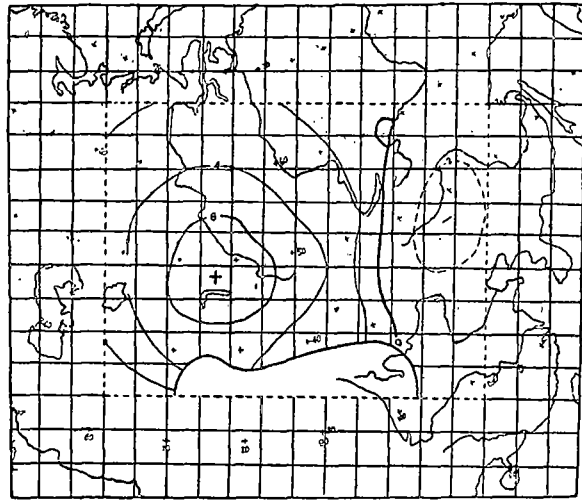


圖 5. 1957 年 1 月 26 日 03 時到 27 日 03 時 700 mb 變高實況(單位:十米)

例二: 1957 年 4 月 5—6 日(圖 8—10)也有一個低槽由烏拉爾西側向天山阿爾泰山區移來。與例一不同的是低槽更狹長一些,而槽前氣流與地形等高綫的交角却更爲小一些。在移近山區時下層中的高壓發展得比較強,在高空也形成高壓脊。

* 各層數據見中央氣象科學研究所歷史天氣圖(圖略)。

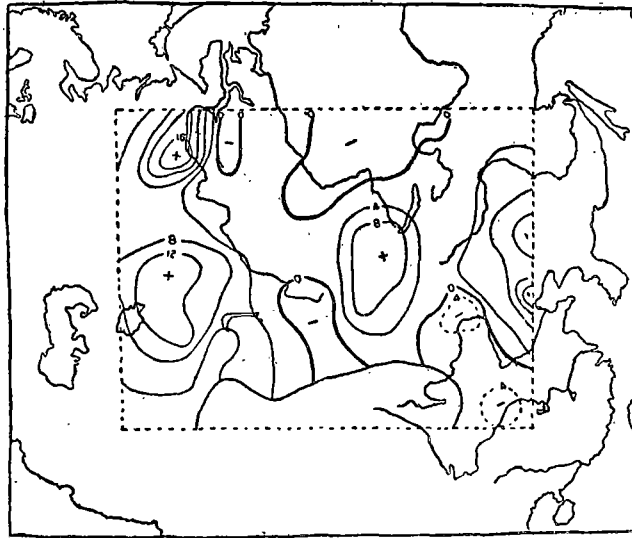


圖 6. 1957 年 1 月 26 日 15 時 700 mb 算得地形擾動傾向(10 米/24 小時)

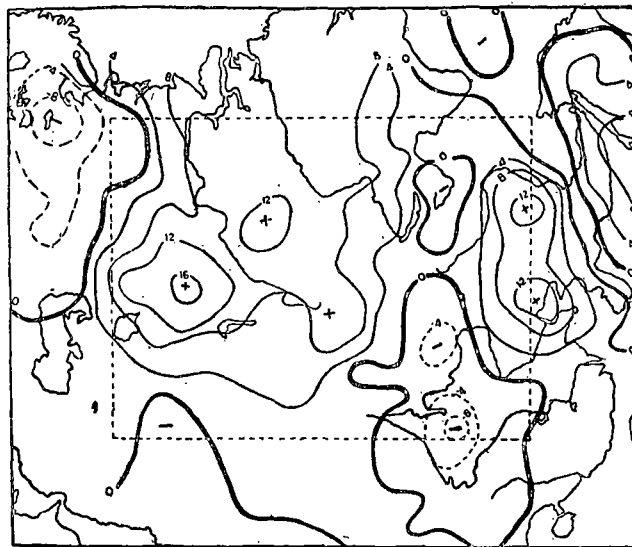


圖 7. 1957 年 1 月 26 日 15 時 700 mb 算得傾向總值(10 米/24 小時)

我們用 5 日(12)的數據來計算 5 日(12)前後的高度傾向。網格位置見圖 13。我們仍看 700 mb 上的變高作比較對象。從 5 日(00)到 6 日(00) 700 mb 上 24 小時變高實況(圖 11)來看，主要的正變高區也在裏海東北與巴爾喀什湖西北，中心 80 米(500 mb 及 850 mb 上情況相似，但中心強度各到 120 米及 160 米)。計算所得不考慮地形影響時 700 mb 上的變高分佈(圖 12)主要正變高中心位置也在裏海東北，但強度達到 120 米，已經比實況更大，而山前的地形擾動產生正變高。因此，把 700 mb 地形變高(圖 13)加上以後，結果就只有更壞一些。

爲了看看 700 mb 計算是否合適，並且進一步查看 850 mb 上的變高，我們取一個四層模式來求 τ^* ，

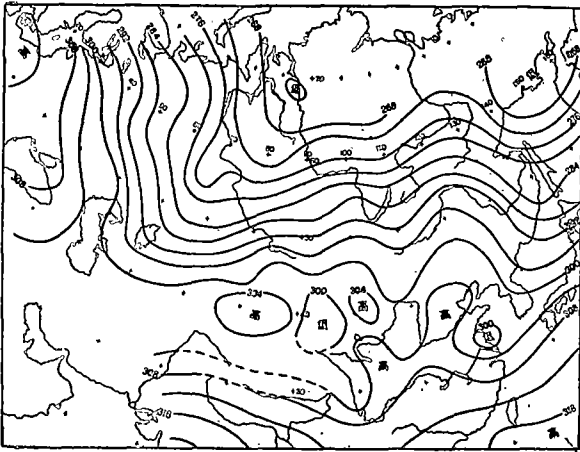


圖 8. 1957 年 4 月 5 日 03 時 700 mb 圖

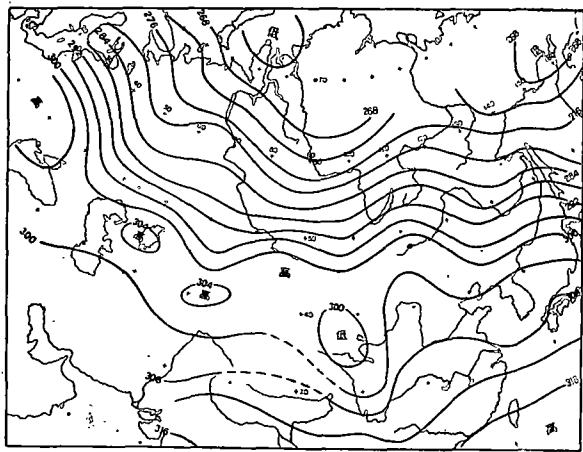


圖 9. 1957 年 4 月 5 日 15 時 700 mb 圖

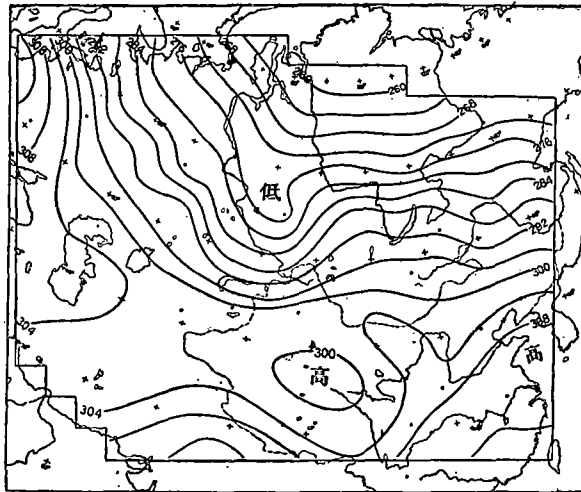


圖 10. 1957 年 4 月 6 日 03 時 700 mb 圖

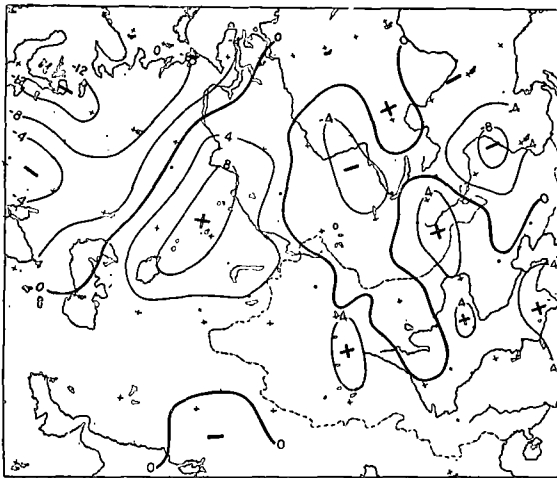


圖 11. 1957 年 4 月 5 日 03 時到 6 日 03 時 700 mb 變高實況

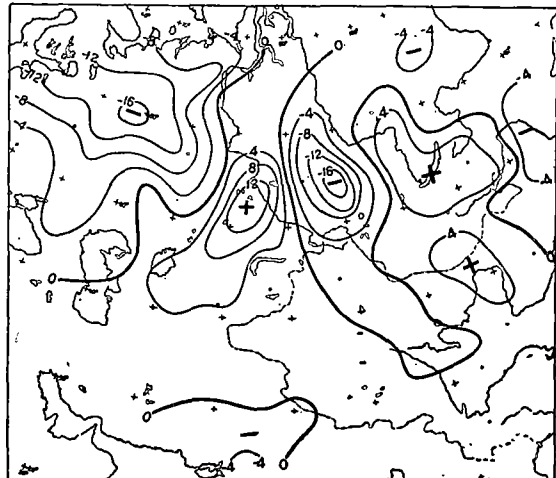


圖 12. 1957 年 4 月 5 日 15 時 700 mb 算得傾向(不考慮地形擾動,三層模式)

$$\Delta\tau_5^* - \alpha_4(\tau_3^* - \tau_5^*) + \alpha_6(\tau_7^* - \tau_5^*) = J(\eta_5, \phi_5) - \alpha_4\beta J(\phi_5, \phi_5^3) + \alpha_6\beta J(\phi_7, \phi_5^3), \quad (7.1)$$

$$\Delta\tau_7^* - \frac{4}{3}\alpha_8(\tau_{8.5}^* - \tau_7^*) + \alpha_6(\tau_5^* - \tau_7^*) = J(\eta_7, \phi_7) - \alpha_6\beta J(\phi_7, \phi_7^3) + \frac{4}{3}\alpha_8\beta J(\phi_7, \phi_{8.5}^3), \quad (7.2)$$

$$\Delta\tau_{8.5}^* + \frac{4}{3}\alpha_{8.5}(\tau_7^* - \tau_{8.5}^*) = J(\eta_{8.5}, \phi_{8.5}) - \frac{4}{3}\alpha_{8.5}\beta J(\phi_{8.5}, \phi_{8.5}^3). \quad (7.3)$$

同樣，已經假定實況 $\tau_3 = \tau_3^* + \bar{\tau}_3$ ，故 τ^* 已知，又 $\omega_2^* = \omega_{9.75}^* = 0$ ， $\omega_{7.75}^* = \omega_8^*$ ， $(\partial\omega^*/\partial p)_{8.5} = (\partial\omega^*/\partial p)_{8.75}$ 。注意下層二格的垂直格距與上層不同。實際計算中取 $\sigma_4 = 2.5$ ， $\sigma_6 = \sigma_8 = 2$ 。

計算結果說明，700 mb 上與 τ^* 相當的變高（圖 14）比原來的計算要接近實例得多。但是地形擾動變高看來也並不需要加上去。

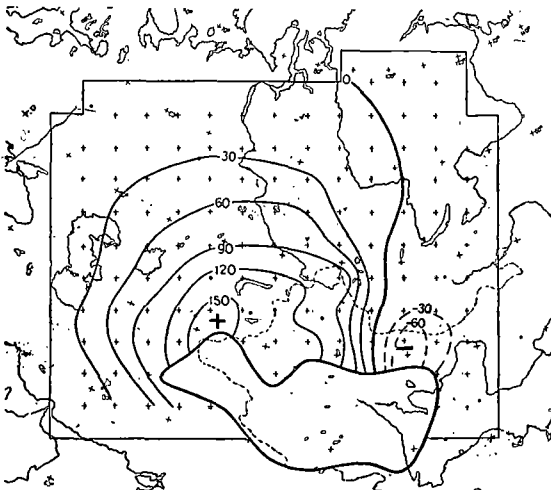


圖 13. 1957 年 4 月 5 日 15 時 700 mb 算得地形擾動傾向

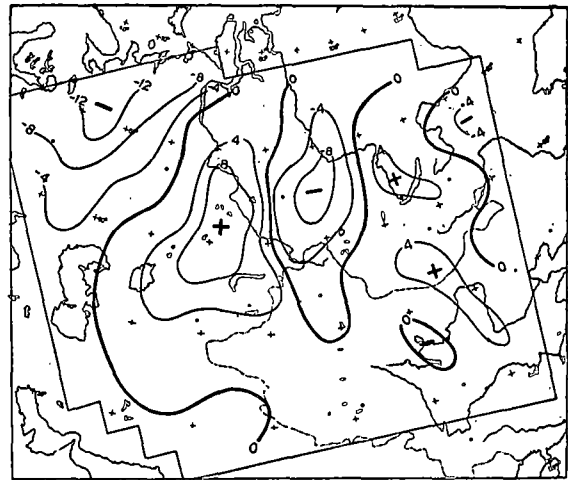


圖 14. 1957 年 4 月 5 日 15 時 700 mb 算得傾向
(不考慮地形擾動，四層模式)

另一方面，我們看到在這個例子中各高度上 τ^* 相當的變高與變高實況的差異並非隨高度向上減小。差值分佈也各有不同。850 mb 上在巴爾喀什湖西北裏海東北差數有 120 米的中心，在 700 mb 上在裏海以北，北緯 55° 的地方有 40 米的中心，而 500 mb 上在巴爾喀什湖北岸上有 120 米的中心（圖均略）。這是不能由大地形擾動（邊界條件）來解釋的。無怪乎在 850 mb 上如果考慮 $\bar{\tau}$ ，結果就更壞一些。

這樣看來，雖然傾向計算結果用 24 小時變高來比較不是怎樣可靠的辦法，在這例子中我們大致可以了解，山前上坡運動沒有起作用。這山前高壓的加強與地形擾動無關。顯然，說地形本身這因素不起作用是不可能的，因為在許多的研究（如 [3]，[8]）中已證明它是有影響的。但是問題是在邊界上的 ω_0 如何決定。而這決定於上坡的分速的取法。由於地形的存在，近地面層中顯然不是地轉風^{*}，而與穩定度、摩擦、坡度本身和坡度變化等等有複雜的相互關係。而我們一般的取法都會使 $\bar{\omega}$ 失之太大。在上面的例子中氣流與山脈的交角本來不太大。實際風稍為比地轉風偏轉得大一些（ $> 20^\circ$ ）就會使 $\bar{\omega}$ 減小很多，而運動學邊界條件造成的地形擾動因而也要減少很多。根據計算經驗在坡度很大的地方，例如西藏高原南坡，風速爬坡分量稍為差一些，影響更大，這問題就尤其嚴重。

另外對於計算 τ^* 也要加以改進。在我們的計算中為了計算方便，使用了地面高度超過 700 mb 高度的區域中仍用了虛假的 700 mb 分析。因此像圖 12 阿爾泰山北邊出現了

* [3] 中考慮的是山不太大，故最後仍是準地轉的。

80 米的中心。當然，在求 τ^* 時採用 80 米的中心。當然，如前面所說，在求 τ^* 時採用地形實際邊界並用不等距差分來求 v , $\nabla^2\phi$, $J(\eta, \phi)$ 等量，這缺點是可以避免的。

四. 結 尾

根據上面的實例計算，我們可以初步的認為地形擾動是需要考慮的。但是地形邊界條件所需要的實際風如何估計影響很大。因此這方面的困難應先予解決。

在理論方面，這是非地轉風場的預報問題。因為我們不但要把地面層裏的風表達出來，並且在時間逐次前推的時候，還得知道下一個時間的地面層風（摩擦等的考慮見[9]）。此外，像考慮鋒面存在^[9]時那樣，方程式中有些項的量級也還要重新加以考慮。

在實踐方面，我們需要作更多的分析統計。由此了解在東亞高原上及高原四周實際地面層風與高空地轉風有什麼關係。還得了解地形擾動的實際情況。因為地形影響的實際情況還沒有充分的揭露，最近的一些研究^[10]說明高原對天氣系統影響的實際情況比日常工作中得到的印象還要複雜些。如何由理論、實踐兩方面總結提高，得到一個適合於正式使用的、考慮到地形影響的模式還是需要大量工作來解決的問題。

參 考 文 獻

- [1] 顧震潮：氣象學報，26 (1955)，295—327.
- [2] 顧震潮：科學通報，1956 年 8 月號，35—42.
- [3] Белоусов, С. Л. и В. В. Быков, *Изв. АН СССР, сер. геоф.* № 2(1957), 1142—1153.
- [4] Gambo, K. (岸保勘三郎), *et al.*, *J. Met. Soc. Japan*, 34 (1956), 254—265.
- [5] 顧震潮、陳雄山：科學通報，1957 年，378—379.
- [6] 顧震潮、鼎章、巢紀平：氣象學報，28 (1957)，141—156.
- [7] Allen, D. N. de G., *Relaxation Methods*, MacGraw-Hill Co., New York, 1954, 共 257 頁.
- [8] 周曉平、顧震潮：氣象學報，29 (1958) 99—103.
- [9] Кибель, И. А., *Введение в гидродинамические методы краткосрочного прогноза погоды*, Изд. Тех-теор. литер., Москва, 1957, 共 375 頁.
- [10] 楊錫初、汪關成、李玉蘭：高空西風帶環流系統經過西藏高原北緣時的變化狀況(尚未發表).

TENDENCY COMPUTATIONS FOR BAROCLINIC DEVELOPMENT UNDER KINEMATIC BOUNDARY CONDITION OF EARTH'S TOPOGRAPHY

CHIH LI-JEN, CHAO MING-TZE* and KOO CHEN-CHAO
(*Institute of Geophysics and Meteorology, Academia Sinica*)

ABSTRACT

The computation method for the baroclinic large-scale development under the kinematic boundary condition of earth's topography is considered. Two tendency computations of development over Tianshan-Altai region are completed with relaxation technique. The results show that over Tianshan-Altai region the orographical disturbance may reach as large as 70—80m/24hr on 700mb and 100m/24hr on 900mb level. Thus the orographical influence is of importance over that area. However, owing to the difficulty in the proper selection of surface wind used in the present model, it is suggested that the boundary condition should be re-formulated.

* Chao completed his part of the work at Peking University.