第33卷 第3期　　气 象 学 报　　Vol. 33, No. 3
1963 年 8 月　　ACTA METEOROLOGICA SINICA　　August, 1963

雨层云人工增雨的可能性(一)

非封閉系統的冰水轉化問題*

趙柏林　丁荣良

(北京大学地球物理系)

摘　要

本文研究了湍流扩散作用对于云层冰水轉化的影响. 发現云层作为封閉系統处理是不适宜的. 实际云层中的降水效率是小于 1 的, 因而用封閉系統預告自然降水会导致很大的差誤. 維持連續性降水最大效率的云层中,冰晶有一定的适宜浓度,它比自然界成冰核的浓度要大得很多. 故而在云内引入一定量的成冰晶增加降水效率是合理的. 要維持云层中稳定的冰晶新陈代謝, 要在云中連續地播撒一定量的成冰核,在非封閉系統最优的播撒量要比封閉系統求得值大 3 倍以上. 由此可見,云层非封閉系統的特性必須予以注意.

一、引　言

为了增加地面上降水量,鋒面层状云系是人工影响的对象之一. 按 R. D. Elliott[1] 对于 California 冬季气旋鋒面云系的分析, 降水效率均小于 0.85. 拥有水分很多的过冷层状云常常沒有降水或者只有少量降水. 經常是因为缺乏成冰核的緣故, 沒有足够的降水元产生. R. D. Elliott 詳細地分析了 California 冬季气旋鋒面云系的特点,在暖鋒云系大体由两个部分組成,在低空是由雨层云 (Ns), 层积云 (Sc) 組成, 在高空是高层云 (As) 及卷云 (Ci). 在雨层云中上升气流速度約为 10—15 厘米/秒, 在高层云中是 5 厘米/秒. 上升气流携带大量的水分在云层中凝結, 在高层云中化为降水元 (半径約为 100μ 的冰晶), 然后在雨层云中逐漸地长大成为地面上的降水. R. D. Elliott 曾經作了定量的計算,发現鋒面云系的降水效率, 是依成冰核的浓度增加而加大. 比較大的降水效率, 需要成冰核的浓度在 10^4 个/米^{3}以上. 而自然界大气里冰晶核的浓度一般只有 10^2 个/米^3. 因而在云中引入成冰核作为人工降水和人工增雨的手段是十分合理的.

R. D. Elliott 的工作中尙有許多不足之处: (1)作为水分耗散的重要因素: 湍流传輸的作用,沒有予以討論. (2)在高层云中降水元生成的机制,也未予以論述,实际上并不是每个冰晶核都能化为降水元,由于冰晶核的湍流及均流的逸散作用,其中只有一部分成为降水元落了下来. (3)对于一定云层結构冰晶核的浓度应該有适宜的浓度,一方面它使得降水效率最大, 一方面又不破坏連續性降水云层的結构. 最大降水效率必然地要受云层微結构的約制. 显然, R. D. Elliott 所得到降水效率随着冰晶核浓度增加而遞增的結論,是值得推敲的. 由此可見,鋒面层状云系作为非封閉系統討論人工增雨問題,須要重新予以权衡.

* 本文 1962 年 10 月 22 日收到.

鉴于这个問題的复杂性，我們必須分几个步驟来討論．在本文中我們只討論在高层云中降水元生成的机制，也就是非封閉系統的冰水轉化問題．关于冰水轉化导致降水元的生成 К. С. Шифрин[2]，F. H. Ludlam[3] 均曾經研究过，但是他們都是在封閉系統的假定下进行的．实际上云层是非封閉系統的．本文中一方面討論非封閉系統中冰水轉化过程，降水元生成的机制，另一方面也可以看出这个結論，广泛采用的封閉系統冰水轉化过程会导致很大的誤差．在此基础之上，我們将循序地研究非封閉系統鋒面层状云系人工增雨的可能与手段．关于这些工作我們将要在以后的篇幅中叙述它．

二、粒子的湍流扩散作用

S. Chandrasekhar[4] 曾經討論过粒子在上下为吸收壁的介質中間之运动情况，我們的問題，云的边界恰如吸收壁，而冰晶可作为在介質中运动的粒子．按 S. Chandrasekhar，用 $W^*(z, t)$ 代表粒子在时間 t 处在距离中心为 z 的高度上之机率，于是

$$\frac{\partial W^*}{\partial t} = D^* \frac{\partial^2 W^*}{\partial z^2}. \tag{1}$$

其中 $D^* = \frac{1}{2} N^* l^2$，$N^*$ 为单位时間內粒子运动的次数，l 是自由程．

取云层中心为原点，粒子任何时刻到达云层一端就被吸收，作为云层中粒子的逸散．因此，有边界条件如下：当 $z = \pm z_0$，則 $W^*(z, t) = 0$，

于是公式小的解答是

$$W^*(z, t) = \frac{1}{(4\pi D^* t)^{1/2}} \left\{ \exp\left(-\frac{z^2}{4D^* t}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left[\exp - \frac{(2nz_0 - z)^2}{4D^* t} + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \exp - \frac{(2nz_0 + z)^2}{4D^* t} \right]\right\}. \tag{2}$$

在时間 t 內，粒子留在云中的机率是

$$p(t) = \int_z^{z_0} W^*(z, t)\, dz = \operatorname{erf} x + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n [\operatorname{erf}(2n+1)x + \operatorname{erf}(2n-1)x], \tag{3}$$

其中，$x = z_0/(4D^* t)^{\frac{1}{2}}$.

設粒子在云中的半寿期为 λ^* 則

$$p(\lambda^*) = 0.5, \quad 而 \quad x = 0.81 \tag{4}$$

B. J. Mason[5,6] 利用了这样的方法計算层状云的滴譜的分布． B. J. Mason 取 λ^* 为时間单位，对于任一时刻 t 可换为 $n\lambda^* (n \geqq 1)$．按公式(4)，$x = 0.81/n^{\frac{1}{2}}$．于是，由公式(3)，可見 $p(t)$ 只是 n 的函数．由公式(4)按不同的 n 值求得不同时間 t 粒子留在云中的机率 $p(t)$ 值見表 1 中所示．

按 B. J. Mason 取的参量 $D^* = 95$ 米^2/秒，$z_0 = 500$ 米，$\lambda^* = 1000$ 秒．根据 Н. З. Пинус, В. Д. Литвинова[7] 在高层云中湍流观測的結果，这样的数值还是合理的．按表 1 所示的数据，求得冰晶留在云中的机率函数，近似地可用下式表示：

$$f(t) = e^{-0.923 \times 10^{-8} t} \tag{5}$$

其中，时間 t 的单位为秒．

表1　粒子留在云中的机率 ($t = n\lambda^*$)

n	P	n	P	n	P	n	P	n	P	n	P
0	1.00000	0.6	0.72190	1.4	0.34194	2.6	0.11000	3.8	0.03604	5.0	0.01162
0.1	0.99940	0.7	0.65806	1.6	0.28240	2.8	0.09210	4.0	0.02858	5.2	0.00954
0.2	0.97920	0.8	0.60000	1.8	0.23476	3.0	0.07708	4.2	0.02442	5.4	0.00804
0.3	0.92706	0.9	0.54648	2.0	0.19447	3.2	0.06304	4.4	0.01968	5.6	0.00654
0.4	0.85990	1.0	0.50000	2.2	0.16091	3.4	0.05186	4.6	0.01696	5.8	0.00540
0.5	0.79108	1.2	0.41386	2.4	0.13375	3.6	0.04320	4.8	0.01408	6.0	0.00448

三、云中冰晶的譜分布

細小的冰晶胚胎在高层云中的增长主要是升华作用. 按冰晶的升华增长为

$$\frac{dr}{dt} = \frac{D\Delta a}{\rho_i r}, \tag{6}$$

或

$$r(t) = \sqrt{\frac{2D}{\rho_i}\Delta a t + r_0^2}, \tag{7}$$

其中, D 为分子扩散系数, ρ_i 为冰晶的密度, Δa 为过飽和水汽密度差, r_0 是初始冰晶胚胎半径,因为 r_0 甚小,故可略去, 卽

$$r(t) = \left(\frac{2D\Delta a}{\rho_i}t\right)^{\frac{1}{2}}. \tag{8}$$

冰晶的尺度一方面取决于云中的过飽和度一方面决定于冰晶在云中停留的时間长短. 若在稳定状态云层中,冰晶的浓度是N,这些冰晶誕生于云中的时刻各有不同. 在云中停留的时間亦有差异,其中在云中停留时間历 t 与 $t + dt$ 的冰晶数目,按(5)式有

$$n(t)\,dt = \lambda N e^{-\lambda t}\,dt. \tag{9}$$

其中 $\lambda = 0.923 \times 10^{-3}$, 时間 t 用秒表示之.

冰晶胚胎在云中随时随刻在生成,在长大,这样求得在任一时間內观測云中冰晶尺度的譜分布按公式(6), (8), (9)我們有

$$n(r)\,dr = Nbre^{-\frac{1}{2}br^2}\,dr. \tag{10}$$

其中, $b = \dfrac{\lambda\rho_i}{D\Delta a}$, 取 $\rho_i = 1$ 克/厘米^3, $D = 0.2$ 厘米^2/秒,于是 $b = 4.62 \times 10^{-3}/\Delta a$.

四、云中水分平衡方程式

在連續性降水的云层中,云中水分收支必然維持着平衡态,参与水分平衡的各項因子如下:

$$G = F + T + H + I, \tag{11}$$

其中G是上升气流携带入云中凝結的水分, F是云中水汽的扩散消耗, T是湍流传輸将冰晶逸散到云外的水分, H是均流带走云中的水分, I是降水元带走云中的水分.

1. 上升气流携带入云凝結的水分 G

在单位时間內云中空气团內凝結率G是和上升气流速度W成正比的, 卽

$$G = \kappa W. \tag{12}$$

按 R. D. Elliott[1] 依湿絕热过程計算，系数 $\kappa = 1.5 \times 10^{-11}$，于是

$$G = 1.5 \times 10^{-11} W \text{ 厘米}^{-4}. \tag{13}$$

2. 云中水汽的扩散消耗 F

云层边界不断向外扩散水汽，水汽的消耗量是和云层結构，云外环境有关．由于我們要获得最大的降水效率，水汽的耗散調整为最小．对于云层上界水汽的扩散量，只要能够承担自由大气中水汽的传輸通量就够了．按 Н. З. Пинус В. Д. Литвинова[7] 观測自由大气中湍流交换系数小于 2—3 米^2/秒．大气中比湿梯度（在 4—5 公里）为 0.5 克/仟克・公里[8]．若取 $k=2$ 米^2/秒，$\rho = 0.8 \times 10^{-3}$ 克・厘米$^{-3}$，于是 $\rho k \left.\dfrac{\partial q}{\partial z}\right|_{z=z_0} = 0.8 \times 10^{-7}$ 克/厘米^2・秒．对于云层的下界，由于均流、湍流的作用，以及降水元的运动和蒸发的影响，湿度梯度甚小而且正負間杂[9]，故暂可不計它的数量．于是，云中水汽的扩散消耗 F 是

$$F = \frac{1}{h}\left[\rho k \left.\frac{\partial q}{\partial z}\right|_{z=z_0} - \rho k \left.\frac{\partial q}{\partial z}\right|_{z=-z_0}\right] = 0.8 \times 10^{-12} \text{ 克/厘米}^3\cdot\text{秒} \tag{14}$$

其中 h 是云厚取 1000 米．比較 (13) 式和 (14) 式，在一般高层云中上升气流速度 $w =$ 5—10 厘米/秒，于是 $\dfrac{F}{G} \sim 10^{-2}$—$10^{-3}$，故在水分平衡方程中可不計水汽扩散消耗 F．

3. 湍流传輸将冰晶逸散到云外的水分 T

連續性降水的云层中云的微結构必然維持着稳定态，云中冰晶維持着一定的譜分布：新的冰晶胚胎不断地生成，旧有的冰晶升华长大，一部分由于湍流扩散到云外，一部分化为降水元落了下来，各个因子相互調济維持着云中結构常态．假定冰晶长大达半径 ξ 则化为降水元落了下来而小于半径 ξ 的冰晶留在云內，必然受到冰晶胚胎生成，冰晶长大以及湍流扩散作用的調节达到一定譜分布．于是，湍流扩散出云外的水分是

$$T = \int_0^{\xi} \frac{\partial n}{\partial t} \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_i \, dr. \tag{15}$$

按冰晶譜的連續方程

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial r}\left(n \frac{dr}{dt}\right). \tag{16}$$

将(6)，(9)式代入(15)，(16)式后，我們有

$$T = \frac{4}{3}\pi \rho_i N \lambda b \left[\frac{3}{2}\frac{1}{b^2}\sqrt{\frac{2\pi}{b}}\operatorname{erf}\sqrt{\frac{1}{2}}\, b\xi - \left(\frac{1}{b}\xi^3 + \frac{3}{b^2}\xi\right)\exp - \frac{1}{2} b\xi^2\right]. \tag{17}$$

取 $\xi = 100\mu$，$w = 10$ 厘米/秒，$N = 3.15 \cdot 10^6$/米^3 $\Delta a = 10^{-8}$ 克/厘米^3・时

$$T = 1.471 \times 10^{-10} \text{ 克/厘米}^3\text{秒}. \tag{18}$$

取 $\xi = 100\mu$，$w = 10$ 厘米/秒，$N = 1.25 \cdot 10^5$/米^3 $\Delta a = 10^{-7}$ 克/厘米^{3}时

$$T = 1.125 \times 10^{-10} \text{ 克/厘米}^3\text{秒}. \tag{19}$$

比較(18)，(19)式和(13)式，由此可見湍流扩散項在水分平衡方程式中占有十分重要

的地位.

4. 均流带走云中的水分 H

上升气流携带着冰晶上升,冰晶一直到达云顶尚未能长得足够大,克服上升气流落下来冰晶将被携出云外. 均流携带出的水分对于云中单位体积内水分的影响是

$$H=\frac{1}{h}\int_0^{r_m}n(r)\,\frac{4}{3}\,\pi r^3\rho_i(w-v)\,dr, \tag{20}$$

其中 $v=\frac{2}{9}\frac{\rho_i g}{\eta}r^2=1.26\cdot 10^6 r^2$ 厘米$^{-1}\cdot$秒$^{-1}$, $r_m=\sqrt{\frac{w}{1.26}}\cdot 10^{-3}$ 厘米.

将(10)式代入公式(20)后,我們有

$$H=\frac{2}{3h}\pi\rho_i wNb\left[\frac{3}{2b^2}\sqrt{\frac{2\pi}{b}}\operatorname{erf}\sqrt{\frac{1}{2}b}\,r_m-\left(\frac{1}{b}r_m^3+\frac{3}{b^2}r_m\right)\exp-\frac{1}{2}br_m^2\right]. \tag{21}$$

当 $w=10$ 厘米/秒, $r_m=28\mu$, $\Delta a=10^{-8}$ 克/厘米^3, $N=3.15\cdot 10^6$/米^{3}时,

$$H=3.15\times 10^{-12}\ \text{克/厘米}^3\cdot\text{秒}. \tag{22}$$

当 $w=10$ 厘米/秒, $r_m=28\mu$, $\Delta a=10^{-7}$ 克/厘米^3, $N=1.25\cdot 10^5$/米^{3}时,

$$H=4.85\times 10^{-14}\ \text{克/厘米}^3\cdot\text{秒}. \tag{23}$$

比較(13)式和(22),(23)式,由此可見均流携带云中水分在水分平衡方程中只是一个小項而已.

5. 降水元携带走云中的水分 I

冰晶在云中长大达一定尺度 ξ 后就化为降水元脱离云体降落了下来. 单位时間內产生的降水量 I

$$I=n^*v^*=\int_{\xi-\Delta\xi}^{\xi}n(r)\,\frac{4}{3}\,\pi\xi^3\rho_i\,dr. \tag{24}$$

其中 n^* 是单位时間单位体积內生成降水元的数目, v^* 是降水元的体积 $\Delta\xi=\frac{D\Delta a}{\rho_i\xi}\Delta t$, 取 Δt 为 1 秒.

将公式(10)代入公式(24)后,我們有

$$I=\frac{4}{3}\pi\rho_i\xi^3 Ne^{-\frac{1}{2}b\xi^2}(e^\lambda-1). \tag{25}$$

取 $\xi=100\mu$, $N=3.15\cdot 10^6$/米^3, $\Delta a=10^{-8}$ 克/厘米^{3}时,

$$I=1.318\times 10^{-18}\ \text{克/厘米}^3\text{秒}. \tag{26}$$

取 $\xi=100\mu$, $N=1.25\cdot 10^5$/米^3, $\Delta a=10^{-7}$ 克/厘米^{3}时,

$$I=0.523\times 10^{-10}\ \text{克/厘米}^3\text{秒}. \tag{27}$$

比較(26),(27)式和(13)式,可見降水元携带走的水分在水分平衡方程式中常是个不小的項次.

6. 总　結

綜合(1)—(5),水分平衡方程将是

$$1.5\times10^{-11}w=\frac{4}{3}\pi\rho_iNb\lambda\left[\frac{3}{2b^2}\sqrt{\frac{2\pi}{b}}\,\mathrm{erf}\sqrt{\frac{1}{2}b}\;\xi-\left(\frac{1}{b}\xi^3+\frac{3}{b^2}\xi\right)e^{-\frac{1}{2}b\xi^2}\right]+$$
$$+\frac{2}{3h}\pi\rho_iwNb\left[\frac{3}{2b^2}\sqrt{\frac{2\pi}{b}}\,\mathrm{erf}\sqrt{\frac{1}{2}b}\;r_m-\left(\frac{1}{b}r_m+\frac{3}{b^2}r_m^2\right)e^{-\frac{1}{2}br_m^2}\right]+$$
$$+\frac{4}{3}\pi\rho_i\xi^3Ne^{-\frac{1}{2}b\xi^2}(e^\lambda-1).\tag{28}$$

其中 w 是上升气流速度，ρ_i 是冰晶密度，N 是冰晶浓度，$\lambda=0.923\cdot10^{-3}$ 秒$^{-1}$，$b=4.62\cdot10^{-3}/\Delta a$ 厘米$^{-2}$，h 是云厚，$r_m=\sqrt{\frac{w}{1.26}}\cdot10^{-3}$ 厘米.

在一定上升气流速度 w 和云中过饱和水汽密度差 Δa 的云中，对应着降水元的尺度 ξ，根据公式(28)可以求得高层云中維持連續降水的冰晶浓度 N（見表 2）.

表 2　在不同状况的云层中維持連續降水的冰晶浓度
（$\rho_i=1$ 克/厘米^3，$D=0.2$ 厘米^2/秒，$h=1000$ 米）

W (厘米/秒)	$\xi(\mu)$	Δa(克/厘米^3)	N (米$^{-3}$)	$e=\frac{I}{G}$
10	100	10^{-8}	$3.15\cdot10^6$	0%
		10^{-7}	$1.25\cdot10^5$	34.8%
		$2\cdot10^{-7}$	$7.05\cdot10^4$	64.0%
10	50	10^{-8}	$3.23\cdot10^6$	3.26%
		10^{-7}	$4.13\cdot10^5$	81%
5	50	10^{-8}	$1.61\cdot10^6$	3.48%
		10^{-7}	$2.06\cdot10^5$	81.0%

由表 2 中可見如下几点結論：

(a)維持連續降水的冰晶浓度 N 和上升气流速度 w 成正比. 上升气流速度加大一倍，維持連續降水的冰晶浓度增一倍.

(b)維持連續降水的冰晶浓度 N 和云中过飽和水汽密度差 Δa 成反相关. 当 Δa 加大时，N 相应地減少. 但是 Δa 最大不能超过冰水飽和差 Δc，因此維持連續降水的冰晶浓度 N 也有一个下限.

(c)維持連續降水的冰晶浓度 N 是和降水元尺度 ξ 有关系，当 ξ 加大时，N 变小，相应地降水效率 e 也变小.

五、关于 ξ 值的討論

冰晶长大达一定程度以后化为降水元脫离云体落了下来. 現在我們討論脫离云体的降水元尺度 ξ. 在这里我們用均流估計它的数值，一般湍流会使冰晶降落的軌迹加长，故均流估計的数值要比实际情况小些. 冰晶在云中不断升华加大，长大达一定数值后克服了上升气流降落了下来成为降水元. 冰晶在云中运动的迹綫可用下式表之：

$$\frac{dz}{dt}=w-v(r),\tag{29}$$

其中 $v = \frac{2}{9}\frac{\rho_i g}{\eta} r^2$, $r^2 = \frac{2D\Delta a}{\rho_i} t$,

于是

$$\Delta z = \frac{\rho_i w}{2D\Delta a} r^2 - \frac{\rho_i^2 g}{18D\Delta a\eta} r^4. \tag{30}$$

取 $h = 1000$ 米, $w = 10$ 厘米/秒, $\Delta a = 10^{-7}$ 克/厘米^3,平均降水元的尺度,即冰晶生成于云层中心随着上升气流上升增长克服上升气流落下来,它落到云底的尺度 $\xi = 82\mu$. 这里我們只討論均流的作用,由于湍流的作用,实际上 ξ 値还要大些.

六、冰晶核人工播撒最优用量

为了使高层云中降水效率达到最大,有必要在云中引入适量的冰晶核. 在不同条件下,冰晶的維持連續降水的浓度在第四节中已經討論过. 維持云层中冰晶新陈代謝稳定进行,在云层中要連續地播撒一定量的冰晶核. 按公式(10)的冰晶譜分布,在单位时間单位体积内要生成 n_0 顆冰晶,而 n_0 为

$$n_0 = \frac{1}{2} Nb\Delta r^2, \tag{31}$$

其中 $\Delta r = \left(\frac{2D\Delta a}{\rho_i}\Delta t\right)^{\frac{1}{2}}$, $b = \frac{\lambda\rho_i}{D\Delta a}$, $\Delta t = 1$ 秒,

于是

$$n_0 = \lambda N. \tag{32}$$

若 $w = 10$ 厘米/秒, $\xi = 100\mu$, $\Delta a = 10^{-7}$ 克/厘米^3, 由表 2 可知維持連續降水的冰晶浓度 $N = 1.25 \cdot 10^5$/米^3, 由公式(32)求得 n_0 为

$$n_0 = 115/\text{米}^3\text{秒}. \tag{33}$$

如果取封閉系統,按 F. H. Ludlam[3] 計算方法

$$G = \kappa w = \frac{4}{3}\pi\xi^3\rho_i n_0', \tag{34}$$

按公式(13) $\kappa = 1.5 \times 10^{-11}$, 取 $w = 10$ 厘米/秒, $\xi = 100\mu$ 于是

$$n_0' = 36/\text{米}^3\text{秒}. \tag{35}$$

比較(33),(33′)和(35)式,它們的比值 $R = \frac{n_0}{n_0'} \geqslant 3.2$. 作为非封閉系統要比封閉系統最优播撒量大 3.2 倍以上. 由此可見,云层作为封閉系統的假定是不适宜的.

七、一些問題的討論

(1) ξ 値对于維持連續降水冰晶浓度的影响

在云中生成冰晶胚胎后不断地升华长大,长大达半径超过 ξ 以后就化为降水元落了下来. 实际上在云中冰晶譜分布 $r > \xi$ 部分是不存在的. 这是表 2 中示予的維持連續降水冰晶浓度必然比实际要大些. 在这里我們估計它的影响. 冰晶譜留在云中的部分 N_1 为

$$N_1 = \int_0^\xi n(r)\,dr = N(1 - e^{-\frac{1}{2}b\xi^2}). \tag{36}$$

若 $\Delta a = 10^{-7}$ 克/厘米^3, $\xi = 100\mu$ 时，

$$N_1 = 0.9N. \tag{37}$$

由此可見，降水元对于維持連續降水冰晶浓度 N 的影响是不大的. 它的影响只占 10%而已.

(2) 碰并的影响

在云层中有碰并作用存在，一方面影响冰晶譜分布，另一方面在水分平衡方程中也将引起誤差. 关于碰并作用可分为两部分：第一是冰晶之間的碰并，第二是冰晶与过冷水滴的碰并. 冰晶之間的碰并，由于彼此并合系数甚低，不計它的影响不会引起很大的誤差. 冰晶对于过冷水滴的碰并作用亦可不計. 在連續性降水云层的上层，据观測的結果，云中湿度在冰水飽和之間，上升气流携带入云的水分，由于云中湿度大大地低于水面飽和湿度，形成新的水滴甚是不易. 旧有的水滴一方面处于蒸发状态，一方面由于湍流作用扩散到云外，最終必然化为无有. 因此在稳定晶化的高层云中，它的作用亦可不予計算.

(3) 上升气流对于冰晶存在云中机率的影响

关于均流对于冰晶逸散云外的作用必然影响到冰晶在云中存在的机率以及冰晶的譜分布. 考虑均流作用时，湍流扩散方程(1)应該是[10]

$$\frac{\partial W^*}{\partial t} = -W\frac{\partial W^*}{\partial z} + D^*\frac{\partial W^*}{\partial z^2}. \tag{38}$$

边界条件：当 $z = \pm z_0$ 时，$W^*(z,t) = 0$

于是方程(38)式的解答是

$$W^*(z,t) = \frac{1}{(4\pi D^*t)^{1/2}}\exp\left(\frac{W}{2D^*}z - \frac{W^2}{4D^*}t\right)\left\{\exp\left(-\frac{z^2}{4D^*t}\right) + \right.$$
$$\left. + \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left[\exp - \frac{(2nz_0 - z)^2}{4D^*t} + \exp\cdot\frac{(2nz_0 + z)^2}{4D^*t}\right]\right\}. \tag{39}$$

冰晶留在云中的机率为

$$p(t) = \int_{-z_0}^{z_0}\frac{1}{(4\pi D^*t)^{1/2}}\exp\left(\frac{W}{2D^*}z - \frac{W^2}{4D^*}t\right)\left\{\exp\left(-\frac{z^2}{4D^*t}\right) + \right.$$
$$\left. + \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left[\exp - \frac{(2nz_0 - z)^2}{4D^*t} + \exp - \frac{(2nz_0 + z)^2}{4D^*t}\right]\right\}. \tag{40}$$

比較(39)式和(2)式，湍流扩散有无均流影响只差在这个因子 $\exp\left(\frac{W}{2D^*}z - \frac{W^2}{4D^*}t\right)$ 而已. 現在我們粗略地估計这个因子的大小. 于是我們

$$\varphi = \frac{W}{2D^*}z - \frac{W^2}{4D^*}t = \frac{W}{2D^*}z\left(1 - \frac{Wt}{2z}\right). \tag{41}$$

如前面所取的参量以冰晶在云中停留的半寿期 $\lambda^* = 1000$ 秒为时間单位，云厚 1000 米为冰晶活动的尺度. 取云中上升气流速度 $w = 10$ 厘米/秒，于是

$$\varphi = 0.95\frac{W}{2D^*}z \simeq \frac{W}{2D^*}z. \tag{42}$$

由此可見，这个因子相对地看来是可以不予考虑的. 自然时間 t 增长这个因子会加大，但是实际上时間不能过分增长. 若按 $\Delta a = 10^{-7}$ 克/厘米^3, $\xi = 100\mu$，由 (8) 式求得

冰晶升华时間 $t = 2.5 \times 10^3$ 秒，这是最长的时間了，此时，$\frac{Wt}{2z} = 0.11 \ll 1$，超过这个时間后，冰晶就化为降水元，不再是冰晶湍流扩散討論的范畴了．故均流对于冰晶湍流扩散的影响可以不予考虑．

八、結　論

綜合上面討論的結果，可以归納如下的結論：

（1）为了达到降水最大效率，云中冰晶含量有适宜的浓度，一方面使云中水分充分地化为降水元落下来，又要不破坏云层結构．这个浓度和云层的状况有关系．若 $w = 10$ 厘米/秒，$\Delta a = 10^{-7}$ 克/厘米^3，$\xi = 100\mu$，則冰晶浓度为 $N = 1.25 \times 10^5$/米^3．而自然界一般成冰核的浓度为 10^2/米^3．由此可見，在云层中引入成冰核作为提高降水效率的手段是合理的．

（2）从非封閉系統水分平衡方程計算的結果，降水效率都要比 1 小，甚至小得很多．卽使在最有利的情况（卽降水效率最大）时，云中凝結的水分并沒有全部化为降水元落下来，相当不容忽視的水分量被逸散到云外，还給了自由大气，故而用封閉系統预告自然降水（如 $I = \rho q w$ 公式）会引起很大的誤差．

（3）要維持云层在最大降水效率下稳定的新陈代謝，我們必須要連續地向云中播撒一定量的成冰核．若 $w = 10$ 厘米/秒，$\Delta a = 6 \cdot 10^{-7}$ 克/厘米^3，$\xi = 100\mu$ 时，最优成冰核播撒量为 115/米^{3}秒，比封閉系統求得的播撒量大 3.2 倍．

参　考　文　献

[1] Elliott, R. D., California storm characteristics and weather modification, *Journal of Meteorology*, **15** (1958), No. 6, 486.

[2] Шифрин, К. С., Кинетика образования осадков, *Труды ГГО*, вып. 31, 1950.

[3] Ludlam, F. H., Artificial snowfall from mountain cloud, *Tellus*, **7** (1955), 277.

[4] Chandrasekhar, S., Stochastic problem in physics and astronomy, *Review Modern Physics*, **15** (1943), 1.

[5] Mason, B. J., The production of rain and drizzle by coalesence in stratiform cloud, *Quarterly Journal Royal Meteorological Society*, **78** (1952), 377.

[6] Mason, B. J., The evolution of droplet spectra in stratus cloud, *Journal of Meteorology*, **17** (1960), No. 4, 459.

[7] Пинус, Н. З., Литвинова, В. Д., Об интенсивности турбулентности в облаках, *Изв. АН СССР, гер. Геофизическая*, № 1, 1962.

[8] Хргиан, А. Х., Физика Атмосферы, гифмл Москва, 1958, 65.

[9] Читович, Т. А., К вопросу формирования подфронтальной части облачной системы теплого фронта, *Труды ЦАО* вып. 30, 1959.

[10] Фукс, Н. А., Механика Аэрозолей, *Изд. АН СССР*, 1955.

О ВОЗМОЖНОСТИ ИСКУССТВЕННОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА NS-ОБЛАКА С ЦЕЛЬЮ УВЕЛИЧЕНИЯ ОСАДКОВ (1) КИНЕТИКА ПЕРЕГОНКИ В (Незаключенной) ПЕРЕОХЛАЖДЕННОЙ СИСТЕМЕ

Чжао Бо-лин Дин Жун-лян
(*Пекинский Университет*)

Резюме

В статье рассматривается влияние турбулентной диффузии на кинетику перегонки в переохлажденной системе и на баланс влагосодержания в облаках. В статье обосновывается оптимальное каличество осадков для искусственного воздействия на A_s–облака с целью увеличения осадков.