

动能的周期变化和动能转换率 对动能增衰的作用*

仇 永 炎

(北京大学地球物理系)

摘 要

利用 1976~1977 年冬季四个月北半球 500 mb 资料, 对北半球平均动能和涡动动能波谱的中期变化、动能转换率对平均动能的增衰和对波动增衰的作用进行了研究, 得到一些初步结果。指出: 北半球平均动能、涡动动能以及涡动动能和平均动能之间的转换率, 有准两周的周期振动。涡动动能先于动能转换率一天达到峰值, 而后再过两天平均动能达到峰值。在 $k=3$ 波时, 动能也存在准两周的周期振动, 它是对涡动动能总值贡献最大的波动, 同涡动动能总值具有同位相的振动。对动能转换率总值贡献最大的还是 $k=3$ 波, 其转换率具有同转换率总值同位相的准两周振动。

动能转换率对平均动能整个增长阶段的贡献, 大于衰退阶段, 在平均动能增长阶段, 动能转换率近似于同平均动能变化率平衡。这意味着平均动能的增长, 正压过程在起作用。

文中还研究了动能转换率对 $k=1\sim 6$ 波增衰的作用, 结果表明: 它对波动的增长不起作用, 但对波动的衰退起到足够的贡献。

最后, 对波动的增衰同平均动能和涡动动能的中期变化之间的联系进行了讨论。

一、前 言

随着中期预报的开展, 人们越来越注意探索中期大气环流的演变规律。大气环流中期周期变化是其探索的主要方面之一。根据目前的研究, 发现大气里有两种盛行周期: 准两周周期和二十几天的周期^[1-5]。这些研究或者着重于平流层, 或者着重于对流层高层, 或者着重于对流层整层大气积分。可是对于对流层中层, 不管是常规预报还是数值预报, 都是很主要的层次, 然而对其周期振动的讨论却较少。作者曾分析 500 mb 角动量输送波谱的周期变化, 发现有准两周的振动, 而且主要贡献者为 3 波^[6]。在平流层低层, 准两周振动贡献者为 1 波^[1], 而对流层整层大气积分的周期为二十几天, 盛行者为 2 波^[4]。可见, 对流层中层大气与其他层次的振动周期和主要贡献者的波数是不同的。因此, 对于对流层中层, 有必要仔细研究。本文目的之一, 想利用能表征大气环流基本特征的动能为参数, 研究北半球平均动能和涡动动能的中期周期变化, 特别是注意到各分波的贡献。

平均动能和大尺度波动的增衰, 既是大气环流又是中期预报研究课题之一。弄清这个问题, 有助于了解大气环流演变的机制。最近蔡、高^[6]讨论了有限纬度带波动的增衰, 强调了非线性项的作用。我们想单从动能转换项探讨北半球范围内平均动能和波动

* 本文于 1979 年 1 月 26 日收到。

增衰的问题。最后,想寻找波动的增衰同平均动能和涡动动能的周期变化之间的联系。

二、计算公式与资料

文中主要计算了 20—80°N 范围内的单位气压厚度里总质量的三种动能参数:平均动能

$$\bar{K} = \frac{2\pi a^2}{g} \int_{\varphi_2}^{\varphi_1} \frac{1}{2} \bar{u}^2 \cos \varphi d\varphi,$$

k 分波的涡动动能

$$K'_k = \frac{2\pi a^2}{g} \int_{\varphi_2}^{\varphi_1} \frac{1}{2} (\overline{u_k'^2} + \overline{v_k'^2}) \cos \varphi d\varphi,$$

k 分波动能向平均动能的转换率

$$CK_k = \frac{2\pi a^2}{g} \int_{\varphi_2}^{\varphi_1} \frac{u'v'}{a} \frac{\cos^2 \varphi}{a} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\bar{u}}{\cos \varphi} \right) d\varphi$$

这里某量上“—”号为沿纬圈的平均,“'”号为涡动符号,下标和圆括号里的花体 k 表示第 k 波, a 为地球半径, g 为重力加速度, φ_1, φ_2 分别为 80° 和 20° 的弧度角,其他均为常用符号。

在北半球 500 mb 图上对 1976 年 11 月 14 日到 1977 年 3 月 16 日共 122 天进行逐日读数(纬度范围自 85°N 到 15°N),每个纬圈均匀的读取 36 个高度值。经纬度格距为 10°×10°,计算时纬距取 10°,而后对 20—80°N 的高度值求和。我们以这个求和值,代表北半球的总值。这就意味着 20°N 以南和 80°N 以北的数值被略去了。波数自 1 求到 12,12 个波的总和即得总值。比如,涡动动能总值 $K'_s = \sum_{k=1}^{12} K'_k$, 动能转换率总值 $CK_s =$

$\sum_{k=1}^{12} CK_k$ 。如无特别说明,动能单位取 10^{23} erg/mb,转换率和动能变化率单位为 10^{18} erg/mb·s。为了滤去短周期振动,把求得的量再经过三天滑动平均,这样一来,实际所用资料为 120 天。

文中对时间序列作功率谱和交叉谱分析,是按丸山^[7]陈述过的、杨大升^[8]应用过的公式计算的。取四种最大后延数:39、31、24 和 15,计算结果,有许多相似之处。但因最大的后延数 39 的谱区间隔小,分辨率较清楚,所以采用其结果。这样,由于资料时间短,因而信度就不高。实际上,统计的结果还只是对定性结果的补充,这有待于将来进一步验证。

三、北半球动能的周期变化

1. \bar{K}, K'_s 和 CK_s 的变化

利用 20—80°N 求积的、经过三天滑动平均的平均动能 \bar{K} 、涡动动能总值 K'_s 和两者之间的转换率 CK_s 的总值,点成随时间变化的曲线(图略),考察其振动周期长度。为了对一些量的“振动”进行统计,特定义如下:凡峰值—谷值—峰值在该量平均值上、下振动一个来回,称作一次振动。据此定义, \bar{K} 的平均周期约为 14 天, K'_s 约为 12 天, CK_s 为 13 天。据功率谱分析(图 1 a、b、c), \bar{K} 在 13—16 天周期处有一峰值,谱密度超

过 50 单位； K'_s 在 13 天周期处有一峰值，谱密度接近于 \bar{K} 的单位； CK_s 峰值也是在 13—16 周期处。因此可以说，三者都有一种准两周的周期振动。

由于 \bar{K} 和 K'_s 两者位相差约达 90° ，用协方差分析，即 $Q(\bar{K}, K'_s)$ 较有意义。从图 1 d 中看到，两者差 90° 位相关系最大是在 13—16 天周期处。 K'_s 和 CK_s 交叉谱 (图 1 e) 以及 \bar{K} 和 CK_s 交叉谱 (图 1 f) 都是在 13—16 天周期处谱密度最大。这些说明 \bar{K} 、 K'_s 和 CK_s 三者，三者在 13—16 天周期处关系最大。

量度两个时间序列的位相关系，最好用相角表示。据计算，在 13 天周期处， \bar{K} 落后于 K'_s 和 CK_s ，分别为 90° 和 48° ，化为天数，分别约为 3.3 天和 1.8 天；在 16 天周期处， \bar{K} 落后于 K'_s 和 CK_s ，分别约为 3 天和 2 天。这种关系有其物理上的意义，即：就准两周周期来说，涡动能增长后约隔一天，动能转换率增长。再过两天左右，导致平均动能增长。涡动能增长，到平均动能增长为期三天左右，即约为 $1/4$ 周期。

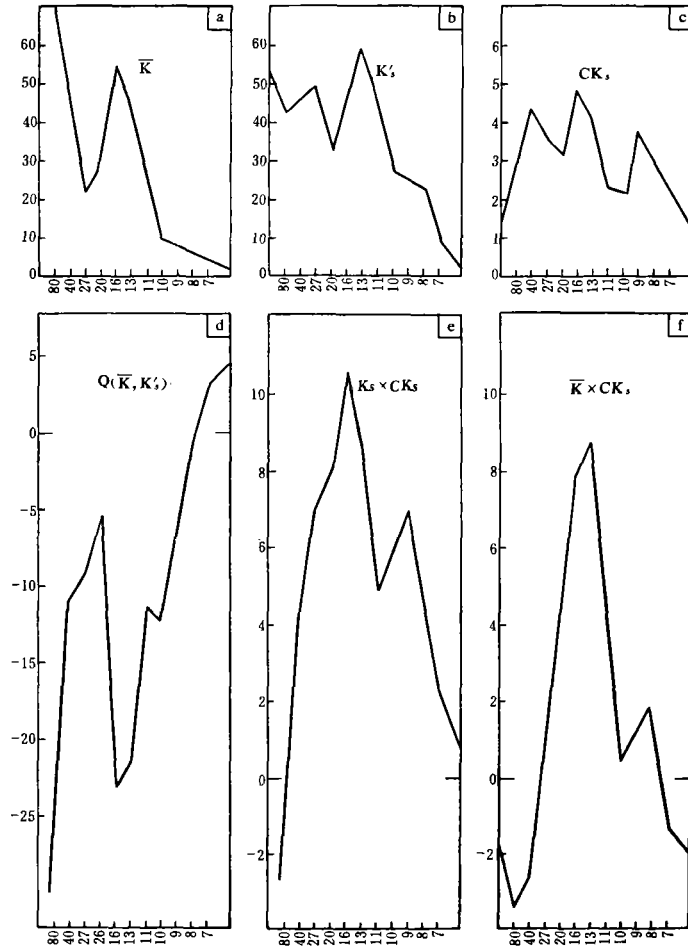


图 1 a、b、c 分别为 \bar{K} 、 K'_s 和 CK_s 的功率谱；d 为 \bar{K} 和 K'_s 的协方差谱；e、f 分别为 K'_s 、 CK_s 和 \bar{K} 、 CK_s 的交叉谱。横坐标为周期，天数。纵坐标为谱密度；a、b、d 纵坐标单位为 $(10^{28} \text{erg}/\text{mb})^2 \cdot \text{day}$ ；c 单位为 $(10^{18} \text{erg}/\text{mb} \cdot \text{sec})^2 \cdot \text{day}$ ；e、f 单位为 $(10^{41} \text{erg}^2/\text{mb}^2 \cdot \text{sec}) \cdot \text{day}$ 。

2. 分波动能及其与总涡动动能的关系

在讨论了涡动动能总值存在准两周振动之后, 现在讨论各分波的情况及其对总值的贡献。由于大部分涡动动能集中在 $k=1-6$ 波(其动能约占总值的 81%), 小部分集中在 $k=7-12$ 波(其动能只占总值的 19%), 所以只要讨论 $k=1-6$ 波的振动周期和贡献就可。

图 2 a—f 分别为 $k=1-6$ 波的动能功率谱。首先可注意到当 $k=3$ 波时, 在 13 天周期附近有峰值, 谱密度较强。其他分波, 如 $k=1, 4, 5$ 波虽然在 13—16 天周期处有一峰值, 但谱密度较小。当 $k=2$ 波时, 盛行周期为 27 天, 在 13 天周期附近无峰值。总之, 同涡动动能总值 13 天周期关系最密切的波是 $k=3$ 波。为了说明这点, 我们在下面采用了交叉谱分析。

在交叉谱图 2 g—l 上, 除去 $k=2$ 波外, 都在 13 天周期处有峰值, 然而最突出的要算 $k=3$ 波, 它与总值的交叉谱谱密度达到 21.6 单位。而且 $k=3$ 波与总值在 13 天周期处的凝聚达到 0.86。另外, K'_3 与 K'_s 在 13 天周期处, 还是同位相关系, K'_3 超前 K'_s 的相角只有 5° , 化为天数只有 0.2 天。从时间曲线图上(图略)估计了 $k=3$ 波对涡动动能总值同位相振动的贡献, 按面积估计约为 29%。总之, 这些结果说明: 对涡动动能总值(准两周振动)贡献最大的波动是 $k=3$ 波, 它也是呈准两周振动。

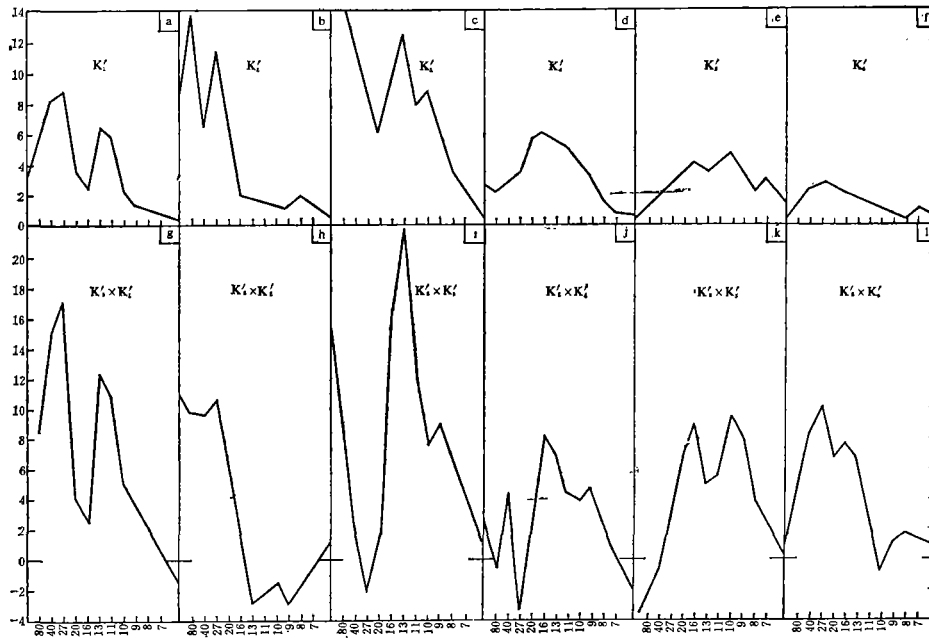


图 2 波数 $k=1-6$ 动能的功率谱(a—f)及其与 K'_s 的交叉谱(g—l)。横坐标为周数(天数), 纵坐标为 $(10^{20} \text{erg}/\text{m}^2)^2 \cdot \text{day}$ 。

3. 各分波的动能转换率

从 $k=1-6$ 波的动能转换率的功率谱图上(图 3 a—f)看, 唯有 CK_3 有一很明显的峰值, 功率为 1.5 单位, 周期为 16 天。其他分波谱密度都比较小, 也没有明显的峰值。因此, 这些分波的周期变化, 尚有待研究。在交叉谱图上, 也有同样的特点, 即在 16

天周期处 $CK_5 \times CK_3$ 也有一很明显的峰值。其他分波，如 $k=4-6$ 转换率同 CK_5 在 13—16 天周期处虽各有一峰值，但功率远比 $CK_5 \times CK_3$ 要小得多。再者 CK_3 同 CK_5 在 13—16 天周期的相相差很小，比如，在 16 天处 CK_5 只超前 CK_3 4° ，即 0.2 天，在 13 天周期处超前于 CK_3 还不到 0.1 天。这些结果说明： CK_3 也盛行准两周的振动，同 CK_5 具有同位相振动。对 CK_5 贡献最大的也是 CK_3 。其物理意义是：把涡动动能转换成平均动能的，主要由 $k=3$ 波负担，转换率的强弱在两周左右摆动一次。按动能转换率的表达式，是由角动量输送和平均西风南北梯度的乘积求得。在前一报告[5]中指出，中纬度角动量输送有准两周振动并以 $k=3$ 波盛行，所以这儿所得的动能转换率波谱结果与角动量输送是相一致的。

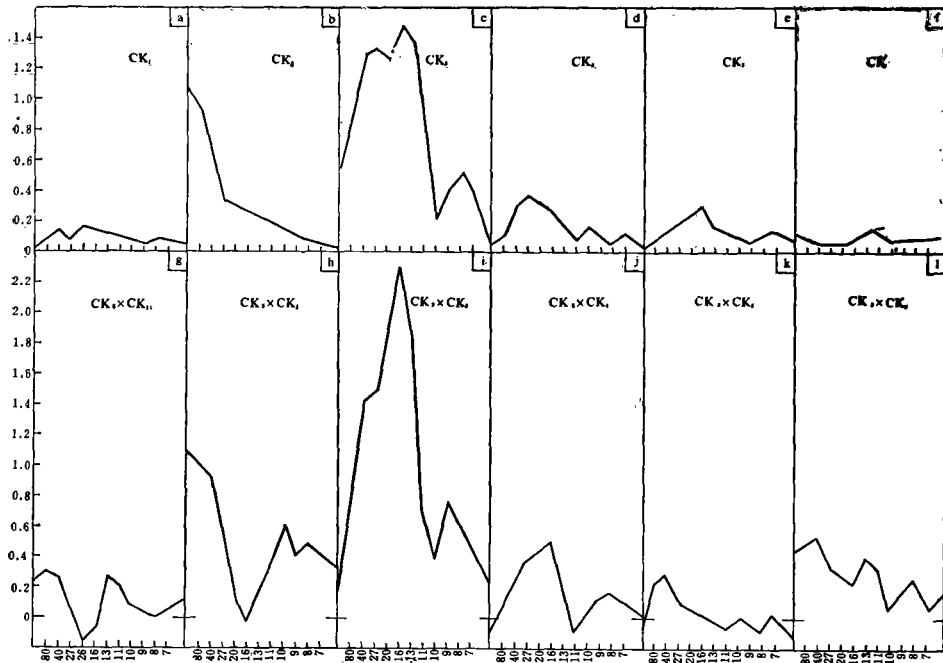


图 3 波数 $k=1-6$ 动能转换率的功率谱 (a—f) 及其与 CK_5 的交叉谱 (g—l)。横坐标为周期(天)，纵坐标为 $(10^{18} \text{erg}/\text{mb} \cdot \text{sec})^2 \cdot \text{day}$

四、平均动能的增衰与波动的增衰

1. 平均动能的增衰

这一小节想研究动能转换率在平均动能增衰的整个生命史中的作用。把平均动能每一次“振动”分为四阶段：Ⅰ. 为最低值阶段；Ⅱ. 为增长阶段；Ⅲ. 为最高值阶段；Ⅳ. 为衰退阶段。在Ⅰ、Ⅲ阶段又分为三个连续变化的小阶段，即最低(高)值前一天，最低(高)值日和最低(高)值后一天，分别以 $I_a(III_a)$ 、 $I_b(III_b)$ 、 $I_c(III_c)$ 表示。最低值日到最高值日前一天，即 I_b 到 III_a ，算作整个增长阶段。类似地，自最高值日到最低值日前一天，即 III_b 到 I_a ，算作整个衰退阶段。按此定义对平均动能变化率进行统计，变化率采用中央差分法计算，转换率总值和各分波转换率也按此定义进行统计，结果如

表 1. 从表中可看到, 在平均动能整个增长阶段, 转换率起着重要的贡献, 维持了动能的增长, 其值虽略大于动能变化率, 但数量级相当。这就表明: 平均动能增长主要是靠涡动动能通过转换项来维持的, 也就是说, 正压过程起着重要作用。至于整个衰退阶段, 虽然转换率在数值上相对于增长阶段要小些, 还是继续将涡动动能输送给平均动能, 因此平均动能的衰退, 必将由其他过程, 比如与垂直运动和经圈环流相联系的转换过程起着重要贡献, 从而抵消了由 CK_s 所表现的正压过程。

表 1 动能转换率对平均动能不同阶段变化率的贡献 (单位为 $10^{17}\text{erg}/\text{mb}\cdot\text{sec}$)

项 目	增 长 阶 段				衰 退 阶 段			
	I _b	I _c	II	III _a	III _b	III _c	IV	I _a
$\frac{\partial \bar{K}}{\partial t}$	1.7	13.7	10.7	14.6	0.3	-3.4	-6.7	-15.9
CK_s	7.4	14.4	17.7	16.8	13.4	10.1	12.3	7.9
余差	-5.7	-0.7	-7.0	-2.2	-13.1	-13.5	-19.0	-23.8
CK_1	-0.7	-0.6	0.2	0	0.1	0.7	0.5	-0.2
CK_2	0.9	2.7	1.3	2.2	1.1	1.9	0.9	0.4
CK_3	-0.3	1.9	5.4	4.3	2.4	1.3	1.3	-0.3
CK_4	1.0	1.7	1.6	2.9	2.5	0.6	1.9	1.4
CK_5	1.5	1.6	3.4	1.6	2.9	2.3	1.8	1.2
CK_6	1.2	2.0	2.0	2.4	1.2	1.0	2.2	1.0

为了说明各分波转换率对 CK_s 的贡献, 将其数值列于表 1 下部。至于各分波在整个增长阶段的贡献, 采用百分比法表示。计算时 II 阶段乘以 4, 这是因为 II 时间长度平均约为四天。据此算得, $k=1-6$ 波转换率各占转换率总值的百分比分别为 0, 10, 25, 12, 17, 13。由此可见, 虽然在整个增长阶段, $k=2-6$ 波都对 CK_s 起到一定贡献, 然而要以 $k=3$ 波贡献最大。这就表明, 平均动能的正压增长, 主要是通过 $k=3$ 波来实现的。

2. 波动的增衰

这一小节研究各个分波动能增衰过程中动能转换率的作用。按处理平均动能增衰的

表 2 当 $k=3, 4$ 波时, 动能转换率对其不同发展阶段的动能变化率的贡献
(单位为 $10^{17}\text{erg}/\text{mb}\cdot\text{sec}$)

波 数	项 目	增 长 阶 段				衰 退 阶 段			
		I _b	I _c	II	III _a	III _b	III _c	IV	I _a
$k=3$	$\partial K'_3/\partial t$	0.5	6.0	6.1	10.4	-5.0	-8.0	-6.0	-6.4
	$-CK_3$	-1.2	-0.7	-8.7	-5.2	-4.9	-5.5	-3.0	-2.3
	差	1.7	6.7	14.8	15.6	-0.1	-2.5	-3.0	-4.1
$k=4$	$\partial K'_4/\partial t$	-1.0	4.4	4.3	5.9	-1.7	-4.7	-3.3	-4.5
	$-CK_4$	-1.6	-1.4	-1.5	-2.1	-2.8	-2.1	-1.5	-1.9
	差	0.6	5.8	5.8	8.0	1.1	-2.6	-1.8	-2.6

办法，将 $k=1-6$ 波按阶段将涡动动能平均变化率、动能平均转换率以及两者之差进行统计。除去 $k=1$ 波外，其他波的总趋势有些相似之处，这里只给出 $k=3$ 和 $k=4$ 波的结果（表 2）。算得的结果表明，在波动的整个增长阶段，动能转换率大多为负值，也就是说，波动一面通过其他过程在增长，一面在向平均动能模输送动能。然而在波动衰退阶段，除去 $k=1$ 外，其他波数，比如表 2 中所看到的，动能转换率都起着正贡献，不仅其数量级同、动能变化率相当，而且在数值上也比较接近。这表明：当 $k=2-6$ 波时，由于输出动能而使本身衰退下去。换言之，正压转换过程在波动的衰退中起着重要作用。

3. 动能准两周振动和动能增衰的关系

在三、1 中，讨论了平均动能、涡动动能和动能转换率的周期变化，指出：三者都存在准两周振动，而且涡动动能先于平均动能三天增长。涡动动能的增长，是各分波动能增长对其贡献的总和，其中以 $k=3$ 波最为活跃，它以准两周振动对涡动动能起重要贡献。至于 $k=3$ 和其他分波是怎样增长的，我们的分析表明它是靠除去转换率以外的其他过程来完成的。根据最近蔡、高^[6]分析，主要是靠非线性相互作用项。在这里，我们想把问题讨论限于波动增长起来以后的过程。一旦波动增长起来后，特别是在 $k=3$ 波时，通过动能转换项，把波动动能输送给平均动能。在四、1 中指出，平均动能在增长阶段的动能变化率，近似的为转换率所平衡，也就是盛行正压增长。转换率最大的是 $k=3$ 波。随着波动动能的转换，平均动能接着增长，因而平均动能增长相对于涡动动能有后延现象，后延期约为三天。由于转换率在波动衰退阶段起到重要贡献（见四、2）。所以增长起来的波动，由于转换项的作用，将动能输送给平均动能模，而它们本身就很快衰退下去。平均动能增长到峰值后，一方面由于转换来的波动动能减少，另一方面通过其他过程（我们还没有分析），使平均动能衰退下去。波动增长到平均动能衰退这一整个循环过程，为期准两周，这期间主要由 $k=3$ 波起贡献。图 4 为该过程的循环图。

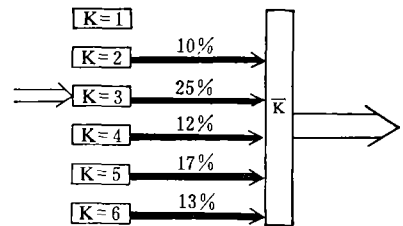


图 4 动能准两周振动和动能增衰之间的过程示意图。粗实箭表示动能转换率的过程，其上百分比为各分波对总值的比值；空心箭表示除去动能转换率以外的其他过程，箭头指向表示该动能模在增长，箭尾表示该动能模在衰退。

五、结 束 语

本文讨论所得的初步结果，已概括在提要里，不再重复。所得结果由于只用一年冬季资料，需进一步用更多年份的资料验证。至于什么原因造成大气准两周振动，特别是 $k=3$ 波准两周振动的原因，值得将来进一步探讨。

致谢：原稿承谢义炳先生阅读过，特此致谢。文中有一部分计算，得到中央气象台王洁颖同志帮助，于此感谢。

参 考 文 献

- [1] Hirota, I. and Sato, Y., *J. M. S. Japan*, **47** (1969), 390—402.
- [2] Miller, A. J., *J. Atm. Sci.*, **31** (1974), 720—726.
- [3] Webster, P. J. & Keller, J. L., *J. Atm. Sci.*, **32** (1975), 1283—1300.
- [4] McGuirk, J. P. & Reiter, E. R., *J. Atm. Sci.*, **33** (1976), 2079—2093.
- [5] 仇永炎, *气象学报*, **37** (1979), 1—7.
- [6] Tsay, C.-Y. & Kao, S.-K., *Tellus*, **30** (1978), 1—14.
- [7] Maruyama, T., *J. M. S. Japan*, **46** (1968), 327—342.
- [8] 杨大升, *热带天气会议论文集*, 科学出版社, 1976 年, 10—30.

**PERIODIC VARIATION OF KINETIC ENERGY AND THE
CONTRIBUTION OF KINETIC CONVERSION
RATE TO THE INTENSIFICATION
AND DECAY OF KINETIC
ENERGY**

Qiu Yong-yan

(Ghyou Yung-yen)

(Department of Geophysics, Beijing University)

Abstract

By the use of 500 mb northern hemispheric data of four months during the winter season of 1976-77 medium range variations of northern hemispheric mean kinetic energy, eddy kinetic energy spectra and the spectra of kinetic conversion rate are studied.

Through the qualitative analysis and power spectral analysis of these time series, some preliminary results are obtained. Mean energy, total eddy energy and total value of conversion rate all show a quasi-two-week oscillation. But there are phase differences among them. The total eddy energy leads the total conversion rate by about one day, and leads the mean energy by about 3 days. The values of eddy energy and conversion rate of wave number three all show a quasi-two-week variation. The eddy energy of wave number three is not only in approximate phase with the total eddy energy, but also the most significant contribution among the waves. The wave number 3 also gives the most significant contribution to the total conversion rate. The contributions of conversion rate to the intensification and decay of mean energy and eddy energy for various wave numbers are investigated. It is found that the rates of change of mean energy throughout its intensification are almost balanced by the conversion rates. It suggests that barotropic process plays a more important role in the intensifying stage of mean energy. As far as individual wave numbers are concerned, the decay of kinetic energies for $k=3-6$ is, say the least, partly due to losing energy through barotropic conversion process.

Finally, the relationship between the medium range variations of mean and eddy kinetic energies and their intensification and decay is discussed.