

大气环流的一个数值试验*

陈 雄 山

(中国科学院地球物理研究所)

提 要

考虑地形及加热作用,建立了一个大气环流数值试验准地转二层模式。在辐射加热中考虑了云对长短波辐射的影响,而假定云的出现与否仅依赖于垂直速度。在模式中放置了北半球实际的地形及海陆分布,而下垫面的温度由求解下垫面热传导方程得出。把方程组化成非线性常微分方程组,用 Runge-Kutta 方法在电子计算机上求解。

在不计扰动的情況下,在具有年周期的太阳短波辐射的作用下,逐渐建立起下垫面纬圈平均温度梯度及基本气流。下垫面温度具有很清楚的季节变化,位相落后于太阳短波辐射一个月,求得的冬夏季的下垫面温度值与实际的气候值相当。基本气流也有明显的季节变化,夏季风速减弱,急流向北移,冬季风速增强,急流向南移,位相落后于太阳短波辐射一个多月。

北半球实际的海陆分布的热力特性,在冬季能使亚洲及太平洋上空变冷,并能使大西洋及欧洲上空变暖。在非绝热加热和地形的共同作用下,在冬季出现了随时间变化着的东亚大槽和北美大槽,以及冷空气活动过程。这种冷空气活动有其偏爱地区:起源于苏联新地岛上空,并向东南方向移动。

一、引 言

1956年 Phillips^[1]在简单的斜压模式中放置了不随流场变化的固定热源,利用数值预报的方法研究大气环流。其后 Charney^[2]建议用与流场本身能调整的热源。在 Matsumoto^[3], Bryan^[4], Lorenz^[5] 和 Smagorinsky^[6] 等模式中所用的热源就与此相当。本文再进一步考虑云对长短波辐射的影响。因为云对短波辐射有很大的反射率,而云对长波辐射来讲又近于黑体,所以云的存在一定会影响辐射加热。但不想使问题过分复杂化,仅假定在上升区有云,下沉区无云。

另一方面考虑海陆的影响。作者^[7]曾用给定的正弦分布的下垫面温度来模仿海陆的作用,现在想更完善地考虑北半球实际的海陆分布,用下垫面热传导方程来决定下垫面温度。这样,大气与下垫面可以作为相互影响的统一体来处理。再者,考虑北半球实际的地形,于是在实际的海陆分布与实际的地形的影响下,大气中所出现的槽脊应该有它固定地理位置的偏爱地区,这样可能有助于解释一些天气系统。

* 本文 1964 年 4 月 10 日收到, 6 月收到修改稿。

二、模式的建立

运动是取在 β 平面上,象 Phillips^[1] 一样取地转二层模式,并考虑地形的动力作用,以及辐射、湍流和凝結三种加热作用。把涡度方程写在 250 毫巴及 750 毫巴上,热力学方程写在 500 毫巴上,得到

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial t} + u_1 \frac{\partial}{\partial x} + v_1 \frac{\partial}{\partial y} \right) (\zeta_1 + \beta y) - f_0 \frac{\omega_2}{p_2} &= a \nabla^2 \zeta_1, \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + u_3 \frac{\partial}{\partial x} + v_3 \frac{\partial}{\partial y} \right) (\zeta_3 + \beta y) + f_0 \frac{\omega_2}{p_2} &= a \nabla^2 \zeta_3 - k \left(\frac{3}{2} \zeta_3 - \frac{1}{2} \zeta_1 \right) + f_0 \frac{\omega_1}{p_2}, \\ f_0 \frac{\omega_2}{p_2} &= \Lambda^2 \left[\left(\frac{\partial}{\partial t} + u_2 \frac{\partial}{\partial x} + v_2 \frac{\partial}{\partial y} \right) (\psi_1 - \psi_3) - \frac{R}{f_0 c_p} (Q_r + Q_t + Q_c) \right]. \end{aligned} \right\} (2.1)$$

下标 0, 1, 2, 3, 4 分别表示在 0, 250, 500, 750, 1000 毫巴上的值, $\psi = \frac{g}{f_0} z$ 为地转流函数, g 为重力加速度, f 为地转参数, f_0 为平均的地转参数, z 为等压面高度, u 及 v 分别表示向东及向北的风速, ζ 为相对涡度, $\beta = \frac{df}{dy} = \text{const}$, $\omega = \frac{dp}{dt}$ 是在等压面坐标中的垂直速度, a 为侧向湍流交换系数, k 为摩擦系数, $\Lambda^2 = \frac{f_0^2}{RT_2} \cdot \frac{\theta_2}{\theta_1 - \theta_3} = \text{const}$ 表征静力稳定度的量, 其中 R 为气体常数, T 为温度, θ 为位温, c_p 为定压比热, Q_r, Q_t, Q_c 分别表示在单位时间内对单位质量大气的辐射、湍流和凝結加热。

在推求上式时已利用了边界条件

$$p = 0 \text{ 处} \quad \omega_0 = 0. \quad (2.2)$$

而 ω_1 由地形动力作用来决定,将在下节讨论。

为了讨论緯圈平均的基本运动与扰动运动,定义某一量 $G(x, y, t)$ 对 x 的平均为

$$\bar{G}(y, t) = \frac{1}{L} \int_0^L G(x, y, t) dx, \quad (2.3)$$

于是扰动量为

$$G'(x, y, t) = G(x, y, t) - \bar{G}(y, t). \quad (2.4)$$

把 $u, v, \zeta, \omega, \psi, Q_r, Q_t, Q_c$ 都分成平均量及扰动量代入涡度方程及热力学方程,对 x 平均,再对 y 积分,得到基本运动方程组^[7]

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial t} - f_0 \bar{v}_1 &= - \frac{\partial}{\partial y} (\overline{u_1'v_1'}) + a \frac{\partial^2 \bar{u}_1}{\partial y^2}, \\ \frac{\partial \bar{u}_3}{\partial t} - f_0 \bar{v}_3 &= - \frac{\partial}{\partial y} (\overline{u_3'v_3'}) + a \frac{\partial^2 \bar{u}_3}{\partial y^2} - k \left(\frac{3}{2} \bar{u}_3 - \frac{1}{2} \bar{u}_1 \right), \\ f_0 \frac{\bar{\omega}_2}{p_2} &= \Lambda^2 \left\{ \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\psi}_1 - \bar{\psi}_3) + \frac{\partial}{\partial y} [\overline{v_2'(\psi_1' - \psi_3')}] - \frac{R}{f_0 c_p} (\bar{Q}_r + \bar{Q}_t + \bar{Q}_c) \right\}, \end{aligned} \right\} (2.5)$$

容易求得扰动运动方程为

$$\left. \begin{aligned}
 \nabla^2 \frac{\partial \psi'_1}{\partial t} + \bar{u}_1 \frac{\partial \zeta'_1}{\partial x} + v'_1 \left(\frac{\partial \zeta'_1}{\partial y} + \beta \right) + u'_1 \frac{\partial \zeta'_1}{\partial x} + v'_1 \frac{\partial \zeta'_1}{\partial y} - f_0 \frac{\omega'_2}{p_2} &= a \nabla^2 \zeta'_1, \\
 \nabla^2 \frac{\partial \psi'_3}{\partial t} + \bar{u}_3 \frac{\partial \zeta'_3}{\partial x} + v'_3 \left(\frac{\partial \zeta'_3}{\partial y} + \beta \right) + u'_3 \frac{\partial \zeta'_3}{\partial x} + v'_3 \frac{\partial \zeta'_3}{\partial y} + f_0 \frac{\omega'_2}{p_2} &= \\
 &= a \nabla^2 \zeta'_3 - \bar{k} \left(\frac{3}{2} \zeta'_3 - \frac{1}{2} \zeta'_1 \right) + f_0 \frac{\omega'_4}{p_2}, \\
 f_0 \frac{\omega'_2}{p_2} &= \Lambda^2 \left[\frac{\partial}{\partial t} (\psi'_1 - \psi'_3) + \bar{u}_2 \frac{\partial}{\partial x} (\psi'_1 - \psi'_3) - (\bar{u}_1 - \bar{u}_3) v'_2 + \right. \\
 &\quad \left. + u'_2 \frac{\partial}{\partial x} (\psi'_1 - \psi'_3) + v'_2 \frac{\partial}{\partial y} (\psi'_1 - \psi'_3) - \frac{R}{f_0 c_p} (Q'_r + Q'_t + Q'_c) \right],
 \end{aligned} \right\} (2.6)$$

其中保留了扰动的二次乘积项。

对基本运动的变量在 y 方向上的分布, 仅取五个点来描写, 例如用 $\bar{u}_{1-2}, \bar{u}_{1-1}, \bar{u}_{1+0}, \bar{u}_{1+1}, \bar{u}_{1+2}$ 来表示 \bar{u}_1 分别在 $y = -W, -\frac{1}{2}W, 0, \frac{1}{2}W, W$ 上的值, 而 $y = -W$ 表示在赤道, 而 $y = W$ 表示在北极。

在边界点上要满足边界条件, 即

$$\text{在 } y = \pm W \text{ 上, } \quad \bar{u}_1 = \bar{u}_3 = \frac{\partial^2 \bar{u}_1}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \bar{u}_3}{\partial y^2} = 0. \quad (2.7)$$

容易求得

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{\partial^2 \bar{u}_{1+1}}{\partial y^2} &= \frac{4}{W^2} (-2\bar{u}_{1+1} + \bar{u}_{1+0}), \\
 \frac{\partial^2 \bar{u}_{1+0}}{\partial y^2} &= \frac{4}{W^2} (\bar{u}_{1+1} - 2\bar{u}_{1+0} + \bar{u}_{1-1}), \\
 \frac{\partial^2 \bar{u}_{1-1}}{\partial y^2} &= \frac{4}{W^2} (-2\bar{u}_{1-1} + \bar{u}_{1+0}),
 \end{aligned} \right\} (2.8)$$

以及

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{\partial^4 \bar{u}_{1+1}}{\partial y^4} &= \frac{16}{W^4} (5\bar{u}_{1+1} - 4\bar{u}_{1+0} + \bar{u}_{1-1}), \\
 \frac{\partial^4 \bar{u}_{1+0}}{\partial y^4} &= \frac{16}{W^4} (-4\bar{u}_{1+1} + 6\bar{u}_{1+0} - 4\bar{u}_{1-1}), \\
 \frac{\partial^4 \bar{u}_{1-1}}{\partial y^4} &= \frac{16}{W^4} (\bar{u}_{1+1} - 4\bar{u}_{1+0} + 5\bar{u}_{1-1}).
 \end{aligned} \right\} (2.9)$$

对扰动运动的变量用双重富氏级数展开。在 x 方向上取六个波; 在 y 方向上, 为了满足在 $y = \pm W$ 处扰动量为零, 只取了三个分量。于是 ψ'_1 可写成

$$\begin{aligned}
 \psi'_1(x, y, t) &= \sum_{m=1}^6 \left[(\psi'_1)_{m1} \cos m \frac{2\pi}{L} x + (\psi'_1)_{m2} \sin m \frac{2\pi}{L} x \right] \cos \frac{\pi}{2W} y + \\
 &\quad + \sum_{m=1}^6 \left[(\psi'_1)_{m3} \cos m \frac{2\pi}{L} x + (\psi'_1)_{m4} \sin m \frac{2\pi}{L} x \right] \sin \frac{\pi}{W} y + \\
 &\quad + \sum_{m=1}^6 \left[(\psi'_1)_{m5} \cos m \frac{2\pi}{L} x + (\psi'_1)_{m6} \sin m \frac{2\pi}{L} x \right] \cos \frac{3\pi}{2W} y,
 \end{aligned} \quad (2.10)$$

其中 L 为在緯度 45° 处緯圈之长, $(\psi'_1)_{m1}$ 等为富氏系数, 是時間 t 的函数.

同理, ψ'_2 和 ω'_2 也按上述形式展开.

三、地 形

利用 Berkofsky 和 Bertoni^[8] 的資料, 把北半球实际的地形高度 $\eta(x, y)$ 展成基本場及扰动場, 所取的波数与(2.10)式一样.

在求 ω_2 时用 750 毫巴与 1000 毫巴中間的 875 毫巴上的风速 $\mathbf{V}_{7/2}$. $\mathbf{V}_{7/2}$ 可由 \mathbf{V}_1 及 \mathbf{V}_3 綫性外插而得到

$$\mathbf{V}_{7/2} = \frac{5}{4} \mathbf{V}_3 - \frac{1}{4} \mathbf{V}_1. \quad (3.1)$$

所以在渦度方程中的地形作用項可写成

$$f_0 \frac{\omega_2}{p_2} = -f_0 \frac{\rho_2 g}{p_2} \mathbf{V}_{7/2} \cdot \nabla \eta = -\frac{2f_0}{H} \left(\frac{5}{4} \mathbf{V}_3 - \frac{1}{4} \mathbf{V}_1 \right) \cdot \nabla \eta, \quad (3.2)$$

其中 ρ 为密度, $H = \frac{p_1}{g\rho_1}$ 为均质大气高度. 所以出现在(2.6)式中的 $f_0 \frac{\omega_2}{p_2}$ 項可以写成

$$\begin{aligned} f_0 \frac{\omega_2}{p_2} = & -\frac{2f_0}{H} \left[\frac{5}{4} \bar{u}_3 \frac{\partial \eta'}{\partial x} - \frac{1}{4} \bar{u}_1 \frac{\partial \eta'}{\partial x} + \frac{5}{4} \bar{v}_3 \frac{\partial \eta'}{\partial y} - \frac{1}{4} \bar{v}_1 \frac{\partial \eta'}{\partial y} \right] - \\ & -\frac{2f_0}{H} \left[\frac{5}{4} u'_3 \frac{\partial \eta'}{\partial x} - \frac{1}{4} u'_1 \frac{\partial \eta'}{\partial x} + \frac{5}{4} v'_3 \frac{\partial \eta'}{\partial y} - \frac{1}{4} v'_1 \frac{\partial \eta'}{\partial y} \right]. \end{aligned} \quad (3.3)$$

四、热 源

現在考虑简单的辐射、湍流和凝結加热. 由于引入了辐射, 要求知道下垫面温度 T^* , 故要引入下垫面的热传导方程, 与运动方程联立求解. 現在分別討論各种加热.

1. 輻 射 加 热

在二层模式中, 单位時間內对大气的单位质量的辐射加热 Q_r 可写成

$$Q_r = \frac{g}{2p_2} [(1 - \Gamma)S_0 - S_4 + E_4 - 2E_2], \quad (4.1)$$

其中 Γ 为地球反射率, S_0 为到达大气上界的太阳辐射通量, S_4 为到达地面的短波辐射通量, E_4 为大气及云吸收来自地面的长波辐射通量, $-2E_2$ 为大气及云向太空及地面放射的长波辐射通量.

首先来討論短波辐射. 根据 Adem^[9] 的資料, 云对太阳辐射的反射有很大的作用, 再利用 Федосеев^[10] 的資料, 考虑反射率 Γ 在南北方向上分布的不均匀, 可以写出

$$\Gamma(x, y, t) = \bar{\Gamma}(y) - 0.16 \frac{\omega_2}{|\omega_2|}, \quad (4.2)$$

其中

$$\bar{\Gamma}(y) = 0.34 + 0.11 \left(\frac{y}{W} \right)^2 + 0.15 \left(\frac{y}{W} \right). \quad (4.3)$$

在求(4.2)式时, 已假定在上升区 ($\omega_2 < 0$) 有云, 下沉区 ($\omega_2 > 0$) 沒有云.

到达大气上界的太阳辐射通量 S_0 沿纬圈的数值是一样的, 所以 $S_0 = \bar{S}_0$. 根据 Алисов 等^[11]关于太阳辐射日总量的数值, 以及反射率 $\bar{\Gamma}(y)$ 的表达式(4.3), 可求得 $\frac{\partial}{\partial y} [(1 - \bar{\Gamma})S_0]$ 的年分布, 用简单的函数来逼近, 即为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y} [(1 - \bar{\Gamma})S_0]_{+1} &= -7.5 + 0 - 3.3 \cos 2\Omega t, \\ \frac{\partial}{\partial y} [(1 - \bar{\Gamma})S_0]_{+0} &= -8.5 + 3.6 \sin \Omega t - 1.0 \cos 2\Omega t, \\ \frac{\partial}{\partial y} [(1 - \bar{\Gamma})S_0]_{-1} &= -5.3 + 6.6 \sin \Omega t - 0.6 \cos 2\Omega t. \end{aligned} \right\} \quad (4.4)$$

其中 $\Omega = \frac{2\pi}{\tau}$, τ 为年周期, $t = 0$ 对应于春分点, (4.4) 式的单位为 10^{-10} 卡·(厘米)⁻²·秒⁻¹·米⁻¹, 它的下标的意义同前.

到达地表面的短波辐射通量 S_4 平均约为 S_0 的 0.47 倍. 利用 Кондратьев^[12] 的资料, 考虑它在南北方向上的差异以及云对 S_4 的影响, S_4 可写成

$$S_4 = \left(0.47 - 0.10 \frac{y}{W} + 0.16 \frac{\omega_2}{|\omega_2|} \right) S_0,$$

于是可写出

$$\bar{S}_4 = \left(0.47 - 0.10 \frac{y}{W} \right) \bar{S}_0. \quad (4.5)$$

\bar{S}_4 的年分布也可由 Алисов 等^[11]的数值求得, 再用简单的三角函数来逼近:

$$\left. \begin{aligned} \bar{S}_{4+2} &= -44 + 24 \sin \Omega t - 9 \cos 2\Omega t, \\ \bar{S}_{4+1} &= -37 + 25 \sin \Omega t - 4 \cos 2\Omega t, \\ \bar{S}_{4+0} &= -23 + 21 \sin \Omega t + 0, \\ \bar{S}_{4-1} &= -9 + 12 \sin \Omega t + 2 \cos 2\Omega t, \\ \bar{S}_{4-2} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

单位为 10^{-4} 卡·(厘米)⁻²·秒⁻¹, 在(4.6)式中所表示的值已减去 \bar{S}_{4-2} 的年平均值了.

其次, 我们来讨论长波辐射. 大气对长波辐射并不是黑体, 大气中水汽和二氧化碳的吸收是成带的. 根据 Simpson^[13] 的研究, 在大气的温度范围内, 在波长 l 为 8 微米以下和 13 微米以上部分可看作完全吸收体, 波长在 8 到 13 微米之间为完全透明体. 于是 Adem^[9]把大气的长波辐射通量 E 简单地写成

$$E = \sigma T^4 - F(T, l_1, l_2), \quad (4.7)$$

$$F(T, l_1, l_2) = \int_{l_1}^{l_2} c_1 l^{-5} e^{-\frac{c_2}{lT}} dl = \left[c_1 e^{-\frac{c_2}{lT}} \left(\frac{l^{-3}T}{c_2} + \frac{3l^{-2}T^2}{c_2^2} + \frac{6l^{-1}T^3}{c_2^3} + \frac{6T^4}{c_2^4} \right) \right]_{l_1}^{l_2}. \quad (4.8)$$

$l_1 = 8$ 微米, $l_2 = 13$ 微米, $c_1 = 0.5538 \times 10^6$ 卡·(微米)⁴·分⁻¹·(厘米)⁻², $c_2 = 1.435 \times 10^4$ 度·微米, σ 为 Stefan-Boltzmann 常数. 通过对(4.8)式的计算, 在各种温度条件下大致上可认为 F 是黑体辐射通量的 30%, 即

$$F = 0.3\sigma T^4. \quad (4.9)$$

在大气中由于云的存在, 使长波辐射过程复杂化了. 云以近于黑体的特性来放射和

吸收长波辐射。假如简单地认为上升区 ($\omega_2 < 0$) 有云, 下沉区 ($\omega_2 > 0$) 没有云, 那么在上升区 $E = \sigma T^4$, 下沉区 $E = \sigma T^4 - F$, 所以大气中的长波辐射通量 E 可表示成

$$E = \sigma T^4 - \frac{1}{2} F \left(1 + \frac{\omega_2}{|\omega_2|} \right). \quad (4.10)$$

现在辐射加热 Q_r 的表示式(4.1)可写成

$$Q_r = \frac{g}{2p_2} \left\{ \left[1 - \left(0.34 + 0.11 \left(\frac{y}{W} \right)^2 + 0.15 \left(\frac{y}{W} \right) - 0.16 \frac{\omega_2}{|\omega_2|} \right) - \right. \right. \\ \left. \left. - \left(0.47 - 0.10 \frac{y}{W} + 0.16 \frac{\omega_2}{|\omega_2|} \right) \right] S_0 + \right. \\ \left. + \left[\sigma T_1^4 - 0.15 \sigma T_1^4 \left(1 + \frac{\omega_2}{|\omega_2|} \right) \right] - 2 \left[\sigma T_2^4 - 0.15 \sigma T_2^4 \left(1 + \frac{\omega_2}{|\omega_2|} \right) \right] \right\}. \quad (4.11)$$

从上式中可看到, 辐射加热不仅决定于太阳辐射, 而且还决定于温度场及运动场。

2. 湍流加热

水平方向的湍流加热与 Phillips^[1] 一样取作

$$(Q_t)_H = a c_p \nabla^2 T_2. \quad (4.12)$$

在二层模式中, 假定取地表面气温与下垫面温度相等 $T_4 = T^*(z=0)$, 可把垂直方向的湍流加热写成

$$(Q_t)_V = \frac{g}{2p_2} \cdot \frac{\lambda}{H_2} (T_4 - T_2), \quad (4.13)$$

其中 λ 为湍流热传导系数, H_2 为 500 毫巴与 1000 毫巴之间的厚度。

3. 凝 结 加 热

年平均的纬圈平均凝结加热 $L_c \bar{r}$ 及地表面蒸发耗热 $L_c \bar{N}$ 取自 Будыко^[11] 的资料。 L_c 为凝结潜热, r 为凝结速度, N 为蒸发速度。在大气中, 只有在上升区, 水汽达到饱和, 在有凝结核等条件下, 才有可能放出凝结潜热。这样就要考虑水汽量 q 的变化, 使问题大大地复杂化。现在简单地认为在上升区 ($\omega_2 < 0$) 就有凝结热释放出来, 在下沉区 ($\omega_2 > 0$) 没有凝结热释放, 则 Q_c 可写成

$$Q_c = \frac{g}{2p_2} L_c \bar{r} \left(1 - \frac{\omega_2}{|\omega_2|} \right). \quad (4.14)$$

4. 下垫面热传导方程

在本模式中, 地表面热量平衡条件可以写成

$$S_4 + \left[\sigma T_2^4 - 0.15 \sigma T_2^4 \left(1 + \frac{\omega_2}{|\omega_2|} \right) \right] - \sigma T_4^4 - \frac{\lambda}{H_2} (T_4 - T_2) - \lambda^* \frac{\partial T^*}{\partial z} - L_c \bar{N} = 0, \quad (4.15)$$

其中 $\lambda^* = c^* \rho^* b^*$ 为下垫面热传导系数, c^* 为下垫面的比热, ρ^* 为下垫面密度, b^* 为土壤温度传导系数或海洋的湍流温度传导系数, 这里所指的下垫面可以是海洋, 也可以是大陆。带星标的量在海上取一数值, 在陆上取另一数值。(4.15) 式表示到达地表面的短波

辐射通量及长波辐射通量, 地表面放射出去的长波辐射通量, 来自大气及地球的热通量, 以及蒸发耗热的热通量达到平衡.

以上已引入下垫面温度 T^* , 故要引进下垫面热传导方程

$$\frac{\partial T^*}{\partial t} = b^* \frac{\partial^2 T^*}{\partial z^2} \quad (4.16)$$

来决定 T^* . 与 Кибель^[15] 及 Машкович^[16] 一样, 对热传导方程中的时间微商用差分来代替, 得到

$$\frac{T^{*t+\Delta t} - T^{*t}}{\Delta t} = b^* \frac{\partial^2 T^{*t+\Delta t}}{\partial z^2}, \quad (4.17)$$

其中 Δt 为时间步长. 对时间 $t + \Delta t$ 而言, T^{*t} 作为已知的, 所以方程(4.17)是对 z 的二阶常微分方程, 需要二个边界条件:

$$\begin{aligned} \text{在 } z = 0 \text{ 处} \quad \left[\lambda^* \frac{\partial T^*}{\partial z} + \frac{\lambda}{H_2} T^* + \sigma T^{*4} \right]^{t+\Delta t} &= \left[\frac{\lambda}{H_2} T_2 + S_4 + \right. \\ &\left. + 0.85\sigma T_2^4 - 0.15\sigma T_2^4 \frac{\omega_2}{|\omega_2|} - L_c \bar{N} \right]^{t+\Delta t}, \end{aligned} \quad (4.18)$$

其中已用了在 $z = 0$ 处 $T_4 = T^*$ 的条件, (4.18)式的右端是作为已知的.

$$\text{在 } z = -\infty \text{ 处,} \quad T^{*t+\Delta t} \text{ 有限.} \quad (4.19)$$

可以把 σT_2^4 写成

$$\sigma T_2^4 = \sigma \bar{T}_2^4 + 4\sigma \bar{T}_2^3 \bar{T}_2' + 4\sigma \bar{T}_2^2 T_2', \quad (4.20)$$

其中 \bar{T}_2 是在全平面中作为常数的 T_2 的基准值, 同样可以写出

$$\sigma T^{*4} = \sigma \bar{T}^{*4} + 4\sigma \bar{T}^{*3} \bar{T}' + 4\sigma \bar{T}^{*2} T^{*'}, \quad (4.21)$$

现在把 $\lambda^*(x, y)$ 及 $b^*(x, y)$ 按北半球的海陆分布展开, λ^* 与 b^* 在陆上的数值相对于海上的数值而言, 可取为零.

$$\begin{aligned} \lambda^*(x, y) &= \lambda_{00}^* + \lambda^{*'} \\ &= \lambda_{00}^* + \sum_{m=1}^6 \left[(\lambda^{*'})_{m1} \cos m \frac{2\pi}{L} x + (\lambda^{*'})_{m2} \sin m \frac{2\pi}{L} x \right] \cos \frac{\pi}{2W} y + \\ &\quad + \sum_{m=1}^6 \left[(\lambda^{*'})_{m3} \cos m \frac{2\pi}{L} x + (\lambda^{*'})_{m4} \sin m \frac{2\pi}{L} x \right] \sin \frac{\pi}{W} y + \\ &\quad + \sum_{m=1}^6 \left[(\lambda^{*'})_{m5} \cos m \frac{2\pi}{L} x + (\lambda^{*'})_{m6} \sin m \frac{2\pi}{L} x \right] \cos \frac{3\pi}{2W} y, \end{aligned} \quad (4.22)$$

$$\begin{aligned} b^*(x, y) &= b_{00}^* + b^{*'} \\ &= b_{00}^* + \sum_{m=1}^6 \left[(b^{*'})_{m1} \cos m \frac{2\pi}{L} x + (b^{*'})_{m2} \sin m \frac{2\pi}{L} x \right] \cos \frac{\pi}{2W} y + \\ &\quad + \sum_{m=1}^6 \left[(b^{*'})_{m3} \cos m \frac{2\pi}{L} x + (b^{*'})_{m4} \sin m \frac{2\pi}{L} x \right] \sin \frac{\pi}{W} y + \\ &\quad + \sum_{m=1}^6 \left[(b^{*'})_{m5} \cos m \frac{2\pi}{L} x + (b^{*'})_{m6} \sin m \frac{2\pi}{L} x \right] \cos \frac{3\pi}{2W} y. \end{aligned} \quad (4.23)$$

对緯圈平均的热传导方程及其边界条件可以写成

$$\frac{\partial^2 \bar{T}^{*i+\Delta t}}{\partial z^2} - \frac{1}{b_{00}^* \Delta t} \bar{T}^{*i+\Delta t} = -\frac{1}{b_{00}^* \Delta t} \bar{T}^{*i}. \quad (4.24)$$

$z = 0$ 处,

$$\left[\lambda_{00}^* \frac{\partial \bar{T}^*}{\partial z} + \left(\frac{\lambda}{H_2} + 4\sigma \bar{T}^{*3} \right) \bar{T}^* \right]^{i+\Delta t} = \left[\left(\frac{\lambda}{H_2} + 0.85 \times 4\sigma \bar{T}_2^3 \right) \bar{T}_2 + \bar{S}_4 - L_c \bar{N} \right]^{i+\Delta t} = \bar{\varrho}, \quad (4.25)$$

$z = -\infty$ 处,

$$\bar{T}^{*i+\Delta t} \text{ 有限.} \quad (4.26)$$

对扰动的热传导方程及其边界条件以 $T^{*'}, \psi_1', \psi_3', \omega_2', b^{*}$ 的富氏级数形式代入, 得到

$$\frac{\partial^2 (T^{*'})_{mn}^{i+\Delta t}}{\partial z^2} - \frac{1}{b_{00}^* \Delta t} (T^{*'})_{mn}^{i+\Delta t} = -\frac{1}{b_{00}^* \Delta t} (T^{*'})_{mn}^i - \frac{(b^{*'})_{mn}}{b_{00}^*} \frac{\partial^2 \bar{T}^{*i+\Delta t}}{\partial z^2}. \quad (4.27)$$

$z = 0$ 处,

$$\begin{aligned} \lambda_{00}^* \frac{\partial}{\partial z} (T^{*'})_{mn}^{i+\Delta t} + \left(\frac{\lambda}{H_2} + 4\sigma \bar{T}^{*3} \right) (T^{*'})_{mn}^{i+\Delta t} &= \\ &= \left\{ -(\lambda^{*'})_{mn} \frac{\partial \bar{T}^*}{\partial z} + \left(\frac{\lambda}{H_2} + 0.85 \times 4\sigma \bar{T}_2^3 \right) \frac{f_0}{R} [(\psi_1')_{mn} - (\psi_3')_{mn}] + \right. \\ &\quad \left. + 0.16S_0 \frac{(\omega_2')_{mn}}{|\omega_2'|} - 0.15\sigma \bar{T}_2^4 \frac{(\omega_2')_{mn}}{|\omega_2'|} \right\}^{i+\Delta t} = \mathcal{L}_{mn}, \end{aligned} \quad (4.28)$$

$z = -\infty$ 处,

$$(T^{*'})_{mn}^{i+\Delta t} \text{ 有限,} \quad (4.29)$$

其中 $m = 1, 2, \dots, 6, n = 1, 2, \dots, 6$, 方程 (4.27) 右端第二项由方程 (4.24) 求得的解代入, 所以在方程 (4.27) 中, 该项作为已知函数出现. 在 (4.28) 式中已利用了关系式

$$T_2' = \frac{f_0}{R} (\psi_1' - \psi_3'). \quad (4.30)$$

容易求得方程 (4.24) 满足边界条件 (4.25) 和 (4.26) 的解为

$$\begin{aligned} \bar{T}^{*i+\Delta t} &= \frac{\bar{\varrho}}{\frac{\lambda_{00}^*}{\sqrt{b_{00}^* \Delta t}} + \left(\frac{\lambda}{H_2} + 4\sigma \bar{T}^{*3} \right)} e^{\frac{z}{\sqrt{b_{00}^* \Delta t}}} + \\ &+ \frac{1}{2\sqrt{b_{00}^* \Delta t}} \times \frac{\frac{\lambda_{00}^*}{\sqrt{b_{00}^* \Delta t}} - \left(\frac{\lambda}{H_2} + 4\sigma \bar{T}^{*3} \right)}{\frac{\lambda_{00}^*}{\sqrt{b_{00}^* \Delta t}} + \left(\frac{\lambda}{H_2} + 4\sigma \bar{T}^{*3} \right)} \times \\ &\times \int_{-\infty}^0 e^{\frac{z+z'}{\sqrt{b_{00}^* \Delta t}}} \bar{T}^{*i}(z') dz' + \frac{1}{2\sqrt{b_{00}^* \Delta t}} \int_{-\infty}^0 e^{\frac{-|z-z'|}{\sqrt{b_{00}^* \Delta t}}} \bar{T}^{*i}(z') dz', \end{aligned} \quad (4.31)$$

而且有

$$\begin{aligned} -\lambda_{00}^* \frac{\partial \bar{T}^{*i+\Delta t}}{\partial z} \Big|_{z=0} &= -\frac{\lambda_{00}^*}{\sqrt{b_{00}^* \Delta t}} \cdot \\ &\cdot \frac{1}{\frac{\lambda_{00}^*}{\sqrt{b_{00}^* \Delta t}} + \left(\frac{\lambda}{H_2} + 4\sigma \bar{T}^{*3} \right)} \left[\bar{\varrho} - \frac{\lambda}{H_2} + 4\sigma \bar{T}^{*3} \int_{-\infty}^0 e^{\frac{z'}{\sqrt{b_{00}^* \Delta t}}} \bar{T}^{*i}(z') dz' \right]. \end{aligned} \quad (4.32)$$

在积分号下的 \bar{T}^{*t} 作为常量 $\bar{T}^{*t}|_{z=0}$ 提出积分号, 已知这样做的误差是不大的, 于是在 $z=0$ 处上两式可以化简成

$$\bar{T}^{*t+\Delta t}|_{z=0} = \frac{\bar{\epsilon}}{\frac{\lambda_{00}^*}{\sqrt{b_{00}^*\Delta t}} + \left(\frac{\lambda}{H_2} + 4\sigma\bar{T}^{*3}\right)} + \frac{\frac{\lambda_{00}^*}{\sqrt{b_{00}^*\Delta t}}}{\frac{\lambda_{00}^*}{\sqrt{b_{00}^*\Delta t}} + \left(\frac{\lambda}{H_2} + 4\sigma\bar{T}^{*3}\right)} \bar{T}^{*t}, \quad (4.33)$$

$$-\lambda_{00}^* \frac{\partial \bar{T}^{*t+\Delta t}}{\partial z} \Big|_{z=0} = -\frac{\lambda_{00}^*}{\sqrt{b_{00}^*\Delta t}} (\bar{T}^{*t+\Delta t} - \bar{T}^{*t}), \quad (4.34)$$

同样, 求得地表面的扰动的下垫面温度及热通量为

$$(T^{*'})_{mn}^{t+\Delta t}|_{z=0} = \frac{\epsilon_{mn}}{\frac{\lambda_{00}^*}{\sqrt{b_{00}^*\Delta t}} + \left(\frac{\lambda}{H_2} + 4\sigma\bar{T}^{*3}\right)} + \frac{\frac{\lambda_{00}^*}{\sqrt{b_{00}^*\Delta t}}}{\frac{\lambda_{00}^*}{\sqrt{b_{00}^*\Delta t}} + \left(\frac{\lambda}{H_2} + 4\sigma\bar{T}^{*3}\right)} \left[(T^{*'})_{mn}^t + \frac{(b^{*'})_{mn}}{b_{00}^*} (\bar{T}^{*t+\Delta t} - \bar{T}^{*t}) \right], \quad (4.35)$$

$$-\lambda_{00}^* \frac{\partial}{\partial z} (T^{*'})_{mn}^{t+\Delta t} \Big|_{z=0} = -\frac{\lambda_{00}^*}{\sqrt{b_{00}^*\Delta t}} \left\{ (T^{*'})_{mn}^{t+\Delta t} - \left[(T^{*'})_{mn}^t + \frac{(b^{*'})_{mn}}{b_{00}^*} (\bar{T}^{*t+\Delta t} - \bar{T}^{*t}) \right] \right\}. \quad (4.36)$$

5. 加热对静力稳定度的修正

把已经求得的辐射、湍流和凝结加热加在一起, 并用地表面热量平衡条件消去 $\frac{\lambda}{H_2}(T_4 - T_2)$ 项, 得到总的热源的表达式为

$$\begin{aligned} Q_r + Q_t + Q_c = & \frac{g}{2p_2} \left\{ \left[1 - 0.34 - 0.11 \left(\frac{y}{W} \right)^2 - 0.15 \left(\frac{y}{W} \right) \right] S_0 - 0.85\sigma T_2^4 - \right. \\ & \left. - 0.15\sigma T_{z=0}^{*4} - \lambda^* \frac{\partial T^*}{\partial z} \Big|_{z=0} + L_c(\bar{r} - \bar{N}) \right\} + ac_p \nabla^2 T_2 + \\ & + \frac{g}{2p_2} [0.16S_0 + 0.15\sigma T_2^4 - 0.15\sigma T_{z=0}^{*4} - L_c\bar{r}] \frac{\omega_2}{|\omega_2|}. \end{aligned} \quad (4.37)$$

把上式代入热力学方程(2.1)中, 合併含 ω_2 的项, 容易看出上式右端最后含 ω_2 项的作用完全等价于使原来的 A^2 变成 A_c^2 , 而 A_c^2 的表示式为

$$A_c^2 = \frac{A^2}{1 + \frac{A^2 R g}{2f_0^2 c_p |\omega_2|} [0.16S_0 + 0.15\sigma T_2^4 - 0.15\sigma T_{z=0}^{*4} - L_c\bar{r}]}. \quad (4.38)$$

在有云区 ($\omega_2 < 0$), 由于云对太阳辐射的反射, 使大气少吸收了太阳辐射的部分为 $-\frac{g}{p_2} \times 0.16S_0$, 由于云是黑体, 在有云区多向太空辐射出去的长波辐射部分为 $-\frac{g}{p_2} \times 0.15\sigma T_2^4$. 这两项使大气失热. 由(4.38)式看出这两项使 A_c^2 变小. 再者, 在有云区云多

吸收了来自地面的长波辐射部分为 $\frac{g}{p_2} \times 0.15T_{z=0}^{*4}$, 同时在上升区放出的凝結热为 $\frac{g}{p_2} L_c \bar{r}$. 这两項使大气得热. 由 (4.38) 式看出这两項使 Λ_c^2 变大. 在 (4.38) 式中代入一般的数值后得出 $\Lambda_c^2 > \Lambda^2$, 使大气层結趋向不稳定.

五、数值計算

把所建立的模式化成非綫性常微分方程組, 再用 Runge-Kutta 方法在电子計算机上求数值解^[7,17]. 首先要將方程化成合乎我們所要求的形式.

1. 計算方程

把前面所求得的热源表示式(4.37)对 x 平均, 代入基本运动方程組(2.5), 再利用緯圈平均的連續方程消去 $\bar{\omega}_2$. 对 y 的微商利用 (2.8) 和 (2.9) 式, 于是得到基本运动的計算方程組为

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial}{\partial t} \bar{u}_{1+1} + \frac{\partial}{\partial t} \bar{u}_{3+1} = R_1 \bar{u}_{1+1} + R_2 \bar{u}_{1+0} + 0 + R_3 \bar{u}_{3+1} + R_2 \bar{u}_{3+0} + 0 - \\
 & \quad - \frac{\partial}{\partial y} (\bar{u}'_1 v'_1 + \bar{u}'_3 v'_3)_{+1}, \\
 & \frac{\partial}{\partial t} \bar{u}_{1+0} + \frac{\partial}{\partial t} \bar{u}_{3+0} = R_2 \bar{u}_{1+1} + R_1 \bar{u}_{1+0} + R_2 \bar{u}_{1-1} + R_2 \bar{u}_{3+1} + R_3 \bar{u}_{3+0} + \\
 & \quad + R_2 \bar{u}_{3-1} - \frac{\partial}{\partial y} (\bar{u}'_1 v'_1 + \bar{u}'_3 v'_3)_{+0}, \\
 & \frac{\partial}{\partial t} \bar{u}_{1-1} + \frac{\partial}{\partial t} \bar{u}_{3-1} = 0 + R_2 \bar{u}_{1+0} + R_1 \bar{u}_{1-1} + 0 + R_2 \bar{u}_{3+0} + R_3 \bar{u}_{3-1} - \\
 & \quad - \frac{\partial}{\partial y} (\bar{u}'_1 v'_1 + \bar{u}'_3 v'_3)_{-1}, \\
 & -R_0 \frac{\partial}{\partial t} \bar{u}_{1+1} + \frac{\partial}{\partial t} \bar{u}_{1+0} + R_0 \frac{\partial}{\partial t} \bar{u}_{3+1} - \frac{\partial}{\partial t} \bar{u}_{3+0} = \\
 & \quad = R_4 \bar{u}_{1+1} + R_5 \bar{u}_{1+0} + R_2 \bar{u}_{1-1} + R_7 \bar{u}_{3+1} + R_8 \bar{u}_{3+0} - R_2 \bar{u}_{3-1} - \\
 & \quad - \frac{\partial^3}{\partial y^3} (\bar{u}'_1 v'_1 - \bar{u}'_3 v'_3)_{+1} - 2\Lambda_c^2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} [\bar{v}'_2 (\bar{\psi}'_1 - \bar{\psi}'_3)]_{+1} - \\
 & \quad - R_{10} \left\{ \frac{\partial}{\partial y} [(1 - \bar{\Gamma}) \bar{S}_0] + L_c \frac{\partial}{\partial y} (\bar{r} - \bar{N}) - 0.15 \times 4\sigma \bar{T}_4^3 \frac{\partial \bar{T}^*}{\partial y} \Big|_{z=0} - \right. \\
 & \quad \left. - \lambda_{00}^* \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \bar{T}^*}{\partial z} \right)_{z=0} \right\}_{+1}, \\
 & \frac{\partial}{\partial t} \bar{u}_{1+1} - R_0 \frac{\partial}{\partial t} \bar{u}_{1+0} + \frac{\partial}{\partial t} \bar{u}_{1-1} - \frac{\partial}{\partial t} \bar{u}_{3+1} + R_0 \frac{\partial}{\partial t} \bar{u}_{3+0} - \frac{\partial}{\partial t} \bar{u}_{3-1} = \\
 & \quad = R_5 \bar{u}_{1+1} + R_6 \bar{u}_{1+0} + R_5 \bar{u}_{1-1} + R_8 \bar{u}_{3+1} + R_9 \bar{u}_{3+0} + R_8 \bar{u}_{3-1} - \\
 & \quad - \frac{\partial^3}{\partial y^3} (\bar{u}'_1 v'_1 - \bar{u}'_3 v'_3)_{+0} - 2\Lambda_c^2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} [\bar{v}'_2 (\bar{\psi}'_1 - \bar{\psi}'_3)]_{+0} - \\
 & \quad - R_{10} \left\{ \frac{\partial}{\partial y} [(1 - \bar{\Gamma}) \bar{S}_0] + L_c \frac{\partial}{\partial y} (\bar{r} - \bar{N}) - 0.15 \times \right.
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

$$\begin{aligned}
& \left. \times 4\sigma\bar{T}_4^3 \frac{\partial \bar{T}^*}{\partial y} \Big|_{z=0} - \lambda_{00}^* \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \bar{T}^*}{\partial z} \right)_{z=0} \right\}_{+0}, \\
\frac{\partial}{\partial t} \bar{u}_{1+0} - R_0 \frac{\partial}{\partial t} \bar{u}_{1-1} - \frac{\partial}{\partial t} \bar{u}_{3+0} + R_0 \frac{\partial}{\partial t} \bar{u}_{3-1} = \\
& = R_2 \bar{u}_{1+1} + R_3 \bar{u}_{1+0} + R_4 \bar{u}_{1-1} - R_2 \bar{u}_{3+1} + R_8 \bar{u}_{3+0} + R_7 \bar{u}_{3-1} - \\
& - \frac{\partial^3}{\partial y^3} (\bar{u}'_1 v'_1 - \bar{u}'_3 v'_3)_{-1} - 2\Lambda_c^2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} [\bar{v}'_2 (\psi'_1 - \psi'_3)]_{-1} - \\
& - R_{10} \left\{ \frac{\partial}{\partial y} [(1 - \bar{\Gamma}) \bar{S}_0] + L_c \frac{\partial}{\partial y} (\bar{\tau} - \bar{N}) - 0.15 \times \right. \\
& \left. \times 4\sigma\bar{T}_4^3 \frac{\partial \bar{T}^*}{\partial y} \Big|_{z=0} - \lambda_{00}^* \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \bar{T}^*}{\partial z} \right)_{z=0} \right\}_{-1},
\end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}
R_0 &= 2 \left(1 + \frac{1}{4} \Lambda_c^2 W^2 \right), & R_5 &= \frac{16a}{W^2} - \frac{1}{2} k - 2\Lambda_c^2 a, \\
R_1 &= -\frac{8a}{W^2} + \frac{1}{2} k, & R_6 &= \frac{24a}{W^2} + k + 4\Lambda_c^2 a + \frac{0.85 \times W^2 \Lambda_c^2 \sigma \bar{T}_2^3}{2p_2 c_p}, \\
R_2 &= \frac{4a}{W^2}, & R_7 &= -\frac{20 \times a}{W^2} - 3k - 4\Lambda_c^2 a - \frac{0.85 \times W^2 \Lambda_c^2 \sigma \bar{T}_2^3}{2p_2 c_p}, \\
R_3 &= -\frac{8a}{W^2} - \frac{3}{2} k, & R_8 &= \frac{16a}{W^2} + \frac{3}{2} k + 2\Lambda_c^2 a, \\
R_4 &= \frac{20 \times a}{W^2} + k + 4\Lambda_c^2 a, & R_9 &= -\frac{24a}{W^2} - 3k - 4\Lambda_c^2 a - \frac{0.85 \times W^2 \Lambda_c^2 \sigma \bar{T}_2^3}{2p_2 c_p}, \\
& + \frac{0.85 \times W^2 \Lambda_c^2 \sigma \bar{T}_2^3}{2p_2 c_p}, & R_{10} &= \frac{W^2 \Lambda_c^2 R_g}{4f_0 c_p p_2}
\end{aligned} \quad (5.2)$$

是作为常数.

把热源表示式 (4.37) 的扰动部分及地形作用的表示式 (3.3) 代入扰动运动方程组 (2.6) 中, 并消去 ω'_2 项, 扰动量以双重富氏级数形式代入, 考虑非线性项的作用, 比较富氏系数, 得出如下的扰动运动的计算方程组

$$\begin{aligned}
M_1 \frac{\partial}{\partial t} (\psi'_1)_{mn} + \Lambda_c^2 \frac{\partial}{\partial t} (\psi'_3)_{mn} &= -M_2 (\psi'_1)_{mn} + M_3 (\psi'_1)_{mn+1} - M_4 (\psi'_3)_{mn} + \\
& + M_5 (\psi'_3)_{mn+1} + M_{12} (T_{z=0}^*)_{mn} + M_6 \lambda_{00}^* \left(\frac{\partial T^*}{\partial z} \Big|_{z=0} \right)_{mn} + \mathcal{N}_{mn}, \\
M_1 \frac{\partial}{\partial t} (\psi'_1)_{mn+1} + \Lambda_c^2 \frac{\partial}{\partial t} (\psi'_3)_{mn+1} &= -M_3 (\psi'_1)_{mn} - M_2 (\psi'_1)_{mn+1} - M_5 (\psi'_3)_{mn} - \\
& - M_4 (\psi'_3)_{mn+1} + M_{12} (T_{z=0}^*)_{mn+1} + M_6 \lambda_{00}^* \left(\frac{\partial T^*}{\partial z} \Big|_{z=0} \right)_{mn+1} + \mathcal{N}_{mn+1}, \\
\Lambda_c^2 \frac{\partial}{\partial t} (\psi'_1)_{mn} + M_1 \frac{\partial}{\partial t} (\psi'_3)_{mn} &= -M_7 (\psi'_1)_{mn} + M_8 (\psi'_1)_{mn+1} - M_9 (\psi'_3)_{mn} + \\
& + M_{10} (\psi'_3)_{mn+1} - M_{12} (T_{z=0}^*)_{mn} - M_6 \lambda_{00}^* \left(\frac{\partial T^*}{\partial z} \Big|_{z=0} \right)_{mn} + \tilde{\mathcal{N}}_{mn} - \\
& - M_{11} (\eta')_{mn+1},
\end{aligned} \quad (5.3)$$

$$\left. \begin{aligned} \Lambda_c^2 \frac{\partial}{\partial t} (\psi'_1)_{mn+1} + M_1 \frac{\partial}{\partial t} (\psi'_3)_{mn+1} = & -M_8 (\psi'_1)_{mn} - M_7 (\psi'_1)_{mn+1} - M_{10} (\psi'_3)_{mn} - \\ & - M_9 (\psi'_3)_{mn+1} - M_{12} (T_{z=0}^{*'})_{mn+1} - M_6 \lambda_{00}^* \left(\frac{\partial T^{*'}}{\partial z} \Big|_{z=0} \right)_{mn+1} + \tilde{\mathcal{N}}_{mn+1} + \\ & + M_{11} (\eta')_{mn}, \end{aligned} \right\}$$

其中 ($m = 1, 2, \dots, 6$ $n = 1, 3, 5$)

$$\left. \begin{aligned} M_1 = & - \left[(m^2 + 2j^2) \frac{4\pi^2}{L^2} + \Lambda_c^2 \right], \\ M_2 = & (m^2 + 2j^2) \frac{4\pi^2}{L^2} a M_1 - \frac{1.7\sigma \bar{T}_2^3 \Lambda_c^2 g}{p_2 c_p}, \\ M_3 = & \frac{2\pi m}{L} \left[-M_1 \bar{u}_{1+0} - \beta + \frac{4}{W^2} (\bar{u}_{1+1} - 2\bar{u}_{1+0} + \bar{u}_{1-1}) - \Lambda_c^2 (\bar{u}_{1+0} - \bar{u}_{3+0}) \right], \\ M_4 = & (m^2 + 2j^2) \frac{4\pi^2}{L^2} a \Lambda_c^2 + \frac{1.7\sigma \bar{T}_2^3 \Lambda_c^2 g}{p_2 c_p}, \\ M_5 = & -m \frac{2\pi \Lambda_c^2 \bar{u}_{1+0}}{L}, \\ M_6 = & \frac{\Lambda_c^2 R g}{2 p_2 f_0 c_p}, \\ M_7 = & M_4 + (m^2 + 2j^2) \frac{4\pi^2}{L^2} \cdot \frac{k}{2}, \\ M_8 = & -m \frac{2\pi \Lambda_c^2 \bar{u}_{3+0}}{L}, \\ M_9 = & M_2 - (m^2 + 2j^2) \frac{4\pi^2}{L^2} \cdot \frac{3k}{2}, \\ M_{10} = & m \frac{2\pi}{L} \left[-M_1 \bar{u}_{3+0} - \beta + \frac{4}{W^2} (\bar{u}_{3+1} - 2\bar{u}_{3+0} + \bar{u}_{3-1}) + \Lambda_c^2 (\bar{u}_{1+0} - \bar{u}_{3+0}) \right], \\ M_{11} = & m \frac{4\pi f_0}{LH} \left(\frac{5}{4} \bar{u}_{3+0} - \frac{1}{4} \bar{u}_{1+0} \right), \\ M_{12} = & \frac{0.3\sigma \bar{T}_4^3 \Lambda_c^2 R g}{f_0 c_p p_2}. \end{aligned} \right\} \quad (5.4)$$

以上 $n = 1$ 时 $j = 1$, $n = 3$ 时 $j = 2$, $n = 5$ 时 $j = 3$. \mathcal{N}_{mn} 为包含 250 毫巴的涡度平流及温度平流的非线性项, 而 $\tilde{\mathcal{N}}_{mn}$ 为包含 750 毫巴上的涡度平流、温度平流及地形作用项的非线性项是利用三角的积化和差的公式得到的, 所取的项数如(2.10)式所规定的.

基本运动方程组(5.1)和扰动运动方程组(5.3), 可化成 78 个如下的常微分方程组

$$\frac{dy_i}{dt} = f_i(t, y_1, y_2, \dots, y_n). \quad (5.5)$$

$$(i = 1, 2, \dots, 78)$$

在 78 个未知函数中, 基本气流有 6 个, 250 毫巴上的 ψ'_1 的富氏系数有 36 个, 750 毫巴上的 ψ'_3 的富氏系数有 36 个. 于是就可以用 Runge-Kutta 方法来求数值解. 下垫面温度 T^* 有 39 个未知函数, 3 个 \bar{T}^* 值由(4.33)式求出, 36 个 $(T^{*'})_{mn}$ 由(4.35)式求出.

2. 数 据

在数值计算中所取的数据如下: $g = 9.8$ 米·秒⁻², $f_0 = 10^{-4}$ 秒⁻¹, $\beta = 16 \times 10^{-12}$ 米⁻¹·秒⁻¹, $a = 10^5$ 米²·秒⁻¹, $k = 2 \times 10^{-6}$ 秒⁻¹, $A^2 = 1.26 \times 10^{-12}$ 米⁻², $\frac{R}{c_p} = 0.2859$, $L = 2.83 \times 10^7$ 米, $W = 5 \times 10^6$ 米, $H = 8 \times 10^3$ 米, $H_2 = 5.5 \times 10^3$ 米, $|\omega_2| = 10 \times 10^{-4}$ 毫巴·秒⁻¹, $L_c = 600$ 卡·克⁻¹, $\bar{T}_2 = 253^\circ$, $\bar{T}_4 = 283^\circ$, $\lambda = 12$ 卡·厘米⁻¹·秒⁻¹·度⁻¹, $b_{00}^* = 10$ 厘米²·秒⁻¹(海洋), $\lambda_{00}^* = 10$ 卡·厘米⁻¹·秒⁻¹·度⁻¹(海洋), $\Delta t = 3$ 小时, $p_2 = 500$ 毫巴.

六、基本运动的建立及其季节变化

现在来研究基本温度场、基本运动场的建立和演变. 不计扰动对基本运动的影响, 把基本运动方程组(5.1)右端的扰动项略去, 再同下垫面热传导方程联立求解. 在初值中, 下垫面温度 $\bar{T}_{z=0}^*$ 给成常数, 等于 28°C ; 基本气流给成零, $\bar{u}_1 = 0$, $\bar{u}_3 = 0$; 冬至作为初始时刻开始计算. 时间步长 $\Delta t = 3$ 小时, 计算了一年半, 即 4380 个步长, 所得的结果如下:

在模式中所放置的到达地面的短波辐射通量 \bar{S}_4 随时间的变化如图 1, 它是由公式(4.6)所决定的. 在冬至, \bar{S}_4 的南北梯度最大, 夏至最小, 而在北纬 20° 以南有反向的梯度. 所求得的下垫面温度 $\bar{T}_{z=0}^*$ 见图 1. 由于在冬天, 高纬所受到的太阳辐射很少, 在开始 100 天的时间内北极的 $\bar{T}_{z=0}^*$ 由 $+28^\circ$ 下降到 -24° . 随着夏季的到来, 高纬度所受到的太阳辐射也增多, 北极的 $\bar{T}_{z=0}^*$ 回暖, 但回到最暖的时候不在夏至, 而在夏至之后 1 个月左右. 这一点与气候实况是很接近的. 在夏季下垫面的南北温度梯度变得很小. 当太阳辐射的南北梯度再次增大时, $\bar{T}_{z=0}^*$ 的南北梯度也再次增大, 最低的 $\bar{T}_{z=0}^*$ 出现在冬至之后 1 个月左右, 低纬度落后的时间短些, 高纬度落后的时间长些.

下垫面热通量 $-\lambda_{00}^* \frac{\partial \bar{T}^*}{\partial z} \Big|_{z=0}$ 的演变见图 1. 在地表面热量平衡条件(4.25)中清楚地看到, 在初始时刻 $\bar{u}_1 = 0$, $\bar{u}_3 = 0$, 故南北的气温 \bar{T}_2 是一致的. 冬季高纬的 \bar{S}_4 比低纬的 \bar{S}_4 小得多, 根据方程(4.25)有 $-\lambda_{00}^* \frac{\partial \bar{T}^*}{\partial z} \Big|_{z=0} > 0$, 即下垫面热通量的流向是向上的. 从(4.34)式也容易看出, 当 $\bar{T}_{z=0}^*$ 变冷时, 热量由地底下向上流, 当 $\bar{T}_{z=0}^*$ 变暖时, 如第 100 天以后, 热量向下流. 下垫面热通量从夏季到冬季自下向上流, 由冬季到夏季是自上向下流. 下垫面热通量流向转换的时间, 在夏至或冬至以后 1 个月左右.

在 250 毫巴及 750 毫巴上, 基本气流的建立及其季节变化如图 1 所表示. 基本气流建立的速度比已给定下垫面温度梯度的模式^[7]要慢. 在图 1 中看到基本气流有显著的季节变化. 最大西风风速在夏至以后一个多月在北纬 55° 处出现, 其数值为 $\bar{u}_1 = 23$ 米·秒⁻¹, $\bar{u}_3 = 7$ 米·秒⁻¹; 冬至以后 1 个多月在北纬 35° 处出现, 其数值为 $\bar{u}_1 = 44$ 米·秒⁻¹, $\bar{u}_3 = 14$ 米·秒⁻¹. 这种最大西风风速所在纬度的季节变化与实况是比较接近的. 这种夏季北进、冬季南退的变化与太阳辐射的变化有关.

最后来看一下纬圈平均垂直速度 ω_2 的演变. 开始时是一个正环流, 赤道上升, 北极

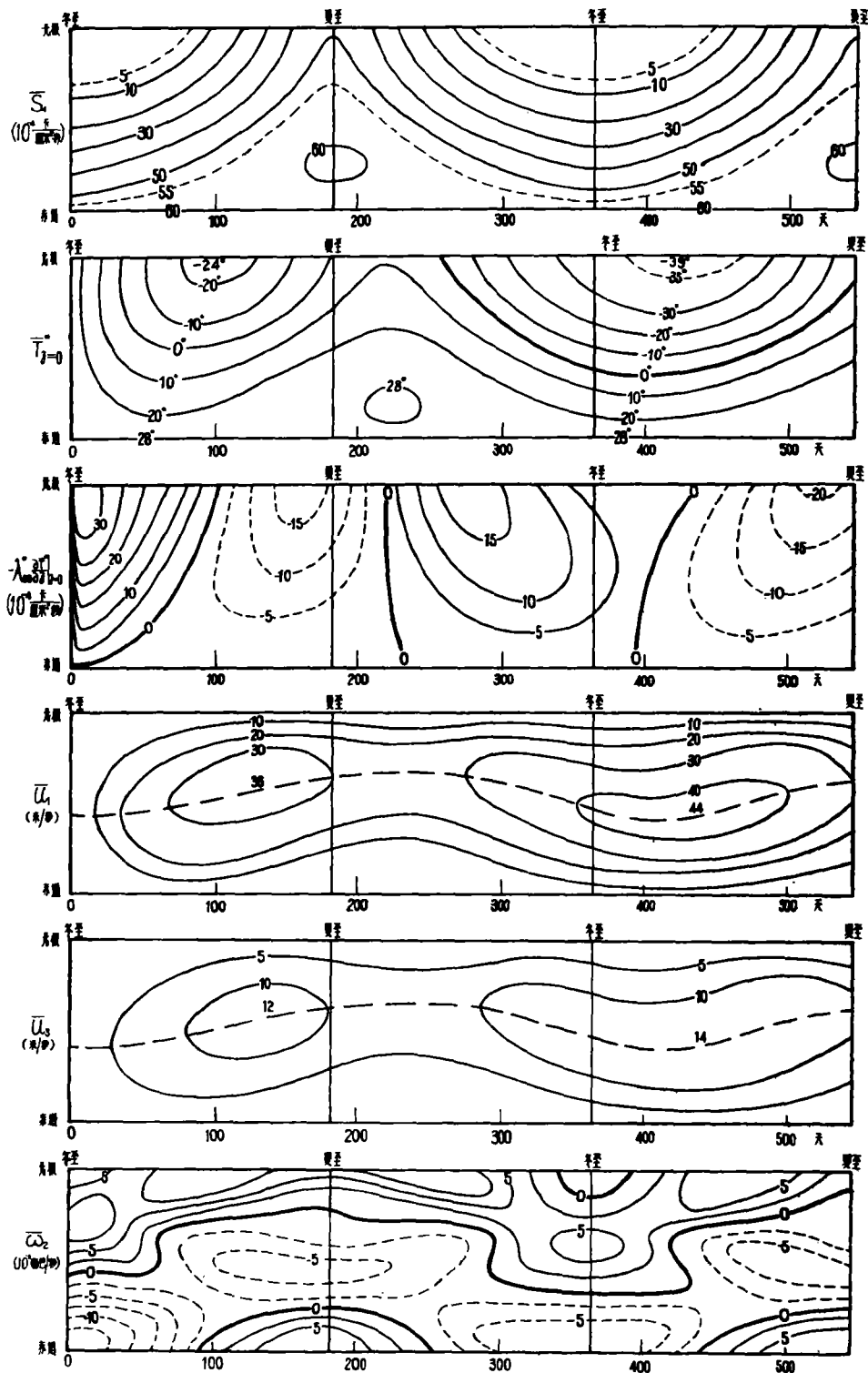


图1 基本场随时间的演变图

(\bar{S}_0 表示到达地面的短波辐射通量, \bar{T}_s 表示下垫面温度, $-\lambda_{s0}^* \frac{\partial T_s^*}{\partial z} \Big|_{z=0}$ 表示下垫面热通量, \bar{u}_1 表示 250 毫巴基本气流, \bar{u}_3 表示 750 毫巴基本气流, $\bar{\omega}_2$ 表示纬圈平均的垂直速度)

下沉。在春分之前, 上升区突然伸到很北的区域, 在夏季形成中纬度上升, 高低纬度下沉的环流。过了秋分以后, 又突然回复到冬季的正环流的形势, 但在北极附近有微弱的下沉区。所以, 在不加扰动时, 纬圈平均的垂直速度基本上可分为二种形势, 一种是冬季的正环流型, 另一种是夏季的中纬度上升, 高低纬度下沉型。在春分之前及秋分之后各有突变过程。

七、非绝热加热作用下的扰动特征

现在同时考虑基本运动和扰动运动, 对基本运动方程组(5.1), 扰动运动方程组(5.3), 基本的下垫面热传导方程(4.24)和扰动的下垫面热传导方程(4.27)联立求解。为了了解非绝热加热的作用, 暂时不计地形的动力作用。我们仍取 $\Delta t = 3$ 小时。

在初始时刻, 流场的扰动取为零, $\psi'_1 = 0, \psi'_3 = 0$, 但基本气流取成 $\bar{u}_{1-1} = 17$ 米·秒⁻¹, $\bar{u}_{1+0} = 20$ 米·秒⁻¹, $\bar{u}_{1+1} = 8$ 米·秒⁻¹, $\bar{u}_{3-1} = 5$ 米·秒⁻¹, $\bar{u}_{3+0} = 7$ 米·秒⁻¹, $\bar{u}_{3+1} = 4$ 米·秒⁻¹。对 1958 年 1 月 27 日的下垫面温度 $T^*(z=0)$, 按(2.10)的形式展成富氏级数后, 再将合成的值作为初值(见图 2)。该图能代表冬季典型的下垫面温度。

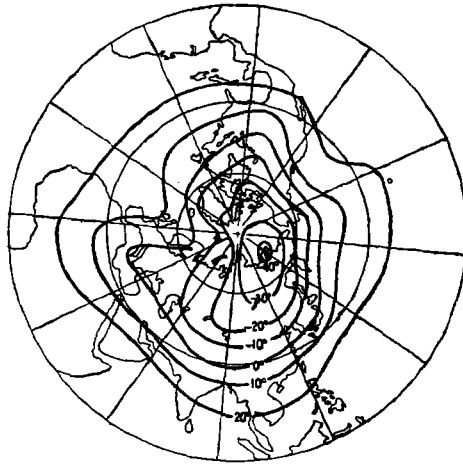


图 2 初始的下垫面温度场 $T^*(z=0)$

初始时刻的扰动厚度场 ($\psi'_1 - \psi'_3$) 为零, 因为 $\psi'_1 = 0, \psi'_3 = 0$ 。但由于海陆的热力特性不同而激发出来的第三、六、九天和第十五天的扰动厚度场 ($\psi'_1 - \psi'_3$) 如图 3 到图 6 所示。很显然, 在第三天的图上, 刚好欧亚大陆上空在变冷, 而 45° 纬度以北的大西洋上空在变暖, 但强度较弱。在第六、九天的图上, 看到原来在欧亚上空的变冷区东移, 强度加深; 大西洋上空的变暖区强度变强。到第十五天, 亚洲及整个太平洋都是变冷区, 而变冷中心在库页岛上空。整个美洲大陆、大西洋及欧洲为变暖区, 变暖中心在英国上空。

扰动厚度场 ($\psi'_1 - \psi'_3$) 的这种配置的形成, 是因为在冬季陆冷洋暖, 当空气自西向东经过大陆上空不断冷却, 到大陆东岸时达到最低值, 如苏联库页岛上空的冷中心; 当空气自西向东经过大洋上空时不断增暖, 到大陆西岸时达到最高值, 如英国上空的暖中心。从图上看北美大陆的作用显不出来, 可能是由于北美大陆的面积比欧亚大陆的面积小得多的缘故。

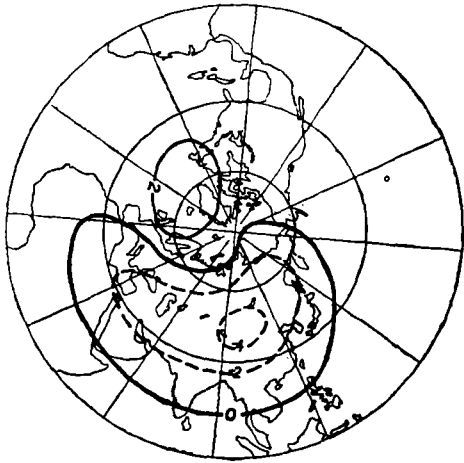


图3 第三天的扰动厚度场 ($\psi_1' - \psi_3'$)
(单位: $10^6 \text{米}^2 \cdot \text{秒}^{-1}$)

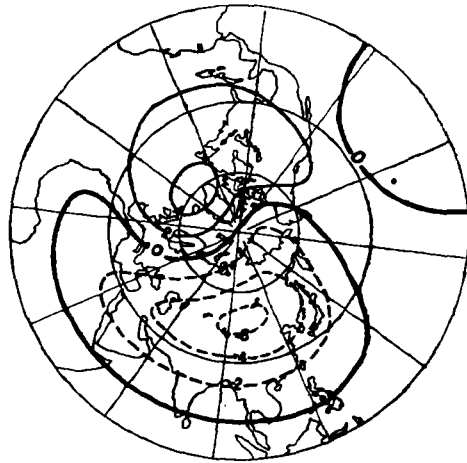


图4 第六天的扰动厚度场 ($\psi_1' - \psi_3'$)
(单位: $10^6 \text{米}^2 \cdot \text{秒}^{-1}$)

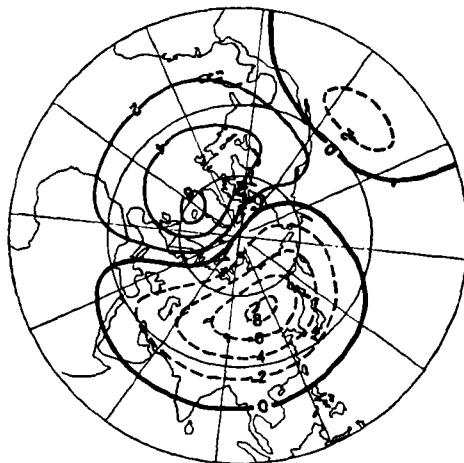


图5 第九天的扰动厚度场 ($\psi_1' - \psi_3'$)
(单位: $10^6 \text{米}^2 \cdot \text{秒}^{-1}$)

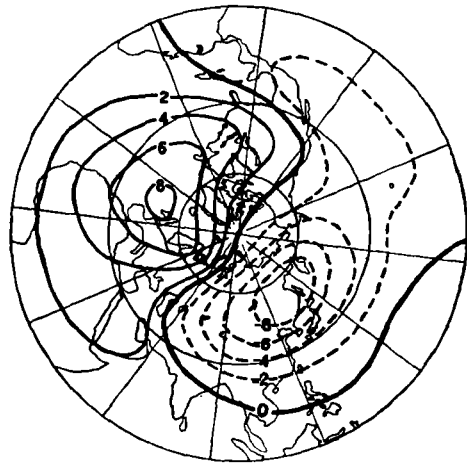


图6 第十五天的扰动厚度场 ($\psi_1' - \psi_3'$)
(单位: $10^6 \text{米}^2 \cdot \text{秒}^{-1}$)

八、非绝热加热和地形共同作用下的流场演变

除了加入地形动力作用外,所取的方程组与上节完全一样,初值也与上节完全一样,以三小时作为时间步长,算了十二天,从图7到图10分别表示第三、六、九天和第十二天的750毫巴上的流场。限于篇幅,只给出750毫巴上的流场。从图中所反映出来的流场演变特点,可以归结为以下二点来讨论。

1. 冬季冷空气的活动过程

考虑非绝热加热(包括海陆的差异)和地形作用,以纬圈气流作为初值,到了第三天(图7)在苏联的新地岛上空产生一个小槽,第六天这小槽加深,但很少移动,第九天小槽

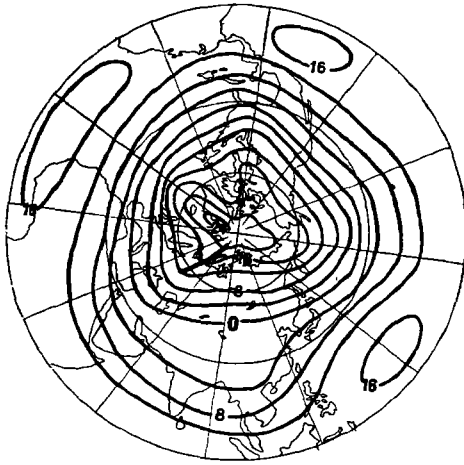


图7 第三天的750毫巴上的流场 ψ_3
(单位: $10^6 \text{米}^2 \cdot \text{秒}^{-1}$)

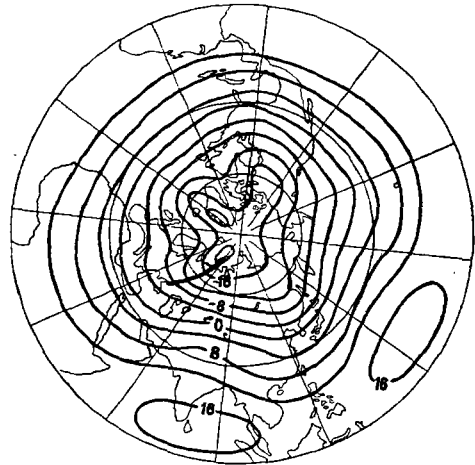


图8 第六天的750毫巴上的流场 ψ_3
(单位: $10^6 \text{米}^2 \cdot \text{秒}^{-1}$)



图9 第九天的750毫巴上的流场 ψ_3
(单位: $10^6 \text{米}^2 \cdot \text{秒}^{-1}$)

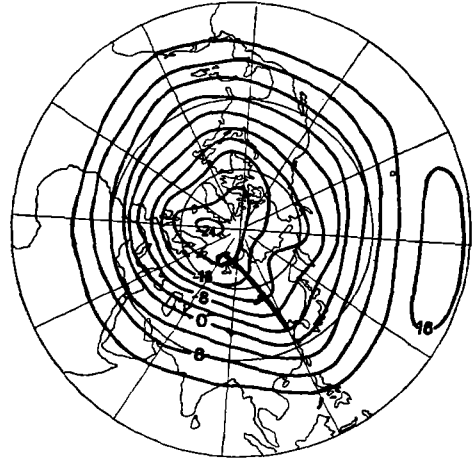


图10 第十二天的750毫巴上的流场 ψ_3
(单位: $10^6 \text{米}^2 \cdot \text{秒}^{-1}$)

已经发展了,并开始向东移动,到了第十二天该槽已很快地向东南方向移动。整个过程相当于一冷空气活动。

根据天气实践,冬季东亚的冷空气往往是从苏联新地岛来的小槽发展起来的,这个小槽一边发展,一边向东南方向移动,造成东亚一次冷空气活动。我们的计算结果也多少类似于这种过程。计算结果求出了冷空气源的偏爱地区:即起源在苏联新地岛上空,并向东南方向移动。

2. 东亚大槽与北美大槽

在第三天的图上,在我国西藏高原有类似于绕流的现象出现。到第六天(图8)绕流现象消失,在东亚建立了大槽。但到了第九天(图9)苏联乌拉尔的槽正在发展时,则东亚

大槽不清楚了。直到冷空气爆发的第十二天,在东亚又建立了大槽。看来,东亚大槽随时间的变动较大,但北美大槽仅在平均位置附近左右摆动,比起东亚大槽要稳定得多。

致謝: 本文承叶篤正教授热情鼓励,在編制程序的工作中张宝严同志做了很多工作,作者謹致以深切謝意。

参 考 文 献

- [1] Phillips, N. A., *Q. J. R. Met. Soc.*, 82 (1956), 123—164.
- [2] Charney, J. G., *The Rossby Memorial Volume*, 1959, 178—193.
- [3] Matsumoto, S., *Proc. Inter. Sym. N. W. P. in Tokyo*, 1962, 539—553.
- [4] Bryan, K., *Tellus*, 11 (1959), 163—174.
- [5] Lorenz, E. N., *J. Atm. Sci.*, 19 (1962), 39—51.
- [6] Smagorinsky, J., *Mon. Wea. Rev.*, 91 (1963), 99—164.
- [7] 陈雄山, 非絕热加热及地形动力作用下的大气环流长期演变过程, *气象学报*, 34 (1964), 271—284.
- [8] Berkofsky, L. and Bertoni, E. A., *Bull. Am. Met. Soc.* 36 (1955), 350—354.
- [9] Adem, J., *Tellus*, 14 (1962), 102—115.
- [10] Федосеев А. И., *Труды ГГО*, вып. 41 (103), (1953), 133—143.
- [11] Алисов Б. П., Дроздов О. А., Рубинштейн Е. С., *Курс климатологии*, Гидрометеоздат, 1952, 15—22.
- [12] Кондратьев К. Я., *Лучистая энергия солнца*, Гидрометеоздат, 1954, 279—282.
- [13] Simpson, G. C., *Met. Roy. Met. Soc.*, 3 (1928), No. 21, 1—26.
- [14] Бudyko М. И., *Тепловой баланс земной поверхности*, Гидрометеоздат, 1956, 238—244.
- [15] Кябель И. А., *Введение в гидродинамические методы краткосрочного прогноза погоды*, ГИТТЛ, 1957, 340—357.
- [16] Машкович С. А., *Труды ЦИП*, 78 (1958), 5—36.
- [17] 陈雄山, 斜压大气中基本气流与扰动的若干制约过程, *气象学报*, 34(1964), 20—30.

A NUMERICAL EXPERIMENT OF THE GENERAL CIRCULATION OF THE ATMOSPHERE

CHEN YUNG-SAN

(Institute of Geophysics and Meteorology, Academia Sinica)

ABSTRACT

A numerical experimental model of the general circulation of the atmosphere is constructed based on a two-level quasi-geostrophic model with the dynamical effects of topography and land-and-sea distribution and the radiation, turbulent and condensation heatings included. In the radiation heating, the influences of clouds on the long wave and short wave radiations are considered, by assuming that the appearance of cloud depends on the vertical current only. The surface temperature is obtained by solving the heat-transfer equation. The derived non-linear ordinary differential equations are numerically integrated on electronic computer by using Runge-Kutta method.

In the absence of disturbances the surface temperature and basic currents are gradually set up by the excitement of solar radiation with an annual period. The surface temperature has an apparent seasonal fluctuations, which lag behind that of the solar radiation about one month. The obtained values of surface temperature in winter and summer are in accord with the actual climatic values. The basic currents also have an apparent seasonal fluctuations, which also lag behind that of the solar radiation more than one month. In summer, the basic currents decrease in intensity and the jet stream shifts towards the north, and in winter, the basic currents increase in intensity and the jet stream shifts towards the south.

In winter, the thermal properties of the actual land-and-sea distribution of northern hemisphere enable the air over Asia and the Pacific to cool down and the air over Europe and Atlantic Ocean to warm up. Under the mutual effects of topography and non-adiabatic heatings, troughs form over eastern Asia and northern America. The process of cold-air activity is also discovered in the experiment. This cold-air activity has its favourite origin which is Novaya Zemlya in Europe. Further the cold air originated from Novaya Zemlya has its favourite southeastward track.