

## 大气中的适应过程和发展过程(二)\*

### 非綫性問題

曾慶存

(中国科学院地球物理研究所)

在第四节中我們已經得到了正压大气运动方程的积分—微分方程型的解答, 并且可以表为反映初始扰动效应部分  $h_I, u_I, v_I$  和反映出非綫性效应的部分  $h_{II}, u_{II}, v_{II}$  之和:

$$h = h_I + h_{II}, \quad u = u_I + u_{II}, \quad v = v_I + v_{II}.$$

并且

$$h = h_I + \left\{ -\frac{1}{2\pi\Gamma^2} \iint_{r < \Gamma t} \int_0^{t-r/\Gamma} [lB_{\Omega T}] \tilde{K}_0(r, t-t') dt' dx' dy' + \frac{1}{2\pi\Gamma^2} \iint_{r < \Gamma t} \int_0^{t-r/\Gamma} [B_h] \frac{\partial \tilde{K}_0(r, t-t')}{\partial t'} dt' dx' dy' \right\}, \quad (34)$$

$$u = u_I + \left\{ \frac{1}{2\pi\Gamma^2} \frac{\partial}{\partial y} \iint_{r < \Gamma t} \int_0^{t-r/\Gamma} [B_{\Omega T}] \tilde{K}_0(r, t-t') dt' dx' dy' + \frac{1}{2\pi\Gamma^2} \iint_{r < \Gamma t} \int_0^{t-r/\Gamma} [B_u] \frac{\partial \tilde{K}_0(r, t-t')}{\partial t'} dt' dx' dy' \right\}, \quad (35)$$

$$v = v_I + \left\{ \frac{-1}{2\pi\Gamma^2} \frac{\partial}{\partial x} \iint_{r < \Gamma t} \int_0^{t-r/\Gamma} [B_{\Omega T}] \tilde{K}_0(r, t-t') dt' dx' dy' + \frac{1}{2\pi\Gamma^2} \iint_{r < \Gamma t} \int_0^{t-r/\Gamma} [B_v] \frac{\partial \tilde{K}_0(r, t-t')}{\partial t'} dt' dx' dy' \right\}, \quad (36)$$

$$h_I = \frac{1}{2\pi\Gamma^2} l \iint_{r < \Gamma t} [-\Gamma^2 \Delta \psi_0 + lh_0] \tilde{K}_0(r, t) dx' dy' + \frac{1}{2\pi\Gamma^2} \frac{\partial}{\partial t} \iint_{r < \Gamma t} \left\{ [-\Gamma^2 \Delta \chi_0 + (A_3)_0] \tilde{K}_0(r, t) + h_0 \frac{\partial \tilde{K}_0(r, t)}{\partial t} \right\} dx' dy', \quad (39)$$

等等, 以及:

$$\tilde{K}_0(r, t) = \int_0^{\sqrt{(\Gamma t/r)^2 - 1}} \frac{\cos\left(\frac{l}{\Gamma} r \lambda\right)}{\sqrt{\lambda^2 + 1}} d\lambda; \quad \frac{\partial \tilde{K}_0}{\partial t} = l \frac{\cos \sqrt{(lt)^2 - \left(\frac{l}{\Gamma} r\right)^2}}{\sqrt{(lt)^2 - \left(\frac{l}{\Gamma} r\right)^2}}. \quad (32)'$$

在第五节中已經分析了  $h_I, u_I, v_I$ . 得到初始扰动的效应是使得場向地轉关系适应. 故在一般的非綫性問題中是否有适应过程以及发展过程的特性等問題便归結为对  $h_{II}, u_{II},$

\* 本文第一部分刊登于本刊 33 卷 2 期 163—174 頁。

$v_{II}$  的分析上。

### 六、在非綫性情况下运动的地轉适应过程和发展过程 以及发展过程的准地轉性

#### 1. 地轉部分和非地轉部分的特性

从 (34)–(36) 可見, 由广义位涡度平流  $B_{\partial T}$  所决定的部分滿足地轉关系, 而由  $B_h$ ,  $B_u$  及  $B_v$  决定的部分則代表运动的非地轉部分。对应于地轉部分的格林函数是  $\tilde{K}_0(r, t - t')$ , 而对应于非地轉部分的格林函数是  $\frac{\partial \tilde{K}_0(r, t - t')}{\partial t'}$ 。图 1 及图 2 給出格林函数的变化和分布。函数  $\tilde{K}_0$  在  $r = 0$  附近达最大值 ( $\lim_{r \rightarrow 0} \tilde{K}_0 \rightarrow \infty$ ), 它圍繞  $K_0\left(\frac{l}{\Gamma} r\right)$  上下摆动, 但一直保持正值(当  $r$  很小时)。这說明  $B_{\partial T}$  带来正的貢獻, 而地轉部分朝着某一比較确定的方向相对緩慢地演变。相反, 函数  $\frac{\partial \tilde{K}_0}{\partial t'}$  在  $r = \Gamma(t - t')$  附近达最大值 ( $\lim_{t-t' \rightarrow r/\Gamma} \frac{\partial \tilde{K}_0}{\partial t'} \rightarrow \infty$ ), 但  $\frac{\partial \tilde{K}_0}{\partial t'}$  在零附近上下摆动。且由 (32)' 式可見, 其周期約为  $\frac{2\pi}{l}$ 。故  $B_h$ ,  $B_u$ ,  $B_v$  的貢獻是可变号的振动, 非地轉部分具有特征時間长度很小的重力慣性波型的性質(“气象噪音”)。故在一般情况下, 場的非綫性使得过程沿某一定的方向发展, 且滿足地轉关系; 同时还激发出环繞着这基本方向的周期很短的非地轉振动。

#### 2. 地轉部分和非地轉部分的量級分析以及发展过程的准地轉性

在第五节已經看到, 綫性部分或初始扰动的效应是使得經過較長時間之后气压場与风場趋向地轉平衡。因此在一般非綫性情况下, 运动的准地轉性問題就归結为对非綫性效应的分析上。

考虑到  $\tilde{K}_0$  当  $r$  很小时为正, 并且此时有最大值, 故对  $t'$  积分时可应用中值定理抽出平均值  $B_{\partial T}^*$ 。另方面, 未必在所有地方和任何时刻  $\frac{\partial \tilde{K}_0}{\partial t'}$  同  $B_h$ ,  $B_u$  及  $B_v$  都有正(或負)相关, 故对  $t'$  积分时抽出平均值  $B_h^*$ ,  $B_u^*$ ,  $B_v^*$  不致低估它的量級<sup>1)</sup>。这样, 近似地有

$$\left. \begin{aligned} h_{II} &\approx \frac{1}{2\pi\Gamma^2} l \iint_{r \leq \Gamma t} [-B_{\partial T}^*] T(r, t) dx' dy' - \frac{1}{2\pi\Gamma^2} \iint_{r \leq \Gamma t} [B_h^*] \tilde{K}_0(r, t) dx' dy', \\ u_{II} &\approx \frac{1}{2\pi\Gamma^2} \frac{\partial}{\partial y} \iint_{r \leq \Gamma t} [-B_{\partial T}^*] T(r, t) dx' dy' - \frac{1}{2\pi\Gamma^2} \iint_{r \leq \Gamma t} [B_u^*] \tilde{K}_0(r, t) dx' dy', \\ v_{II} &\approx \frac{1}{2\pi\Gamma^2} \frac{\partial}{\partial x} \iint_{r \leq \Gamma t} [-B_{\partial T}^*] T(r, t) dx' dy' - \frac{1}{2\pi\Gamma^2} \iint_{r \leq \Gamma t} [B_v^*] \tilde{K}_0(r, t) dx' dy'. \end{aligned} \right\} (46)$$

1) 也可以直接对地轉部分与非地轉部分的絕對值进行估計, 这时就完全可以应用中值定理。例如有  $\left| \frac{1}{2\pi\Gamma^2} \iint_{r \leq \Gamma t} \int_0^{t-r/\Gamma} B_h \frac{\partial \tilde{K}_0}{\partial t'} dt' dx' dy' \right| \leq \frac{1}{2\pi\Gamma^2} \iint_{r \leq \Gamma t} \int_0^{t-r/\Gamma} |B_h| \cdot \left| \frac{\partial \tilde{K}_0}{\partial t'} \right| dt' dx' dy' = \frac{1}{2\pi\Gamma^2} \iint_{r \leq \Gamma t} |B_h| * \tilde{T}(r, t) dx' dy'$ , 其中  $\tilde{T}(r, t) = \int_0^{t-r/\Gamma} \left| \frac{\partial \tilde{K}_0}{\partial t'} \right| dt'$ 。由图(1)可見, 由函数  $\left| \frac{\partial \tilde{K}_0}{\partial t'} \right|$  与横坐标所围成的面积比由  $\tilde{K}_0(r, t - t')$  所围成的面积当  $t \gg l^{-1}$  时要小得多, 这样, 当  $t \gg l^{-1}$  时  $|\tilde{T}| \ll |T|$  仍成立, 我們的結論仍然正确。

其中

$$T(r, t) = \int_0^{t-r/l} \tilde{K}_0(r, t-t') dt' = t\tilde{K}_0(r, t) - \frac{1}{l} \sin \sqrt{(lt)^2 - \left(\frac{l}{\Gamma} r\right)^2}. \quad (47)$$

当  $r$  很小时(那时  $T$  及  $\tilde{K}_0$  有最大值)和当  $t$  足够大时 ( $t \gg l^{-1}$ ), 我们有(参看图 1.)

$$T(r, t) \approx t\tilde{K}_0(r, t), \quad (48)$$

及

$$|lT(r, t)| \gg |\tilde{K}_0(r, t)|. \quad (49)$$

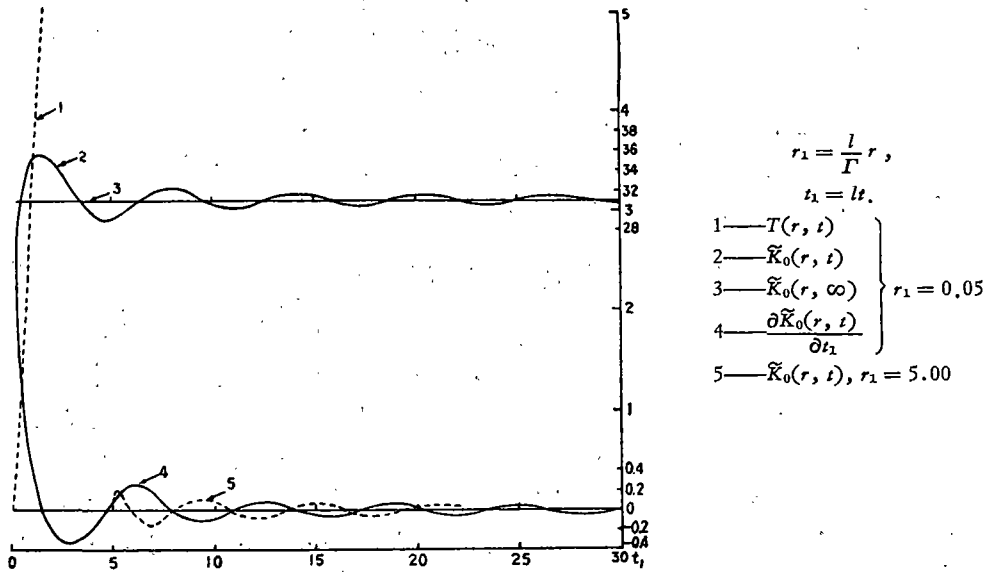


图 1 格林函数随时间的变化

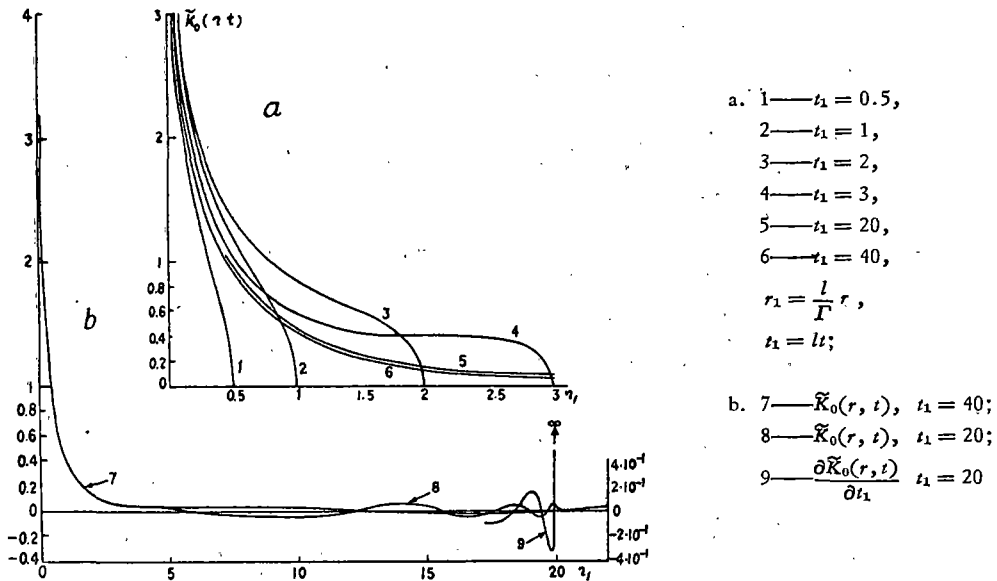


图 2 格林函数沿距离的变化

注意到影响最大的是  $r = 0$  附近的扰动源; 同时  $B_{\Omega T}$  与  $B_h$  等的量级一般说来不致相差很大. ( $B_{\Omega T}$  代表广义位涡度平流, 而  $B_h$  中含有项  $\Gamma^2 \left( \frac{\partial A_1}{\partial x} + \frac{\partial A_2}{\partial y} \right)$ , 它代表广义散度平流. 如 §.3. 所述, 大气运动总是有旋的, 故一般没有理由认为涡度比散度小一量级). 则由此可见, 在足够长的时段  $t (t \gg l^{-1})$  内, 非线性的总效果是导致使地转运动部分占优势. 而从这种意义上说, 发展过程是准地转地进行着的.

### 3. 发展过程与适应过程

由以上的分析可见, 场的非线性 (场在空间分布的不均匀性) 是不断产生非地转运动的源; 强烈的局地平流可以产生强烈的局地非地转运动. 但所产生出来的非地转运动却又受柯氏力的作用而不断地向地转关系调整. 亦即在一般的非线性情况下, 进行着地转适应过程, 但场永远不会被完全适应.

与此同时, 场的非线性导致场沿某一一定的方向演变着——发展过程. 发展过程基本上是由涡源  $B_{\Omega T}$  的分布所决定的, 并且是准地转地进行着的.

## 七、广义地转适应过程与广义准地转关系

以上二节我们论述了运动的准地转性. 有限地区的初始扰动效应是使得气压场与风场很快趋向于地转平衡关系; 而在  $t \gg l^{-1}$  时段内非线性项的总效应是使得地转部分占优势. 但同时非地转运动在过程中也不断被激发出来. 因此, 总有某些时刻, 在某些地区, 准地转平衡关系不满足. 事实上, 观测事实也如此. 并且当初始扰动分布于整个空间时, 一般是场无法向地转关系完全适应. 故为了更确切地描述大气运动的基本特性, 我们必须推广以往的概念. 从长时间及大区域的总的情况来看, 柯氏力的作用, 从而大气运动的准地转性, 就更加明显.

我们来研究对时间的平均函数  $\bar{\varphi} = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \varphi dt$ . 先将  $h = h_I + h_{II}$  改写如下:

$$\begin{aligned}
 h_I &= \frac{1}{2\pi\Gamma^2} l \frac{\partial}{\partial t} \iint_{r \leq \Gamma t} [-\Gamma^2 \Delta \psi_0 + lh_0] S(r, t) dx' dy' + \\
 &\quad + \frac{1}{2\pi\Gamma^2} \frac{\partial}{\partial t} \iint_{r \leq \Gamma t} \{[-\Gamma^2 \Delta \chi_0 + (A_3)_0] \tilde{K}_0(r, t) + lh_0 G(r, t)\} dx' dy', \\
 h_{II} &= \frac{1}{2\pi\Gamma^2} l \frac{\partial}{\partial t} \iint_{r \leq \Gamma t} \int_0^{t-r/\Gamma} (-B_{\Omega T}) S(r, t-t') dt' dx' dy' - \\
 &\quad - \frac{1}{2\pi\Gamma^2} \frac{\partial}{\partial t} \iint_{r \leq \Gamma t} \int_0^{t-r/\Gamma} (B_h) \tilde{K}_0(r, t-t') dt' dx' dy'.
 \end{aligned}$$

于是有

$$\begin{aligned}
 \bar{h}_I &= \frac{1}{2\pi\Gamma^2} l \iint_{r \leq \Gamma \tau} [-\Gamma^2 \Delta \psi_0 + lh_0] \frac{1}{\tau} S(r, \tau) dx' dy' + \\
 &\quad + \frac{1}{2\pi\Gamma^2} \iint_{r \leq \Gamma \tau} \left\{ [-\Gamma^2 \Delta \chi_0 + (A_3)_0] \frac{1}{\tau} \tilde{K}_0(r, \tau) + h_0 \frac{l}{\tau} G(r, \tau) \right\} dx' dy',
 \end{aligned} \tag{50}$$

$$\begin{aligned} \tilde{h}_{II} = & \frac{1}{2\pi\Gamma^2} l \iint_{r \leq \Gamma} \int_0^{\tau-r/\Gamma} (-B_{0r}) \frac{1}{\tau} S(r, \tau - t') dt' dx' dy' - \\ & - \frac{1}{2\pi\Gamma^2} \iint_{r \leq \Gamma} \int_0^{\tau-r/\Gamma} (B_h) \frac{1}{\tau} \tilde{K}_0(r, \tau - t') dt' dx' dy'. \end{aligned} \quad (51)$$

其中

$$S(r, t) = \int_{r/\Gamma}^t \tilde{K}_0(r, t) dt = T(r, t). \quad (52)$$

对于  $\tilde{u}, \tilde{v}$  可以得到相应的公式。

格林函数具有以下性质:

$$\begin{cases} \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} S(r, \tau) = K_0\left(\frac{l}{\Gamma} r\right), \\ \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} \tilde{K}_0(r, \tau) = 0, \quad \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} G(r, \tau) = 0. \end{cases} \quad (53)$$

并且当  $\tau \gg l^{-1}$  和  $r$  足够小时,有

$$\left| \frac{l}{\tau} S(r, \tau) \right| \approx |l \tilde{K}_0(r, \tau)| \gg \left| \frac{1}{\tau} \tilde{K}_0(r, \tau) \right| \gg \left| \frac{1}{\tau} G(r, \tau) \right|, \quad (54)$$

$$\left| \frac{l}{\tau} S(r, \tau - t') \right| \approx \left| l \left(1 - \frac{t'}{\tau}\right) \tilde{K}_0\left(r, \tau \left(1 - \frac{t'}{\tau}\right)\right) \right| \gg \left| \frac{1}{\tau} \tilde{K}_0\left(r, \tau \left(1 - \frac{t'}{\tau}\right)\right) \right|. \quad (55)^{1)}$$

注意到(53)及(54)式,可见,当消除初始扰动区域的有限性假定时,我们仍可以得到当  $\tau \gg l^{-1}$  时  $\tilde{h}_I, \tilde{u}_I, \tilde{v}_I$  的准地转性,特别是:

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \tilde{u}_I \rightarrow \lim_{\tau \rightarrow \infty} -\frac{1}{l} \frac{\partial \tilde{h}_I}{\partial y}, \quad \lim_{\tau \rightarrow \infty} \tilde{v}_I \rightarrow \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{l} \frac{\partial \tilde{h}_I}{\partial x}. \quad (56)$$

亦即当有非地转扰动存在时,虽在以后任何瞬间我们都未必能得到准地转关系,但平均函数却随着平均时段的增大而趋向地转关系。这我们可以称为广义地转适应过程。它表明柯氏力的作用仍然是基本的。

应用(55)式,同样可以得到  $\tilde{h}_{II}, \tilde{u}_{II}, \tilde{v}_{II}$  的准地转性,从而得到平均函数  $\bar{h}, \bar{u}, \bar{v}$ 。当平均时段  $\tau \gg l^{-1}$  时满足准地转关系。这可以称为广义准地转关系。

我们也可以研究另外一些平均函数,例如:

$$\bar{\varphi}(x, y; t) = \frac{1}{\pi R^2 \tau} \iint_{C_R} \int_{t-\tau/2}^{t+\tau/2} \varphi(x, y; t) dt dx dy. \quad (57)$$

其中  $C_R$  为以点  $(x, y)$  为心以  $R$  为半径之圆。同样我们可以得到  $\bar{h}, \bar{u}, \bar{v}$  当  $R, \tau$  足够大时满足准地转平衡关系。

应当指出,我们的广义准地转关系接近于原始的地转风概念。后者正是通过形如(57)式的平均函数的整理而得出来的。

## 八、产生非地转运动及“气象噪音”的机制

第六节的分析已经指出,场的非线性不断激发出非地转运动。这里再作深入一些的

1) 只有当  $t'$  接近于  $\tau$  时,不等式(55)才不正确。

分析.

非地轉运动可以用量  $-l\Delta\psi + \Delta h$  及量  $\Delta X$  来表征.

大家知道,应用涡度的地轉近似或者在散度方程

$$\frac{\partial}{\partial t} \Delta X - l\Delta\psi + \Delta h = \frac{\partial A_1}{\partial x} + \frac{\partial A_2}{\partial y} \quad (58)$$

中略去  $\frac{\partial \Delta X}{\partial t}$  項,可以研究慢过程而滤去“气象噪音”(参見 §. 3. 及文献[7]及[20]). 因而我們可以研究下述关系式被破坏的条件:

$$-l\Delta\psi + \Delta h = \frac{\partial A_1}{\partial x} + \frac{\partial A_2}{\partial y} \quad (59)$$

考虑到初始扰动效应只是导致場之相互适应,亦即  $l\Delta\psi_1 \rightarrow \Delta h_1$ , 我們可以只限于討論非綫性效应. 对(35)和(36)式进行涡度运算,而对(34)式进行拉普拉斯算子运算;并且对右边項完成与(37)–(39)式相似的換算,可得

$$\begin{aligned} -l\Delta\psi + \Delta h = & \left( \frac{\partial A_1}{\partial x} + \frac{\partial A_2}{\partial y} \right) + \frac{1}{2\pi\Gamma^2} \frac{\partial}{\partial t} \iint_{r \leq \Gamma t} \int_0^{t-r/\Gamma} \left[ l \left( \frac{\partial A_2}{\partial x'} - \frac{\partial A_1}{\partial y'} \right) - \right. \\ & \left. - \Delta A_3 \right] \frac{\partial \tilde{K}_0(r, t-t')}{\partial t'} dt' dx' dy' + \\ & + \frac{1}{2\pi\Gamma^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \iint_{r \leq \Gamma t} \int_0^{t-r/\Gamma} \left[ \frac{\partial A_1}{\partial x'} + \frac{\partial A_2}{\partial y'} \right] \frac{\partial \tilde{K}_0(r, t-t')}{\partial t'} dt' dx' dy' + \\ & + O(u_0, v_0, h_0). \end{aligned} \quad (60)$$

其中  $O(u_0, v_0, h_0)$  表示含有  $u_0, v_0$  及  $h_0$  的其余各項.

由此足見,不管地轉关系或者(59)式在初始时刻是否滿足,場的非綫性和非常定性一起就破坏了这些条件,而产生出运动場的非地轉部分(其中包括有重力慣性波). 而且非綫性愈強,及非常定性愈大的地区(那里有較強烈的发展),非地轉运动就愈強烈地被激发出来. 故当用数值方法积分完整方程組时,为了使“气象噪音”的出現不致使計算发生困难,关心非綫性項的計算方法的重要性并不亚于对初始資料的选择問題的关心.

我們来求散度的表达式. 为此,我們只需将(60)与(58)式对比,找出  $\frac{\partial \Delta X}{\partial t}$  的表达式,然后对時間积分就可以了. 自然,也可以用 §. 2 的方法直接写出  $\Delta X$  的方程然后积分得到(参見文献[15]). 它是

$$\begin{aligned} \Delta X = & -\frac{1}{2\pi\Gamma^2} \iint_{r \leq \Gamma t} \int_0^{t-r/\Gamma} \left[ l \left( \frac{\partial A_2}{\partial x'} - \frac{\partial A_1}{\partial y'} \right) - \Delta A_3 \right] \frac{\partial \tilde{K}_0(r, t-t')}{\partial t'} dt' dx' dy' - \\ & - \frac{1}{2\pi\Gamma^2} \frac{\partial}{\partial t} \iint_{r \leq \Gamma t} \int_0^{t-r/\Gamma} \left[ \frac{\partial A_1}{\partial x'} + \frac{\partial A_2}{\partial y'} \right] \frac{\partial \tilde{K}_0(r, t-t')}{\partial t'} dt' dx' dy' + \\ & + O(u_0, v_0, h_0). \end{aligned} \quad (61)$$

注意到(61)式中格林函数的振动特性,可見散度場与涡度場不同,它有比較明显的摆动性質. 但也可以从散度場中区分出具有比較緩慢变化的傾向部分. 尽管它的絕對值与摆动部分的振幅相比可能是同量級的或者甚至更小,然而它反映出在柯氏力場中涡度場与散度場間之非綫性作用,它与涡度場(天气系統)有比較好的配合. 准地轉模式正是近

似地考虑了这部分的作用的。事实上,如果过程进行得比较缓慢,则按(61)式可得

$$\begin{aligned} \Delta\chi \approx & -\frac{1}{2\pi\Gamma^2} \iint_{r \leq \Gamma} \left[ l \left( \frac{\partial A_2}{\partial x'} - \frac{\partial A_1}{\partial y'} \right) - \Delta A_3 \right]^* \tilde{K}_0(r, t) dx' dy' - \\ & -\frac{1}{2\pi\Gamma^2} \frac{\partial}{\partial t} \iint_{r \leq \Gamma} \left[ \frac{\partial A_1}{\partial x'} + \frac{\partial A_2}{\partial y'} \right]^* \tilde{K}_0(r, t) dx' dy' + O(u_0, v_0, h_0). \end{aligned} \quad (62)$$

其中第一个积分就是倾向部分。比对准地转模式下  $\Delta\chi$  的表达式可见,这部分正是准地转模式中所近似地考虑了的(参见文献[15])。当过程进行得非常缓慢时,第二个积分值就很小,而  $\Delta\chi$  就几乎与由准地转模式算得的相同。

此外,我们有:

$$\begin{aligned} l \left( \frac{\partial A_2}{\partial x} - \frac{\partial A_1}{\partial y} \right) - \Delta A_3 = & -\mathbf{V} \cdot \nabla (l\Delta\psi - \Delta h) - l\Delta\chi \cdot \Delta\psi + \\ & + l \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v_g}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v_g}{\partial y} \right) - \left( \frac{\partial u_g}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u_g}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] + \\ & + l \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( v_g \frac{\partial u}{\partial x} - u_g \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( v_g \frac{\partial u}{\partial y} - u_g \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right], \end{aligned} \quad (63)$$

及

$$\left( \frac{\partial A_1}{\partial x} + \frac{\partial A_2}{\partial y} \right) = -(\mathbf{V} \cdot \nabla)\Delta\chi - (\Delta\chi)^2 - 2 \left( \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial x} \right). \quad (64)$$

可见,散度场的产生可以由于涡度地转偏差的平流、散度平流等激发出来,而同时,即使风场与气压场间处于地转平衡(此时(63)式前三项及(64)式前二项为零),则由于变形场与散度场可以相互转换<sup>1)</sup>,而产生出散度场。这就是场的非线性作用激发出波动来的机制。

### 九、非地转运动对大尺度准无辐散运动发展的影响

非地转运动反过来也影响着过程的发展。虽然,在第六及第七节中我们论证了发展过程的准地转性及大气运动的广义准地转关系。但这并不意味着非地转运动就不重要,或者它对大气过程的发展无影响。事实上,如果研究平均函数  $\bar{u}$ ,  $\bar{v}$ ,  $\bar{h}$  (它相当于大尺度的准无水平辐散准地转运动),则非地转运动的影响通过应力  $u''^2$ ,  $u''v''$  等的形式出现。但是,非地转运动与大尺度运动在特征时间尺度和特征空间尺度的关系上与湍流及平均流间的关系并不相象。它们之间的能量能够互为转换;非地转运动不是消极的消耗动能的机制而可能是激发动能的机制。在第三节中我们就讨论了波动与涡旋能量的相互转换。

非地转运动的存在使场之间进行调整。它在某些地区可能带来相当显著的改变(从第五节中可见调整作用可使例如  $h$  场遭到颇大的改变)。此外,非地转运动的存在使发展本身也有别于一般的准地转模式所得到的结果。一方面,发展过程的规律性不一样:比对(25)与(27)式可见,微分算符  $\mathcal{L} = \left[ \Gamma^2 \Delta - \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} - l^2 \right) \right]$  代替了准地转模式的  $\mathcal{L}_g = \left[ \Gamma^2 \Delta - l^2 \right]$ , 从而格林函数  $\tilde{K}_0(t, t)$  代替了  $K_0\left(\frac{l}{\Gamma} r\right)$ 。另一方面,非地转风的存在也改变了广

1) S. Petterssen 首先研究过大气运动场的涡度、散度与变形场等的关系 (On the Relation between Vorticity, Deformation and Divergence and the Configuration of the Pressure Field. *Tellus*, 1953. Vol. 5. No. 3). 此外,在斜压情况下,就得研究三维变形场与散度场之转换问题。

义位涡度平流等涡源的数值和分布。关于非地转运动对大尺度运动发展的影响的深入分析应该是一个独立的研究题目。

我们这里指出,既然发展过程基本上是准地转的,而且是由广义位涡度平流所决定的(在斜压情况下就是广义涡度平流及温度平流),故非地转运动对过程发展的影响主要是通过改变这些要素的广义平流值来达到的。因此,改进准地转模式预告的方法之一可以在准地转模式中较准确地考虑非地转平流效应以及更多地考虑风场等动力因素。这就是为什么 N. A. Phillips<sup>[20]</sup> 通过使用实测风来较准确地计算初始时刻的涡度平流而改善了预告的缘故。此外,也可以对(34)式作近似计算来达到,此时并且可以近似地估计到适应过程的影响。取足够大的时段  $t = n\delta t$ , 使得  $h_1(n\delta t)$  可以近似地由  $(h_1)_\infty$  代替,其中  $(h_1)_\infty$  可以按第五节的公式或者按下式算得:

$$(h_1)_\infty = h_0 - \frac{1}{2\pi\Gamma^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} \Gamma^2 (l\Delta\psi_0 - \Delta h_0) K_0 \left( \frac{l}{\Gamma} r \right) dx' dy'. \quad (65)$$

而  $h_{11}(n\delta t)$  则可用解非线性方程常用的逐次逼近法求得。比如按准地转模式找出  $h$  场在时刻  $m\delta t$  ( $m = 0, 1, 2, \dots, n$ ) 之近似值,然后按这些  $h$  场用小参数展开法<sup>[4]</sup>来计算风场,亦即:

$$u = u_g + u' \approx u_g - \frac{1}{l} \frac{dv_g}{dt}, \quad v = v_g + v' \approx v_g + \frac{1}{l} \frac{du_g}{dt},$$

其中  $\frac{d}{dt} = \left( \frac{\partial}{\partial t} \right)_g + u_g \frac{\partial}{\partial x} + v_g \frac{\partial}{\partial y}$ ,  $\left( \frac{\partial}{\partial t} \right)_g$  为由准地转模式算得之局地微商。把这些  $h, u, v$  值代入到  $B_{QT}$  及  $B_h$  中去,然后按公式:

$$h(n\delta t) \approx (h_1)_\infty - \frac{1}{2\pi\Gamma^2} l \iint_{r \leq \Gamma n\delta t} \int_0^{n\delta t - r/\Gamma} B_{QT} \tilde{K}_0(r, n\delta t - t') dt' dx' dy' + \frac{1}{2\pi\Gamma^2} \iint_{r \leq \Gamma n\delta t} \int_0^{n\delta t - r/\Gamma} B_h \frac{\partial \tilde{K}_0(r, n\delta t - t')}{\partial t'} dt' dx' dy', \quad (66)$$

或者

$$h(n\delta t) \approx (h_1)_\infty - \frac{1}{2\pi\Gamma^2} l \iint_{r \leq \Gamma n\delta t} \int_0^{n\delta t - r/\Gamma} B_{QT} \tilde{K}_0(r, n\delta t - t') dt' dx' dy' \quad (66)'$$

算出更准确些的值  $h(x, y; n\delta t)$  来。

自然,为了最终克服准地转模式的缺陷,我们必须使用完整的流体力学热力学方程组。而且就我们的观点来看,为了能更有效地用它来解决我们的问题,当制订计算方法时最好能够既照顾到数学的一般性,而且也反映出气象的特点来,这样才会最有效。柯氏力的作用是大气运动中最基本的因素。在应用完整方程组时似乎也不应该完全抛去准地转模式的结果。形如(34)–(36)的公式能够反映出这个气象特点。看来,设制出求解形如(34)–(36)的公式的计算方法可能是有用的。

**致谢** 本工作是在苏联科学院通讯院士 И. А. Кнбель 指导下完成的。作者对他在工作中的指导、关心和帮助表示衷心的感谢。此外,作者也衷心感谢叶篤正先生,他阅读了本文并提供了宝贵意见。

参考文献参见本刊第 33 卷第 2 期本文(一)。



**ПРОЦЕСС ПРИСПОСОБЛЕНИЯ И ПРОЦЕСС ЭВОЛЮЦИИ  
АТМОСФЕРНЫХ ДВИЖЕНИЙ (2)**

Цзэн Цян-цунь

*(Институт геофизики АН КНР)*

Резюме

(См. Acta Meteorologica Sinica Vol. 33, No. 2, 163—175.)