第40卷 第1期　　气 象 学 报　　Vol. 40, No. 1
1982年2月　　ACTA METEOROLOGICA SINICA　　Feb., 1982

一个长期降水预报的热力学模式*

汤懋苍　钟　强　吴士杰

（中国科学院兰州高原大气物理研究所）

提　　要

本文首先从大气水分平衡方程和地气系统热平衡方程出发，导出了描写降水和地温、气温相互联系的方程，然后根据土壤热传导方程，得到地温的预报方程，由此建立了一个长期降水预报模式。另外还对方程中与气候平均状态有关的参数的量级，根据实际资料进行了估算，对模式进行了合理的简化，为长期降水数值预报提出了一个实际可行的途径。

一、引　　言

长期天气过程具有两大特性：一是非绝热性，这已是公认的事实；二是准平衡性，它基本上是在热平衡条件下进行的。这两个特性表明长期天气是一种缓慢的加热（变冷）过程，因此那些强度虽不算大（相对中短期天气而言）但持续时间长（即加热符号长期不变）的非绝热加热过程，应该是引起长期天气变化的重要因素。这种非绝热过程不仅存在于大气之中，更重要的是存在于大气之外，即必须把地球上的固体圈、水圈和宇宙空间的一些因素同时考虑进去。这也就是说，长期天气过程的水平尺度虽然有限（限于整个地球圈），但垂直尺度可能是无限的。于是长期天气的“时-空”对应，应该是时间尺度与空间的垂直尺度存在某种对应关系。时间尺度愈长者，其下边界应愈深，上边界应愈高[1]。我们曾利用不同深度的地温距平来预报不同时段的降水距平[2]，也是基于这种“时-空”对应的考虑。

可以这样设想：对任何一个固定的时间长度，都可以有一个固定的下边界和一个固定的上边界。影响长期天气过程的能源可分为三类：1）从下边界以下的深层土壤（或深层海洋）传递上来；2）内部系统的热力-动力过程引起的加热效果，如上升运动成云致雨引起土壤湿度变化，从而改变下垫面的反照率等即属于此类加热效果，这是长期预报所难以考虑但又必须考虑的一类热源；3）从上边界以上的宇宙空间或高层大气向下传递。

本文首先从大气水分平衡和地气系统热平衡方程出发，导出了降水和气温、地温的联系方程，然后根据土壤热传导方程得到地温的预报方程，由此建立了适用于区域的长期降水预报的热力学模式，应用该模式可以对长期预报中最重要的两个要素——降水和温度（包括气温与地温）同时进行预报。

二、大气水份平衡方程

若只考虑凝结减少水汽，大气水份平衡方程为

* 本文于1979年9月13日收到，1981年2月19日收到修改稿。

$$\frac{\partial q}{\partial t}+\vec{V}\cdot\nabla q+\omega\frac{\partial q}{\partial p}=\frac{dq_s}{dt} \tag{2.1}$$

式中 q 是比湿，q_s 是饱和比湿。设凝结出来的水汽全部降落至地面，则 τ 时段内单位面积的降水量(R)为

$$R=\int_t^{t+\tau}\int_0^{p_0}-\frac{\delta}{g}\left(\frac{\partial q}{\partial t}+\vec{V}\cdot\nabla q+\omega\frac{\partial q}{\partial p}\right)dp\,dt \tag{2.2}$$

δ定义如下

$$\delta=\begin{cases}1 & 当\ \omega<0\ 及\ q\geqslant q_s,\\ 0 & 当\ \omega\geqslant 0\ 或\ q<q_s。\end{cases}$$

若满足条件 $q\geqslant q_s$ 的垂直范围为 $P_B\geqslant P\geqslant P_H$，满足条件 $\omega<0$ 的时段为 $\tau_{上}$，则(2.2)式等价于

$$R=\int_{t\in\tau_{上}}\int_{P_H}^{P_B}-\frac{1}{g}\left(\frac{\partial q}{\partial t}+\vec{V}\cdot\nabla q+\omega\frac{\partial q}{\partial p}\right)dp\,dt \tag{2.3}$$

取上式被积函数中各物理量在垂直区间$[P_H, P_B]$与时段 $\tau_{上}$ 内的平均值，得到

$$R=-\left(\frac{\partial q}{\partial t}+\vec{V}\cdot\nabla q+\omega\frac{\partial q}{\partial p}\right)\frac{P_B-P_H}{g}\tau_{上} \tag{2.4}$$

这里我们略去了表示对区间和时段进行平均的符号。

现将各物理量分解成

$$A=\bar{A}+A'$$

其中"—"表示气候平均值，"′"表示对气候平均值的偏差(距平)，假定气候平均状态满足方程

$$\bar{R}=-\left(\frac{\partial\bar{q}}{\partial t}+\overline{\vec{V}}\cdot\nabla\bar{q}+\bar{\omega}\frac{\partial\bar{q}}{\partial p}\right)\frac{P_B-P_H}{g}\tau_{上}$$

由(2.4)式可得到描写距平状态的方程

$$P'=-\frac{m_c\tau_{上}}{\bar{R}}\left(\frac{\partial q'}{\partial t}+\vec{V}'\cdot\nabla\bar{q}+\overline{\vec{V}}\cdot\nabla q'+\vec{V}'\cdot\nabla q'\right.$$
$$\left.+\bar{\omega}\frac{\partial q'}{\partial p}+\omega'\frac{\partial\bar{q}}{\partial p}+\omega'\frac{\partial q'}{\partial p}\right) \tag{2.5}$$

式中$P'\equiv R'/\bar{R}$ 为降水距平百分率，$m_c=\dfrac{P_B-P_H}{g}$。

(2.5)式的适用范围很宽，下面我们针对长期预报问题进行一些简化。

(1) 凡是带"′"号的乘积项(非线性项)，本模式均予略去。这些项可能是重要的，特别对中短期天气是如此 $\left(如\omega'\dfrac{\partial q'}{\partial p},\ \vec{V}'\cdot\nabla q'等项\right)$。在长期天气预报中，若将这些项考虑进去，将会引起数学处理和资料统计上的很多麻烦。故作为第一步，我们将所有非线性项都略去了。从预报结果来看[3]，本模式仍有一定的预报能力，这表明从定性上看，略去非线性项还是可以的。

(2) 由(2.5)式可见，P'是由 q',$\vec{V}'$，ω' 等因素所决定的。对长期天气而言（如月或季），$0[P']=10^{0}$，而 $0[q'/\bar{q}]=10^{-1}$，q' 对 P'的贡献相对于其它三项来说是小的。故

此，为了减少一个变量，我们将有关 q' 的项$\left(\dfrac{\partial q'}{\partial t},\ \overline{\vec{V}}\cdot\nabla q'\ 等\right)$也予以略去。

这样一来，(2.5)式简化为

$$P'=-\frac{m_c\tau_{上}}{\bar{R}}\left(\vec{V}'\cdot\nabla\bar{q}+\omega'\frac{\partial\bar{q}}{\partial p}\right). \tag{2.6}$$

即：

$$P'=-B_1\vec{V}'\cdot\nabla\bar{q}-B_2\omega', \tag{2.7}$$

其中

$$B_1=\frac{m_c\tau_{上}}{\bar{R}},B_2=B_1\frac{2\bar{q}}{2p}.$$

(2.7)式为联系垂直速度、水平风速距平值与降水距平百分率的关系式。

因为(2.4)式右端的各物理量是时段 $\tau_{上}$ 内的平均值，所以(2.7)式右端的各物理量的距平值是相对于 $\tau_{上}$ 时段的，而从常规资料得到的距平值只能是相对于整个 τ 时段的。为了便于利用常规资料，应用本模式做实际预报，我们初步假定这两种距平值是可以互相代替的。所以在以下各方程的推导中，我们都取时段 τ 来代替时段 $\tau_{上}$，即设各方程适用于整个 τ 时段。根据这样设计的模式所作的预报实例[3]表明这一假定基本上是可取的。

三、大气热平衡方程

考虑单位截面大气柱在时段 τ 内的热平衡方程

$$\tau C_p m\left(\frac{\partial T_a}{\partial t}+\vec{V}\cdot\nabla T_a-\sigma_T\omega\right)=\tau(Q_{Ra}-Q_{Ba}+H)+LR$$

等式两端除以 τ 得

$$C_p m\left(\frac{\partial T_a}{\partial t}+\vec{V}\cdot\nabla T_a-\sigma_T\omega\right)=Q_{Ra}-Q_{Ba}+H+\frac{LR}{\tau} \tag{3.1}$$

式中 C_p 为空气的定压比热，m 为气柱质量，H 为地气间的湍流热通量，LR 为降水凝结潜热(L 为水汽潜热)，Q_{Ra} 为气柱对短波辐射的吸收，Q_{Ba} 为气柱的长波有效辐射，式中各物理量均为气柱在时段 τ 内的平均值。

对(3.1)式取距平，设气候平均状态满足方程，略去 $\sigma_T'\cdot\omega'$项，得到描写距平状态的方程

$$C_p m\left(\frac{\partial T_a'}{\partial t}+\vec{V}'\cdot\nabla\bar{T}_a+\overline{\vec{V}}\cdot\nabla T_a'+\vec{V}'\cdot\nabla T_a'-\bar{\sigma}_T\omega'-\sigma_T'\bar{\omega}\right)$$

$$=H'+\frac{L}{\tau}R'+Q_{Ra}'-Q_{Ba}' \tag{3.2}$$

取地气间的湍流热通量距平值为

$$H'=B_3(T_{se}'-T_a') \tag{3.3}$$

式中 $B_3=\rho_0C_pC_DV_E$，ρ_0 为空气密度，C_D 为阻曳系数，V_E 为地面风速的绝对值，T_{se}' 为地表面温度距平。

取 $Q_{Ra}=R^*(a_0+a_1n)$，R^*为天文辐射值，a_0为气体对太阳辐射的吸收率，a_1为云对太阳辐射的吸收率($a_1\approx0.04$[4])。取距平得到

$$Q_{Ra}'=a_1R^*n' \tag{3.4}$$

取 $Q_{Ba}=(1-n)G\sigma T_a^4+n\varepsilon_c\sigma T_a^4-\varepsilon\sigma(T_{se}^4-T_a^4)n-\xi\varepsilon_p\sigma T_p^4$，$\varepsilon$, ε_c, G 和 ε_p 分别为地面、云顶、晴空大气和平流层长波辐射系数，σ 为 Stefan-Boltzmann 常数，T_p 为平流层温度，ξ 为一经验系数。取距平得到

$$Q_{Ba}'=B_4T_a'-B_5T_{se}'-B_6n'-B_{10}T_p' \tag{3.5}$$

式中 $B_4=4\sigma\bar{T}_a^3[G(1-\bar{n})+(\varepsilon_c+\varepsilon)\bar{n}]$，$B_5=4\varepsilon\sigma\bar{T}_{se}^3\bar{n}$，$B_6=\varepsilon\sigma\bar{T}_{se}^4-(\varepsilon+\varepsilon_c-G)\sigma\bar{T}_a^4$，$B_{10}=4\xi\varepsilon_p\sigma\bar{T}_p^3$，这些都是只与气候平均状态有关的参数。

根据 Adem[5]取

$$\vec{V}'\cdot\nabla T_a'=-K\nabla^2T_a' \tag{3.6}$$

又取

$$\sigma_T'=\frac{T_a'-T_{se}'}{P_{a0}} \tag{3.7}$$

式中 P_{a0} 为地面与对流层中部之间的气压差。

与有些作者一样[6,7]，我们也假定

$$n'=-\frac{\omega'}{\omega^*} \tag{3.8}$$

式中 ω^* 为一经验系数。

将(3.3)—(3.7)式代入(3.2)式，并利用假定(3.8)，得到

$$K\nabla^2T_a'-\vec{V}'\cdot\nabla\bar{T}_a-\overline{\vec{V}}\cdot\nabla T_a'-\frac{\partial T_a'}{\partial t}-\left(\frac{B_3+B_4}{C_pm}-\frac{\bar{\omega}}{P_{a0}}\right)T_a'$$
$$=-\left(\frac{B_3+B_5}{C_pm}-\frac{\bar{\omega}}{P_{a0}}\right)T_{se}'-\frac{L\bar{R}}{C_pm\tau}P'+\left(\frac{a_1R^*}{\omega^*C_pm}+\frac{B_6}{\omega^*C_pm}-\bar{\sigma}_T\right)\omega'-\frac{B_{10}}{C_pm}T_p' \tag{3.9}$$

利用(2.7)式消去(3.9)式中的 ω'，得到

$$K\nabla^2T_a'-\vec{V}'\cdot\nabla\bar{T}_a-\overline{\vec{V}}\cdot\nabla T_a'-\frac{\partial T_a'}{\partial t}-A\vec{V}'\cdot\nabla\bar{q}-BT_a'$$
$$=-D_1T_{se}'-D_2P'-D_3T_p' \tag{3.10}$$

式中

$$A=B_1\left(\bar{\sigma}_T-\frac{a_1R^*+B_6}{\omega^*C_pm}\right)/B_2,$$

$$B=\frac{B_3+B_4}{C_pm}-\frac{\bar{\omega}}{P_{a0}},$$

$$D_1=\frac{B_3+B_5}{C_pm}-\frac{\bar{\omega}}{P_{a0}},$$

$$D_2=\frac{L\bar{R}}{C_pm\tau}+\frac{a_1R^*+B_6}{C_pm\omega^*B_2}-\frac{\bar{\sigma}_T}{B_2},$$

$$D_3=\frac{B_{10}}{C_pm}.$$

对长期天气过程来说，可以认为地转风关系满足，于是(3.10)式中的 $\vec{V}'$ 可表示为

$$\vec{V}'=\frac{g}{f}\vec{K}\times\nabla Z_0'+\frac{R}{f}\ln\frac{P_0}{P_a}\vec{K}\times\nabla T_m' \tag{3.11}$$

脚码"0"表示地面，"a"表示对流层中部，T_m 为地面至对流层中部的平均温度。

设 $T_m'=(m_aT_a'+m_bT_{se}')/(m_a+m_b)$，$m_a$, m_b 为权重系数。在季风区里可假设[8]

$$\nabla Z_0'=-\alpha\nabla T_{se}' \tag{3.12}$$

α 为经验系数。由此得到

$$\vec{V}'=\mu_1\vec{K}\times\nabla T_{se}'+\mu_2\vec{K}\times\nabla T_a' \tag{3.13}$$

式中

$$\mu_1=\frac{m_b}{m_a+m_b}\quad\frac{R}{f}\ln\frac{P_0}{P_a}-\frac{g}{f}\alpha,$$

$$\mu_2=\frac{m_a}{m_a+m_b}\quad\frac{R}{f}\ln\frac{P_0}{P_a}.$$

将(3.13)式代入(3.10)式，整理后得到

$$K\nabla^2T_a'+A_x\frac{\partial T_a'}{\partial x}+A_y\frac{\partial T_a'}{\partial y}-\frac{\partial T_a'}{\partial t}-BT_a'$$
$$=-D_1T_{se}'-D_2P'-D_3T_p'+A_{0x}\frac{\partial T_{se}'}{\partial x}+A_{0y}\frac{\partial T_{se}'}{\partial y} \tag{3.14}$$

式中

$$A_x=-A\mu_2\frac{\partial\bar{q}}{\partial y}-\mu_2\frac{\partial\bar{T}_a}{\partial y}-\bar{u},$$

$$A_y=A\mu_2\frac{\partial\bar{q}}{\partial x}+\mu_2\frac{\partial\bar{T}_a}{\partial x}-\bar{v},$$

$$A_{0x}=A\mu_1\frac{\partial\bar{q}}{\partial y}+\mu_1\frac{\partial\bar{T}_a}{\partial y},$$

$$A_{0y}=-A\mu_1\frac{\partial\bar{q}}{\partial x}-\mu_1\frac{\partial\bar{T}_a}{\partial x}.$$

$\bar{u}$，$\bar{v}$ 分别为对流层西风和南风风速的气候平均值。

对(3.14)式各项的量级比较后（见本文第六节），发现$\frac{\partial T_a'}{\partial t}$项比其余各项要小一个量级，故(3.14)式可简化为

$$K\nabla^2T_a'+A_x\frac{\partial T_a'}{\partial x}+A_y\frac{\partial T_a'}{\partial y}-BT_a'$$
$$=-D_1T_{se}'-D_2P'-D_3T_p'+A_{0x}\frac{\partial T_{se}'}{\partial x}+A_{0y}\frac{\partial T_{se}'}{\partial y} \tag{3.15}$$

若(3.15)式右端各物理量的距平值为已知，则(3.15)式是关于 T_a' 的一个诊断方程。

四、土壤热平衡方程

取一厚度为D的土层，其热平衡方程为

$$Q_{BS}-Q_{BS}-H-LE+Q_D=C_S\rho_SD\frac{\partial\widetilde{T}_s}{\partial t} \tag{4.1}$$

式中 Q_{BS} 为地表吸收的短波辐射，Q_{BS} 为地表有效辐射，LE 为蒸发耗热（E 为蒸发速度），Q_D 为通过 D 深度面向上的传导热，C_s，ρ_s，T_s 分别为土壤的比热、密度和温度，符号“～”表示对厚度D进行平均。

同样对(4.1)式取距平，设气候平均状态满足方程

$$\bar{Q}_{BS}-\bar{Q}_{BS}-\bar{H}-L\bar{E}\times\bar{Q}_D=C_S\rho_SD\frac{\partial\bar{\widetilde{T}}_S}{\partial t} \tag{4.2}$$

由(4.1)与(4.2)式可得到关于距平状态的方程

$$Q'_{RS}-Q'_{BS}-H'-LE'+Q'_D=C_S\rho_S D\frac{\partial \widetilde{T}'_s}{\partial t} \tag{4.3}$$

取 $Q_{RS}=R^*[1-\alpha_g(1-n)-\alpha_n n-a_0-a_1 n]$，$\alpha_g$, α_n 分别为无云和有云部分的行星反照率。设 $\alpha'_g=\alpha'_s$, 取距平得到

$$Q'_{RS}=-R^*_S\alpha'_S-R^*_n n' \tag{4.4}$$

式中 R^* 为天文辐射值，α'_S 为地表反照率距平，$R^*_S=R^*(1-\bar{n})$，$R^*_n=R^*(\alpha_n+a_1-\bar{\alpha}_g)$。

取 $Q_{BS}=\varepsilon\sigma T_{se}^4-\varepsilon\sigma T_a^4 n$, 取距平，得到

$$Q'_{BS}=B_7T'_{se}-B_8T'_a-B_9n', \tag{4.5}$$

式中 $B_7=4\,\varepsilon\sigma\bar{T}^3_{se}$, $B_8=4\,\varepsilon\sigma\bar{T}^3_a\bar{n}$, $B_9=\varepsilon\sigma\bar{T}^4_a$.

取蒸发速度距平值为

$$E'=E_p\frac{f'}{f_m} \tag{4.6}$$

E_p 为土壤蒸发力，f_m 为饱和土壤湿度，f' 为土壤湿度距平。

对长期预报来讲，α'_s 和 f' 是两个不可忽略的因素，可是它们尚没有能用于长期预报的实测资料，必须用常规气象资料来代替。一般说来，降水愈多的陆地上，土壤湿度愈大，反照率愈小[3]。于是，我们可以近似地作线性假定

$$f'=f'_0+\gamma_f P' \tag{4.7}$$

$$\alpha'_s=\alpha'_{s0}-b_m P' \tag{4.8}$$

f'_0 和 α'_{s0} 分别为初始状态的土壤湿度距平和反照率距平，b_m 和 γ_f 为正的比例系数。

又取

$$Q'_D=\lambda\frac{\partial T'_D}{\partial z} \tag{4.9}$$

λ 为土壤导热系数，取 z 向下为正。

将(3.3)，(4.4)—(4.9)式代入(4.3)式，再利用(3.8)和(2.7)式消去 n'，整理后得到

$$A_1p'=\lambda\frac{\partial T'_D}{\partial z}-C_s\rho_s D\frac{\partial \widetilde{T}'_s}{\partial t}-A_2T'_{se}+A_3T'_a-A_{px}u'-$$

$$-A_{py}v'-R^*_S\alpha'_{s0}-\frac{LE_p}{f_m}f'_0 \tag{4.10}$$

式中

$$u'=-\mu_1\frac{\partial T'_{se}}{\partial y}-\mu_2\frac{\partial T'_a}{\partial y},\ v'=\mu_1\frac{\partial T'_{se}}{\partial x}+\mu_2\frac{\partial T'_a}{\partial x},$$

$$A_1=\frac{R^*_n-B_9}{\omega^*B_2}+\frac{LE_p}{f_m}\gamma_f-R^*_S b_m,$$

$$A_2=B_3+B_7,\quad A_3=B_3+B_8,$$

$$A_{px}=\frac{(R^*_n-B_9)m_c\tau}{B_2\omega^*\bar{R}}\cdot\frac{\partial\bar{q}}{\partial x},\ A_{py}=\frac{(R^*_n-B_9)m_c\tau}{B_2\omega^*\bar{R}}\cdot\frac{\partial\bar{q}}{\partial y}.$$

若初始状态的 α'_{s0} 与 f'_0 为已知，则(4.10)式为描写降水与气温、地温等要素相互联系的诊断方程。若能预报出地温及其分布状况，并假定 T'_p 为已知，则(3.15)和(4.10)式

组成关于气温(T'_a)与降水(P')的闭合方程组，对这方程组求解，即可得到 P' 和 T'_a 的预报值。下面我们就来讨论地温距平的预报问题。

五、关于地温距平(T'_s)的预报

在没有地热源的假定下，地温满足热传导方程

$$\frac{\partial T'_s}{\partial t}=\mu^2\frac{\partial^2 T'_s}{\partial Z^2}\quad (Z\geqslant 0) \tag{5.1}$$

其上边界条件即为地表热平衡方程

$$Q'_{Rs}-Q'_{Bs}-LE'-H'+Q'_0=0 \tag{5.2}$$

式中 Q_0 为地表从其下面的土壤得到的热通量，其距平值为

$$Q'_0=\lambda\left(\frac{\partial T'_s}{\partial Z}\right)_{Z=0}. \tag{5.3}$$

将(3.3)，(4.4)—(4.8)与(5.3)式代入(5.2)式，整理后得到边界条件

$$\left(\frac{\partial T'_s}{\partial Z}-h_1T'_s\right)_{Z=0}=f(t) \tag{5.4}$$

式中
$$h_1=A_2/\lambda,$$

$$f(t)=\left(A_1P'-A_3T'_a+A_{px}u'+A_{py}v'+R^*_s\alpha'_{s0}+\frac{LE_p}{f_m}f'_0\right)/\lambda,$$

另一边界条件为

$$T'_s|_{Z\to\infty}=0 \tag{5.5}$$

初始条件
$$T'_s(Z,t)|_{t=0}=T'_s(Z) \tag{5.6}$$

用格林函数方法求方程(5.1)满足定解条件(5.4)—(5.6)的解[7]得到

$$T'_s(Z,t)=\int_0^\infty T'_s(Z')G(Z,t;Z',0)dZ'-\int_0^t\mu^2G(Z,t;0,t')f(t')dt' \tag{5.7}$$

式中的格林函数

$$G(Z,t;Z',t')=\frac{1}{2\mu\sqrt{\pi(t-t')}}\Big[e^{-\frac{(Z-Z')^2}{4\mu^2(t-t')}}+e^{-\frac{(Z+Z')^2}{4\mu^2(t-t')}}-$$
$$-2h_1\int_0^\infty e^{-\frac{(Z+\eta+Z')^2}{4\mu^2(t-t')}-h_1\eta}d\eta\Big]. \tag{5.8}$$

若初值 $T'_s(Z')$ 与边界条件的非齐次项 $f(t')$ 为已知，则由(5.7)式即可求出 $T'_s(Z,t)$。初值由实测值给出，但 $f(t')$ 在区间 $0\leqslant t'\leqslant t$ 内是一未知函数，所以在用数值方法实际求解时，$f(t')$ 近似地取为

$$f(t')=f(0)+\frac{t'}{t}[f(t)-f(0)] \tag{5.9}$$

将(5.9)式代入(5.7)式，则(3.15)，(4.10)与(5.7)式组成关于 $T'_a(t)$、$P'(t)$ 与 $T'_s(Z,t)$ 的闭合方程组，可用逐次追近法数值求解[3]。

剩余的问题是(3.15)和(4.10)式中各个系数如何确定？这些系数均是只与气候平均状态有关的参数，可以预先给定。关于这个问题的详细情况，我们将另文讨论。

六、(3.15)和(4.10)式各项的量级比较

为了对(3.15)和(4.10)式作进一步的简化，必须对其中各项的量级进行比较。为此，首先要确定各个系数的量级。下面我们以我国东部地区夏季各月份为例，对各系数进行估算。

1. 我们将与水平风速有关的参数($A_x, A_y, A_{ox}, A_{oy}, A_{px}, A_{py}$) 称为平流参数。

取 $\Phi=35°N$, $\bar{P}_0=1000$ mb, $\bar{P}_a=500$ mb, $m_a:m_b=3:1$，得 $\mu_2\approx2.0\times10^6 m^2/S\cdot°C$。根据夏季各单站 Z'_0 与 T'_{se} 的相关分析，可取 $\alpha\approx4\times10^2 cm/°C$，得 $\mu_1\approx-8\times10^4 m^2/S\cdot°C$。再取 $\bar{R}=150$ mm/月，$\bar{n}$ (平均云量)$=0.5$，$m_c=0.4$ Kg/cm^2 (相当于云厚为 400 mb)，$\frac{\partial\bar{q}}{\partial P}\approx\frac{3g/kg}{100\ mb}$(取地面到 500 mb 的平均)。因为降水主要是由于上升运动引起的，故由(2.4) 式可得到 $\bar{R}\approx m_c\tau\frac{\partial\bar{q}}{\partial P}(-\bar{\omega})$。于是，$-\bar{\omega}\approx2.5\times10^3$mb/月，$\omega^*\approx5\times10^3$mb/月，得 $B_2\approx8\times10^{-4}$ 月/mb。取 $\bar{\sigma}_T=5°C/100$ mb，$B_6=-4\times10^3$ 卡/cm$^2\cdot$月 (见下节)，$a=0.04$，$R^*=3\times10^4$ 卡/cm$^2\cdot$月，算得 $A\approx0.8°C/\frac{g}{kg}$。

再利用中央气象局资料室出版的高空气候图集，可得到$\frac{\partial\bar{q}}{\partial x}$，$\frac{\partial\bar{q}}{\partial y}$ (取 700 mb 上的)，$\frac{\partial\bar{T}_a}{\partial x}$，$\frac{\partial\bar{T}_a}{\partial y}$(取 500 mb 上的)和 $\bar{u}, \bar{v}$ (取 500—300 mb 的平均值) 等数值，于是 A_x, A_y, A_{ox}, A_{oy} 即可求出。算出的 A_x 和 A_y 的值一般都是 1 m/s 左右，很少超过 2 m/s 者，比 $\bar{u}$ 要少一个量级。A_{ox} 和 A_{oy} 的值一般都小于 1 m/s。这表明长期天气过程中，平流影响是比较小的。事实上，因为长期天气基本满足地转平衡，$\mu_2\frac{\partial\bar{T}_a}{\partial y}$与 $\bar{u}$ 基本上是相互抵销，$A\mu_2\frac{\partial\bar{q}}{\partial y}$又是一个小项，故使得 $A_x\ll\bar{u}$。

2. (3.15)式中的 B, D_1, D_2, D_3 以及(4.10)式中的 A_1, A_2, A_3 等均与气柱的热量收支有关，我们称之为热力参数。

取 $\rho_0=1.29\times10^{-3}g/cm^3$，$C_D=3\times10^{-3}$，$V_g=2.5$ m/s，得$B_3\approx5\times10^2$卡/cm$^2\cdot$月$\cdot$°C。取 $\bar{T}_a=265°K$，$\bar{T}_{se}=300°K$，$G=0.3$，$\varepsilon_c=0.75$，$\varepsilon=0.3$[4]得$B_4\approx180$ 卡/cm$^2\cdot$月$\cdot$°C，$B_5\approx60$ 卡/cm$^2\cdot$月$\cdot$°C，$B_6\approx-4\times10^3$ 卡/cm$^2\cdot$月。再取 $P_{a0}=500$ mb，可算得 $B\approx9.0$ 月$^{-1}$，$D_1\approx8.2$ 月$^{-1}$，$D_2\approx30$ °C/月。可见 B, D_1, D_2 三者的数值是同一量级的。一般来说，D_3 的数值比这三者要小。还应指出 D_2 是两个大项的小差，其数值不容易估算准确。在降水量较少的地方，或者在冬半年，它有可能是负值。我们用统计方法得到的全国各地的上述三个系数，证实了这一推断。

取 $R^*=3\times10^4$ 卡/cm$^2\cdot$月，$\bar{a}_s=0.14$，$a_n=0.50$，得 $R^*_m\approx1.3\times10^4$ 卡/cm$^2\cdot$月，$B_9\approx3\times10^3$ 卡/cm$^2\cdot$月。b_m 和 γ_f 两参数是不易估计得准确的。据文献[9]，$b_m\approx7\times10^{-5}\bar{R}$ ($\bar{R}$ 的单位为毫米)，暂取 $\gamma_f=0.1$，设迳流系数为 0.4，$\bar{f}$(土壤平均湿度) 为 25%，得 $L\frac{E_p}{f_m}\gamma_f\approx2.2\times10^3$，$R^*b_m\approx3.0\times10^2$ (单位均为卡/cm$^2\cdot$月)。于是得$A_1=4.5\times10^3$卡/cm$^2\cdot$

月。$A_2\approx 6\times10^2$，$A_3\approx 5\times10^2$（单位均为卡/cm²·月·°C）。

用上述数值可算得 $A_{px}\approx 7\times10^2\dfrac{\partial\bar{q}}{\partial x}$ 卡·仟克/cm²·克，$A_{py}\approx 7\times10^2\dfrac{\partial\bar{q}}{\partial y}$ 卡·仟克/cm²·克。由高空气候图集上查到各地的$\dfrac{\partial\bar{q}}{\partial x}$和$\dfrac{\partial\bar{q}}{\partial y}$，则 A_{Px} 和 A_{Py} 即可算出。

3．有了各个系数的数值以后，再根据实测的月平均资料，可以将各距平项的量级给出，大致如下：$\dfrac{\partial T'_a}{\partial x}\approx\dfrac{\partial T'_a}{\partial y}\approx 1$°C/1000 公里，$\nabla^2T'_a\approx 1$°C/(1000 km)²，$T'_a\approx T'_{se}\approx 1$ °C，$\dfrac{\partial T'_a}{\partial t}\approx 1$°C/月，$\dfrac{\partial T'_{se}}{\partial x}\approx\dfrac{\partial T'_{se}}{\partial y}\approx 2$°C/1000 km，$P'\approx 30\%$。于是(3.15)式中各项的大小大致如下(以°C/月为单位)

$$K\nabla^2T'_a\approx 3-13\qquad(\text{取 } K=10^{10}-5\times10^{10}\text{cm}^2/\text{s}),$$

$$A_x\frac{\partial T'_a}{\partial x}\approx A_y\frac{\partial T'_a}{\partial y}\approx 3,$$

$$\frac{\partial T'_a}{\partial t}\approx 1,BT'_a\approx D_1T'_{se}\approx D_2P'\approx 10,D_3T'_p<10,$$

$$A_{ox}\frac{\partial T'_{se}}{\partial x}\approx A_{oy}\frac{\partial T'_{se}}{\partial y}\approx 3.$$

可见$\dfrac{\partial T'_a}{\partial t}$项比 BT'_a 等项要小一个量级，即长期天气过程准平衡性的假定是合理的，所以，(3.14)式可以足够准确地简化为(3.15)式。

另外平流各项$\left(A_{ox}\dfrac{\partial T'_a}{\partial x},A_{oy}\dfrac{\partial T'_{se}}{\partial y}\text{等}\right)$与 $D_3T'_p$ 比 BT'_a 等项也要小几倍。大型水平湍流交换项的大小则取决于 K 的取值。所以若要对(3.15)式再进行简化则可写成

$$BT'_a=D_1T'_{se}+D_2P' \tag{6.1}$$

或

$$K\nabla^2T'_a-BT'_a=-D_1T'_{se}-D_2P' \tag{6.2}$$

这表明，在长期天气过程中，降水的作用是重要的，即使仅仅是为了预报我国夏季的温度状况，也必须将降水预报同时考虑进去。

将(4.10)式两边同除以 A_1，根据月平均的实测资料，取$\dfrac{\partial T'_p}{\partial z}\approx 2$°C/米，$\dfrac{\partial T'_s}{\partial t}\approx 1$ °C/月，$\alpha'_{s0}\approx 2\%$，$f'_0\approx 4\%$，得(4.10)式右端各项的大小如下

$$\frac{\lambda}{A_1}\frac{\partial T'_p}{\partial z}\approx 0.05,\frac{C_s\rho_sD}{A_1}\frac{\partial T'_s}{\partial t}\approx 0.05,\frac{A_2}{A_1}T'_{se}\approx 0.2,$$

$$\frac{A_3}{A_1}T'_a\approx 0.18,\frac{A_{px}}{A_1}u'\approx 0.05,\frac{A_{py}}{A_1}v'\approx 0.2,$$

$$\frac{R^*_s\alpha'_{s0}}{A_1}\approx 0.1,\frac{L}{A}\frac{E_p}{f_m}f'_0\approx 0.2.$$

可见(4.10)式右端各项的量级是一样的，不能随意舍去其中任一项。

应用本文提出的模式做长期降水预报的具体方案以及预报试验的结果，我们将另文介绍[3]。

参 考 文 献

[1] Barry, R. G. and A. H. Perry, Synoptic Climatology, 161, 1973.
[2] 汤懋苍、孙淑华、钟强、吴士杰，下垫面能量储放与天气变化（尚未发表）。
[3] 钟强、吴士杰、汤懋苍，区域长期降水预报的热力学模式，«1979年全国中长期预报会议汇编»。
[4] Paltridge, G. W., Global cloud cover and earth surface temperature *J. Atmos. Sci.*, **31**, 1571—1576, 1974.
[5] Adem, J., On the theory of the general circulation, *Tellus*, **14**, 102—115, 1962.
[6] 长期数值天气预报研究小组，一种长期数值天气预报方法的物理基础，中国科学，2, 162—172, 1977。
[7] 兰州大学数值预报研究班长期组， 长期天气数值预报若干问题的初步研究， 兰州大学学报，2, 91—115, 1977。
[8] 舒列金，B. B.，海洋物理学，上册，369—371，科学出版社，1963年。
[9] Vernekar, A. D., A calculation of normal temperature at the earth's surface, *J. Atmos. Sic.*, **32**, 2067—2081, 1975.

A THERMODYNAMIC MODEL FOR LONG-RANGE PRECIPITATION PREDICTION

Tang Mao-cang, Zhong Qiang, Wu Shi-jie

(Institude of plateau Atmospheric Physies of Lanzhou, Academia Sinica)

Abstract

First in this paper, we deduced the equations relating the precipitation with the air temperature and ground temperature from the vapour balance equation of the atmosphere and the heat balance equation of the earth-atmosphere system. And then based on the heat conduction equation of the soil we obtained the ground temperature prediction equation and hence designed a model for long-range precipitation prediction. According to the real data we also have estimated the orders of the equations parameters which are related to the climatological normals. Based upon this estimation we simplified the model reasonably and finally obtained a practical model for long-range numerical precipitation prediction.