第 34 卷 第 4 期　　气　象　学　报　　Vol. 34, No. 4
1964 年 11 月　　ACTA METEOROLOGICA SINICA　　November, 1964

对几种中小尺度运动的相似理論分析*

顾　震　潮
（中国科学院地球物理研究所）

中小尺度的大气运动近来逐渐受到多方面的注意．但是，由于問題的复杂性，这方面的进展还不算很快．中小尺度大气运动的动力学研究也是如此．因此，多从不同角度对这一問題进行分析，还不一定是多余的．

本文想从相似理論上来討論一些中小尺度运动的若干特征．在力学上，相似理論是比較发展的，并且帮助解决了不少問題[1]．但是在气象上用得还不太多[2—7]，有的看来还有疑問[8]．这方面还値得我們进一步努力．当然，由于相似理論本身的局限性，有許多問題是它所不能解决的．例如，由于运动的巨大发展而引起的本质的改变（尺度的改变或特征量大小的改变）时，相似理論就难于应用，也不能推到极限情况．只要我們注意到它的局限性，有条件地应用这一理論，是可以得到一些有用的結果的．

一、

我們先来考虑一下自由对流問題．

假定我們分析的对象是无限深，但整层有层結的大气．取扩散系数 k，$\beta \equiv g/\theta$，稳定度 $\alpha \equiv \gamma - \gamma'$，和 $\Delta\theta$ 为特征量，θ 是位温，γ 是温度递減率，γ' 是个别变化下气块温度随高度的絕热变化，$\Delta\theta$ 是地面加温所造成的近地面温差．那末当不給定气层厚度时，整个运动只决定于一个无量綱量

$$M \equiv \beta\Delta\theta^4/\alpha^3 k^2. \tag{1}$$

显然在静力稳定层結下 $M < 0$．在大气中一般 $\beta \sim 3$, $\alpha \sim 10^{-5}$, $\Delta\theta \sim 1^0$, $k \sim 10^{-1}$（都取厘米·克·秒制）．所以 $M \sim 10^{18}$．对湍流交换[1)] $k' \sim 10^5$—10^6，那末 $M \sim 10^3$—10^5．无論如何，自由对流是否产生，以及形成什么样的自由对流乃至是否形成湍流，应决定于参数 M．

在这种情况下，可以有两个特征尺度

$$L_1 = \Delta\theta/\alpha,\quad L_2 = (k^2/\beta\Delta\theta)^{1/3}. \tag{2}$$

这两个都是垂直方向上的尺度，不是水平尺度．L_1 可以称做浮升高度，L_2 可以称做扩散高度，也可以引入别的尺度如 $L_3 = (k^2/\alpha\beta)^{1/4}$，但它与 L_1, L_2 不独立，并且意义不如 L_1, L_2 清楚．同样，可以有两个特征时間

$$T_1 = (|\alpha|\beta)^{-\frac{1}{2}},\quad T_2 = \Delta\theta^2/\alpha^2 k. \tag{3}$$

显然在稳定大气中 T_1 与重力內波振动周期（Brunt-Väisälä 周期）相当，T_2 可称做扩散时間．同样可以引入 $T_3 = \Delta\theta^2/\alpha^2 k$，但不如 T_1, T_2 意义清楚．

---

* 本文 1964 年 4 月 1 日收到．

1) 在积云动力学[9]中需要把 k 取成湍流交换系数．

大气在一般情况下，$L_1 = 10^5$ 厘米，$L_2 = 10^{-1}$ 厘米或对湍流来說 $L_2' = 10^3$—10^4 厘米；$T_1 = 10^2$ 秒，$T_2 = 10^{11}$ 秒或对湍流来說 $T_2' = 10^4$—10^5 秒．可見浮力是主要的，与浮力有关的特征尺度 L_1 更大，而特征时間 T_1 更短．

无量綱参数M显然与特征尺度或特征时間有关．由 L_1，L_2 的式子可知

$$M = (L_1/L_2)^3, \tag{4}$$

由 T_1，T_2 的式子可知

$$M = (T_2/T_1)^2. \tag{5}$$

事实上我們完全可以把M定义成 $M = L_1/L_2$ 或 $M = T_2/T_1$．由此可見，扩散尺度 L_2 小，扩散时間 T_2 长就更有利于浮升，不易扩散，就要形成自由对流．M很大的时候就要形成湍流．

要进一步分析，可引进加热的尺度 L_0．自由对流靠地面加热，因此地面加热的尺度是重要的．这时引进的当然是水平尺度．但对于对流或小尺度运动水平尺度与垂直尺度属同一量級，所以可以把它看做垂直尺度．这样由于多引进一个量，特征尺度多了一个，特征时間也多了一个．例如可有 $T_3 = L_0^2/k$．也可把 T_2 写成 $T_2 = (L_0/\beta\Delta\theta)^{\frac{1}{2}}$．取 $L_0 \sim 10^5$，那末 $T_3 \sim 10^{11}$ 或对湍流运动 $T_3' \sim 10^4$—10^5．但如 $L_0 \sim 10^4$，那末 $T_3' \sim 10^2$—10^3．

在这里我們并沒有引进大气的厚度作为特征量．是否自由对流一定要引进大气厚度是值得研究的．一般的流体力学中研究的是两片无限平板間的对流，用 grashof 数作为判据，但对很高的气柱就不能用 grashof 数作为判据[10]．在我們这里所作的分析，也沒有这問題存在．

从自由对流的机制来看，这也是清楚的．显然，自由对流是由浮力来支持的．它把热能通过位能而轉成动能．但另一方面，它又受扩散而消耗动能．在稳定条件下，这两者的平衡就决定了对流的規模，而最后的效果是把加热均加到大气各处．要是人为地在有限层次的上下界保持温差，就要求上下界上各有热源和热汇．一个无盖的无限深的大气，实际上等于上方有个热汇．在这方面来說，它与上下有界而保持一定溫差的大气沒有多大差别．因此，看来在无限深的大气中也可以产生自由对流．

我們引入加热尺度 L_0 时，由于 L_0 是外界引入的，所以我們可以有与共振現象类似的"共振数" L_1/L_0 或 L_2/L_0，同样也可在外界給定特征时間 T_0 后，引入共振数 T_1/T_0 或 T_0/T_0．把这共振数記做 A．那末运动显然是由无量綱参量M与A来决定．换句話說，这一运动由原来的M所决定的运动及引入 L_0 与內在尺度"共振"情况来决定．

在一般的自由对流中，提法不大一样．当引入外界綫尺度 L_0 后，人們引入无量綱参量

$$G = \frac{\beta L_0^3 \Delta\theta}{k^2}, \quad F = \Delta\theta/\alpha L_0, \tag{6}$$

G 是 grashof 数，F 可称做浮力数．显然 $M = GF^3$．又 $A = L_1/L_0$ 时，$A = F$．

从特征尺度来看，

$$G = L_0^3/L_2^3, \tag{7}$$

它与外界垂直尺度和扩散尺度的比有关．而

$$F = L_1/L_0 \tag{8}$$

是浮升尺度和外界垂直尺度的比．同样如果扩散尺度 L_2 小，就要产生对流，L_2 很小时就要形成湍流．一般 $G > 10^3$ 时形成自由对流，即扩散高度至少比外界尺度（板距）小一个量級才能产生对流．

再稍看一下強迫对流．在这种情况下，必須引进特征水平风速 u 和特征水平尺度 L_0．这时运动由三个无量綱参数决定．問題在于这时候一般說 $L \neq uT_1$ 或 uT_2，同时 $L \neq L_1$ 或 L_2．所以运动垂直尺度与运动水平尺度完全可以不同．同样垂直气流 W 与水平气流 u 也不一定是同量級的．強迫对流的問題看来是不同尺度（中尺度和小尺度）运动相互制約的問題．当然，在自由对流的情况下，如果加热尺度 L_0 超过 L_1 或 L_2 很多，$W \sim V$ 也不能成立，問題也要复杂一些．

順便指出，自由对流中自模拟是不大可能的．Гандин[8] 在用相似理論分析局地环流时所說的自模拟，在实际大气中是难以出現的．例如按 Гандин 令运动水平尺度 L，垂直尺度 H，等等，而自模拟时 $VZ/WX = \cdots = 1$，那末

$$G = V^2/W^2, \tag{9}$$

在自由对流中通常 $V \sim W$，因此自模拟条件(9)意味着 $G = 1$．这是一个非常特殊的情况．至少 Гандин 的所謂自模拟与一般所說的自模拟[1,10]很不相同．

二、

現在我們看一下层結对“气压跳跃”的影响．把跳跃前后下层高度变化取做 Δh．不考虑地轉，特征量显然是 v, g, h, Δh，因而

$$\Delta h = h \cdot G(v^2/gh). \tag{10}$$

如果大气是层結的，$\sigma = -\partial \ln\rho/\partial z$，那末特征量变成 u, g, Δh, σ，而

$$\Delta h = \sigma^{-1}H(\sigma u^2/g). \tag{11}$$

可見在一定的 $\sigma u^2/g$ 下，σ 小时 Δh 大．不难了解，当稳定度小时，临界流速 u_c 比較小，流动容易超临界，并且超临界后就可跳跃很高．相反的，稳定度大时，不容易形成跳跃，并且跃得低．

从以上两个結果来看，似乎可以了解为什么气压跳跃在中緯度的夏季里（σ 小一些）更为明显．

可以附带分析一下重力內波的水平尺度．如果只考虑定常波，在这一問題中特征量可取做流速 u，波长 L，稳定度 σ 和 g．那末

$$L = \sigma^{-1} \cdot k(u^2\sigma/\gamma) = u(g\sigma)^{-\frac{1}{2}} \cdot N(u^2\sigma/g). \tag{12}$$

可見在同样的 $u^2\sigma$ 下，u 增加一倍，L 要加大四倍，而 σ 大一倍时 L 就減小一半．看来重力內波波长随流速变化更大．

最后，我們分析一下地轉对“气压跳跃”的影响．大家知道，在有一种飑綫理論中把飑綫看做一种激波．在不可压两层模式中，如果上层与下层的密度各是 ρ' 与 ρ，厚度各是无限和 h，上层靜止而下层流速是 v．那末，在

$$v > v_c = \sqrt{\gamma g h} \tag{13}$$

时，就会发生“水跃”，$\gamma = (\rho - \rho')/\rho$．現在当有地轉时，特征量是 v, γg, h, f 等四个，基本量只是 L, T 两个．由此可知，只有两个无量綱量 $v^2/\gamma gh$ 和 $\gamma g/f^2 h$．因此

$$v_c = \sqrt{\gamma g h} \cdot F(f^2 h/\gamma g), \tag{14}$$

F 是任意函数. 可見要保持同样的 $\gamma g/f^2 h$, f 小时 h 就要加大,而这时 v_c 就要变大. 这样看来,"气压跳跃"在低緯度不如在中高緯度更容易产生. 但 $f \to 0$ 时必然有 $F \to 1$. 可見地轉的作用使 v_c 減小. 換句話說,地轉使"气压跳跃"更为容易形成. 由于 f 小一个量級, h 就要大两个量級,所以 f 的作用还不小. 在同一緯度上(同样的 f),对下层厚度 h 大穩定度小(γ 小)的情况,地轉的作用就更大. 但是,由于这問題的复杂性,还需要进一步从别的角度来分析. 因为在一些有关的小范围非綫性的大气运动来說,地轉的作用与这边的分析并不一致.

巢紀平同志对本文的初稿提出了有价值的意見,由此弄清了一些問題,对本文的定稿很有帮助.

参 考 文 献

[1] Седов, А. И., *Метод подобия и размерности в механике*, 1957.
[2] Batchelor, G., *Q. J. Roy. Met. Soc.*, **79** (1953), 224—235.
[3] Batchelor, G., *Q. J. Roy. Met. Soc.*, **80** (1954), 339—358.
[4] Scorer, R., *J. Fluid Mech.*, **2** (1957), 583—594.
[5] Saunders, P., *Tellus*, **14** (1962), 177—194.
[6] Ogura, Y., *J. Atmosp. Sc.*, **19** (1962), 173—179.
[7] Long, R., *J. Atmosp. Sc.*, **20**(1963), 209—212. (其中大部分已包括在文献 [1] 中)
[8] Гандин, Л. С. 等, *Основы Динамической Метеорологии*, 1955, Гл. 15.
[9] 巢紀平, 气象学报, **31**(1962), 191—204.
[10] Ландау, Л. Д. 等, 連續介質力学, 中譯本, 第一册, 1958.

SIMILARITY ANALYSIS OF SOME MESO- AND MICRO-SCALE ATMOSPHERIC MOTIONS

Koo Chen-chao
(Institute of Geophysics and Meteorology, Academia Sinica)

Abstract

By similarity analysis, it is shown firstly that the free convection in the atmosphere may be characterized by the parameter

$$M \equiv \beta(\Delta\theta)^4/\alpha^3 k^2.$$

where $\beta \equiv g/\theta$, $\alpha = \gamma - \gamma'$, θ is the potential temperature, $\Delta\theta$ the characteristic horizontal heating, k the diffusion coefficient. In this case, there are two characteristic times or characteristic lengths. Secondly, it is pointed out that the height difference in the pressure jump is given as

$$\Delta h = hG(v^2/gh),$$

where v is the velocity of the flow, h the height and G an arbitrary function.