

考虑环境湍流作用的烟气上升路径方程*

李宗恺

(南京大学气象系)

提 要

本文利用我国的观测资料对中性层结时的烟气抬升路径作了细致的分析。发现抬升高度与距离之间符合幂次关系,但与不考虑环境湍流作用的 $\frac{2}{3}$ 次律有系统偏离,这一偏离与烟流半径和高度的非线性关系相一致。上述事实与国外的一些观测结果均表明,环境湍流对烟气抬升的累积作用不容忽视。为此,提出了环境湍流与自生湍流的联合作用模式,由此导得的抬升路径方程可以满意地解释上述观测事实。模式还显示,卷挟速度除取决于切变速度及湍流强度以外,还是烟流半径的函数,因而在物理上更加合理。由联合作用模式导出的终极抬升公式比不考虑环境湍流累积作用的公式更符合观测结果。

一、引 言

在大气扩散和污染气象研究中,烟流的抬升高度是一个重要的参数。抬升高度确定不准确,可使模式计算结果产生成倍的偏差。在烟流抬升理论中,环境湍流的作用是一个研究得很不成熟的方面。目前的一般处理方法是,假定环境湍流在完成抬升的主要阶段不起作用。于是对以热力抬升为主的烟源,在中性层结时导得 $\frac{2}{3}$ 次律

$$Z = \left(\frac{3}{2\beta^2} \right)^{\frac{1}{3}} F^{\frac{1}{3}} U^{-1} x^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{3}{2\beta^2} \right)^{\frac{1}{3}} L^{\frac{1}{3}} x^{\frac{2}{3}} \quad (1)$$

式中: Z 是热烟流的抬升高度(米); F 是浮力通量参数(米⁴/秒³); U 是烟流高度的平均风速(米/秒); x 是离烟源的下风距离(米); L 是浮力尺度(米); β 是系数。

为了得到实用的终极抬升公式,一般采用以下处理方式:

1. 在 $\frac{2}{3}$ 次律的基础上作纯经验的截止^[1,2]。
2. 以 $\frac{2}{3}$ 次律为基础,仅将环境湍流作为确定截止点的参量引进理论模式^[3]。
3. 分阶段考虑自生湍流和环境湍流的作用^[4]。例如假定

$$V_c = \text{Max}\{\beta W, \gamma(\epsilon R)^{\frac{1}{3}}\}$$

这里 V_c 是卷挟速度, W 是烟流的平均铅直速度, ϵ 是湍能耗散率, R 是烟流的有效半径, γ 是系数。我们称它为分段作用模型,最终仍借助于经验性截止。

* 本文于1980年9月18日收到,1981年2月14日收到修改稿。

事实上，环境湍流在烟气抬升的初期即与自生湍流共同参与烟气和周围空气的混合过程，文献[5]指出，它对抬升的累积作用不容忽视。本文进一步证实了上述见解；所不同的是，本文认为在环境湍流中，只有那些小于烟流特征尺度的涡流才对混合起作用，因此卷挟速度还应当是烟流有效半径的函数。在此基础上提出了联合作用模型，根据上述物理考虑和对观测资料的分析，由烟流尺度随高度的非线性增长关系求得了中性层结弯曲浮升烟流问题的解。由此导出的终极抬升公式，比在相同条件下不考虑环境湍流累积作用的公式更符合观测结果。

二、观测资料分析

1978年11月—12月在徐州电厂进行了烟气抬升及扩散试验^[6]。我们对中性层结时烟气抬升立体摄影资料作了仔细的分析，主要结果如下：

1. 将实测的各组(20分钟平均)的抬升高度 Z 与平均风速 U 的乘积(UZ)按距离平均，则平均的 $UZ \sim x$ 的关系与“ $\frac{2}{3}$ ”次律有系统偏离。图1显示实测的斜率比“ $\frac{2}{3}$ ”略小。

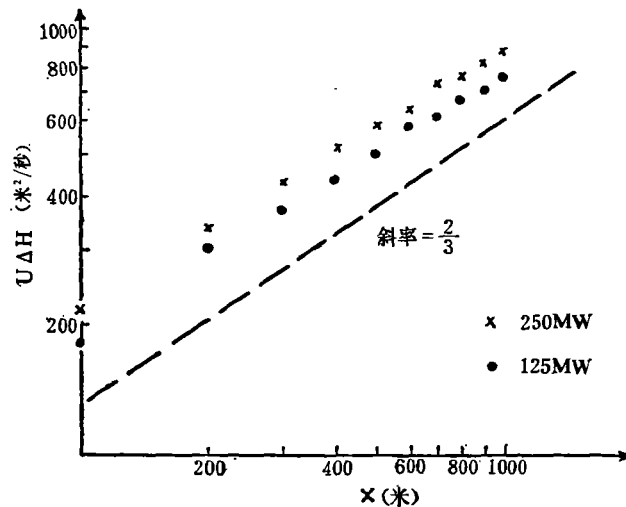


图1 平均抬升高度随距离的变化

2. 分别计算每一组实测抬升高度随距离的变化，各组 $\lg Z \sim \lg x$ 的相关系数及在双对数图上的斜率见表1。可见， $\lg Z \sim \lg x$ 的线性关系很好，相关系数大多高达0.98以上。说明实际抬升高度与距离之间符合幂次关系，与国外的观测结果一致。由于实际流场的时空变化比较剧烈，斜率的个例差别较大，但平均值为0.630，中位数为0.617，均比“ $\frac{2}{3}$ ”略小。

3. 分析烟流半径随高度的变化关系，多数比无湍流时 $R = \beta Z$ 的线性关系更迅速。图2为 $\lg(2R) \sim \lg Z$ 的散布图，图中迴归线的斜率略大于1。

以上结果彼此定性吻合。在环境湍流作用下烟气与周围空气的混合比不考虑环境湍

表 1 实测的烟气抬升高度与距离的关系¹⁾

组 号	相关系数	斜 率	组 号	相关系数	斜 率	组 号	相关系数	斜 率
1	0.984	0.527	12	0.999	0.445	23	0.989	0.512
2	0.952	0.524	13	0.988	0.442	24	0.996	0.629
3	0.989	0.617	14	0.987	0.531	25	0.966	0.562
4	0.993	0.523	15	0.999	0.498	26	0.986	0.712
5	0.998	0.772	16	0.995	0.547	27	0.994	0.680
6	0.991	0.716	17	0.980	0.708	28	0.991	0.650
7	0.985	0.701	18	0.979	0.573	29	0.988	0.568
8	0.994	0.764	19	0.971	0.585	30	0.997	0.744
9	0.996	0.723	20	0.981	0.556	31	0.993	0.722
10	0.989	0.650	21	0.988	0.595	32	0.986	0.726
11	0.984	0.588	22	0.999	0.814	33	0.984	0.822

¹⁾ 中性、满负荷运转的资料共 35 组, 用统计检验法除去 2 组。

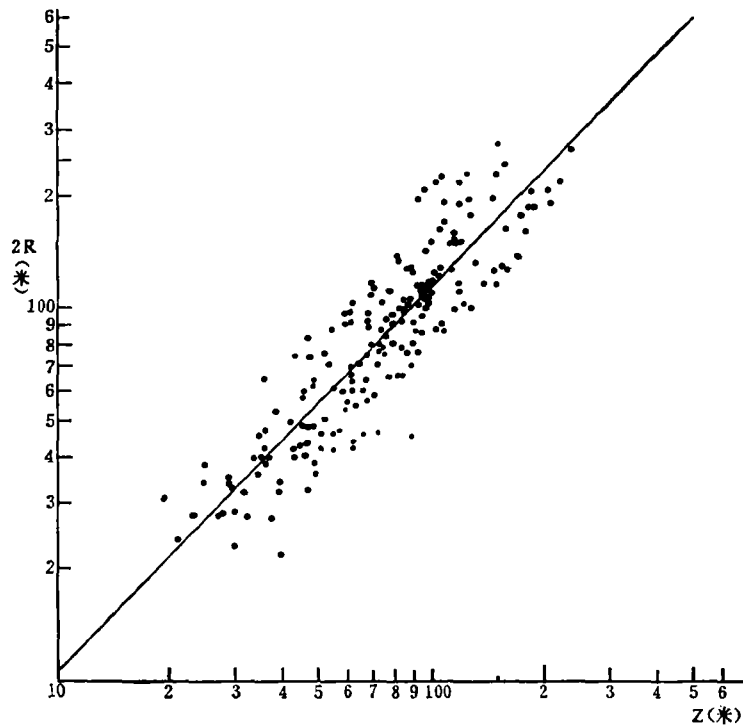


图 2 烟流半径与高度的关系

流作用的模式更快, 烟流半径的增长更迅速。其结果是使烟气抬升高度随距离的增加比无外湍流作用的“ $\frac{2}{3}$ ”次律更慢。文献[5]列举了若干国外的观测结果, 与以上分析一致。

根据对上述国内外实测资料的分析, 可以得出以下结论: 由于环境湍流的作用, 使实际烟流抬升路径与“ $\frac{2}{3}$ ”次律发生系统偏离, 这一偏离所造成的抬升高度的累积偏差不容

忽视;抬升高度随距离的变化应符合幂次关系,数值上比“ $\frac{2}{3}$ ”略小;与此相应地,烟流半径随高度的增长比线性关系更迅速。

三、自生湍流与环境湍流联合作用模式

在中性层结时,弯曲烟流抬升运动的支配方程是

$$W \frac{dR^2}{dZ} = 2RV_e \quad (2)$$

$$U \frac{d(R^2W)}{dZ} = \frac{F}{W} \quad (3)$$

$$F = \text{常数} \quad (4)$$

它们分别表示烟流元的质量通量、动量通量和浮力通量守恒定理。

若不考虑环境湍流的作用,卷挟速度唯一地由速度切变引起的自生湍流而决定,故可假定

$$V_e = \beta W$$

在忽略动力抬升的情况下即得“ $\frac{2}{3}$ ”次律。

本文认为,从抬升开始即应考虑环境湍流与自生湍流的联合作用, V_e 应当是 W 及环境湍强 i 的函数。另一方面,由于环境湍流中包含有各种不同尺度的湍涡,只有那些小于烟流特征尺度的湍涡才会对烟流与周围空气的混合发生作用,随着烟流尺度的增大,越来越多更大的湍涡参与混合过程。因此, V_e 还应当是烟流有效半径的函数。于是应当有

$$V_e = f(W, i, R)$$

在这样复杂的联合作用下,要直接给出 V_e 的形式是困难的。解决问题的另一途径是从烟流半径与距离或高度的关系来考虑^[7,8]。如前所述,在联合作用模型中,烟流半径随高度的增大应比线性关系更快,增快的程度应与环境湍强有关;当 $i=0$ 时,作为联合作用模型的特例,应与片流模型一致。基于以上分析并要求问题的解满足前节对观测资料分析所得的结论,烟流半径的增长可取如下形式

$$R = \beta Z^{(1+\alpha)} \quad (5)$$

其中 i 为环境湍流的强度, α 为无因次系数。

联合(5)式及支配方程组,得到自生湍流与环境湍流联合作用下的烟流上升路径方程为

$$\begin{aligned} Z &= \left(\frac{3+2\alpha i}{2\beta^2} \right)^{\frac{1}{3+2\alpha i}} F^{\frac{1}{3+2\alpha i}} U^{-\frac{3}{3+2\alpha i}} x^{\frac{2}{3+2\alpha i}} \\ &= \left(\frac{3+2\alpha i}{2\beta^2} \right)^{\frac{1}{3+2\alpha i}} L^{\frac{1}{3+2\alpha i}} x^{\frac{2}{3+2\alpha i}} \end{aligned} \quad (6)$$

根据前节资料可取 $\alpha \approx 1$ 。

计算表明,数值上

$$\left(\frac{3+2i}{2\beta^2}\right)^{\frac{1}{3+2i}} L^{\frac{1}{3+2i}} \sim \left(\frac{3}{2\beta^2}\right)^{\frac{1}{3}} L^{\frac{1}{3}}$$

国内外观测资料证实 $\beta = 0.5 \sim 0.6$; 此外, 我们取 $i = 0.03 \sim 0.15$ 、 $L = 0.05 \sim 50$ (米), 在此范围内上述近似引起的误差一般不超过 10%, 大多在 5% 以内。针对中性层结和弯曲浮升烟流的条件, 一般实用数据不超出以上范围, 为了计算方便, 近似地可取

$$Z = \left(\frac{3}{2\beta^2}\right)^{\frac{1}{3}} L^{\frac{1}{3}} x^{\frac{2}{3+2i}} \quad (7)$$

(6) 式或 (7) 式表明, 由于环境湍流的存在, 使烟流向低的方向偏离, 湍流越强, 偏离越多; 当 $i = 0$ 时转化为 “ $\frac{2}{3}$ ” 次律。此式还显示抬升高度与距离呈幂次关系, 与国内外观测结果一致。无因次抬升高度随无因次距离的变化示于图 3。

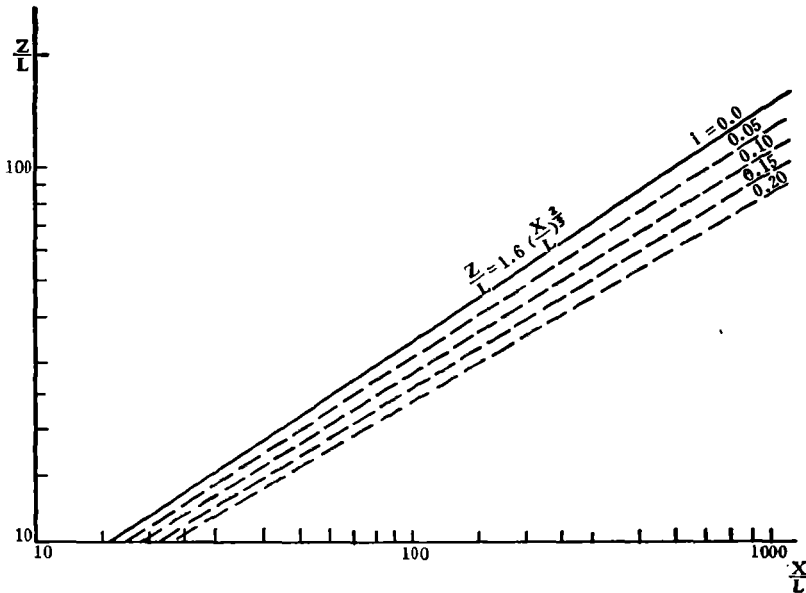


图 3 不同湍强时抬升高度与距离的关系

由于大气湍流的随机性, 个别烟流的路径有很大起伏。徐州电厂的资料显示平均的路径介于图 3 中 $i = 0.05 \sim 0.10$ 之间。文献 [5] 的附图中绘出了 Bringfelt, B. 的观测资料, 数据大多散布在 $i = 0$ 至 $i = 0.15$ 之间, 平均在 $i = 0.05$ 附近。该文列举的其它国外观测资料也显示出, 平均的抬升路径应比 “ $\frac{2}{3}$ ” 次律略低, 即处于本文图 3 的虚线范围内。

通过对卷挟速度的分析, 可以进一步检验联合作用模式的合理性。先无因次化, 令

$$V^* = \frac{V_c}{W}$$

对于片流模式

$$V^* = \beta$$

是一个与烟流尺度无关的常数。对于联合作用模式, 设当 $R = R_0$ 时 (R_0 不妨取烟囱出口

半径), $V_e^* = V_{e0}^*$, 则由(2)式、(5)式及(6)式可以得到

$$\frac{V_e^*}{V_{e0}^*} = \left(\frac{R}{R_0} \right)^{\frac{i}{1+i}} \quad (8)$$

可见在联合作用模型中, 卷挟速度是烟流半径的函数(图4), V_e^* 随烟流特征尺度而增大, 环境湍流越强, 增加越迅速。这一结果与原先的物理考虑一致。

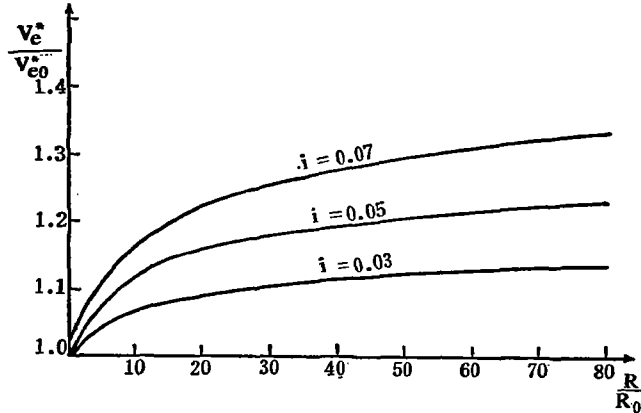


图4 卷挟速度与烟流半径的关系

四、终极抬升公式

关于终极抬升, 至今尚无相对成熟的理论模式, 亦缺少足够的观测资料作实验验证, 甚至还没有统一的确切定义。在实用上, 都是在“ $\frac{2}{3}$ ”次律的基础上作经验的或半经验的截止。

事实上, 当烟流尺度增大到环境湍流得以充份参与混合作用时, 烟流自身的结构确实可能在短时间内溃散。许多观测表明抬升烟流往往在一短距离内变平, 理论上可以简化为抬升在某一转折点截止。但是, 这样的转折应当发生在考虑环境湍流累积作用的联合作用模型上, 而不应当简单地应用于片流模型。我们将两种不同模型导出的终极抬升公式与观测资料作了对比分析, 发现由联合作用模式导出的公式和实况符合得更好。

Csanady^[9]在“ $\frac{2}{3}$ ”次律的基础上导出的终极抬升距离及高度为:

$$x = \frac{4}{9 \beta^2 b^3 i_z^3} L \quad (9)$$

$$Z = \frac{2}{3 \beta^2 b^2 i_z^2} L \quad (10)$$

并根据文献[4]及[10]以及中等湍强条件取 $b = \beta^{-1}$, $i_z = 0.05$, 由此得

$$Z \approx 260 L \quad (11)$$

将同样条件应用于联合作用模型, 则得

$$x = \left[\frac{2}{b i_z (3 + 2i)} \right]^{\frac{3+2i}{1+2i}} \left(\frac{3+2i}{2 \beta^2} \right)^{\frac{1}{1+2i}} L^{\frac{1}{1+2i}} \quad (12)$$

$$Z = \left[\frac{2}{\beta^2 b^2 i_z^2 (3 + 2i)} \right]^{\frac{1}{1+2i}} L^{\frac{1}{1+2i}} \quad (13)$$

以及

$$Z = 156 L^{0.91} \quad (14)$$

(9)式和(10)式实际上是(12)及(13)式在 $i = 0$ 时的特例。

大量观测事实表明(11)式对实况估计过高^[2,11,12],一种解释是实测的资料并没有观测到真正的终极抬升。但是,视各种气象条件及源参数资料所占的权重不同,(11)式偏高的程度可达百分之几十至几倍,这不能完全用上述理由来解释。而在相同条件下,考虑环境湍流累积作用的(14)式的计算值明显低于(11)式。图5、图6及表2是利用我国资料所作的比较。表中 \bar{K} 为计算值与观测值比值的平均值, σ_K 为比值的均方差, γ 为相关系数。可见(11)式计算结果明显偏高,由联合作用模式导出的(14)式有显著改进。实际上(11)式

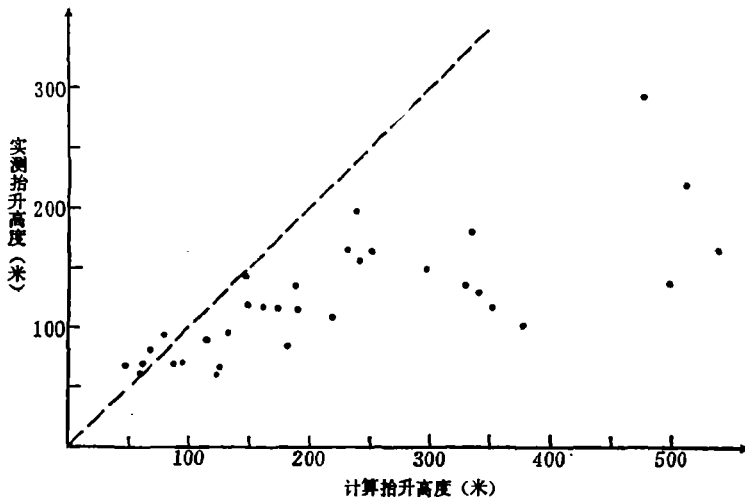


图5 (11)式计算值与实测值的比较

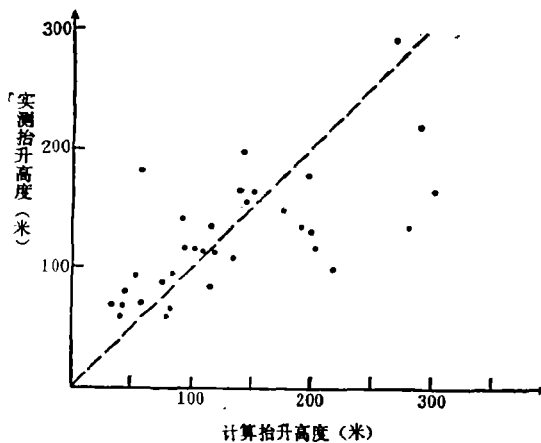
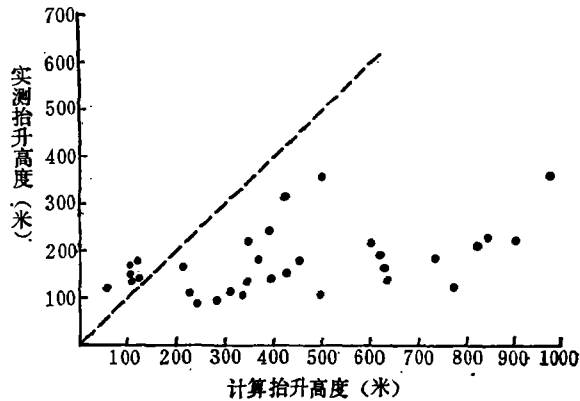


图6 (14)式计算值与实测值的比较

表 2 抬升高度计算值与观测值的比较

公 式	K	σ_K	r
$Z=156 L^{0.91}$	1.1	0.43	0.74
$Z=260 L$	1.8	0.79	0.72

图 7 (11)式计算值与实测值的比较 (取 $Z=250 L$)

此绝大多数实测值偏高,图 7 是文献[2]的结果。

五、讨 论

现有的烟气抬升理论假定环境湍流的影响在完成抬升的主要阶段可以忽略,只是到了某个转折点才突然发生作用,在此基础上导出了“ $\frac{2}{3}$ ”次律及相应的终极抬升公式。可是一些观测事实表明浮升烟流的平均路径虽然满足幂次律,但与“ $\frac{2}{3}$ ”次律有系统偏离,其累积作用不容忽视。实际上环境湍流的作用是逐渐加强的,在考虑了它和自生湍流的联合作用以后,上述偏离现象可以得到比较满意的解释。另一方面,现有的终极抬升公式一般都比实况偏高很多,在相同条件下由联合作用模式导出的结果则明显较低,更符合观测事实。因此,这个模式初步看来是合理的。存在的问题是,由于热烟流浮升的机理比较复杂,影响的因子也较多,现有的模式一般都包含应由观测资料确定的系数;为定量估计环境湍流的作用,还必须要有在烟流高度上同时观测的湍流资料,这些都是在目前研究中感到不足的。(6)式及(14)式虽然大体上更符合观测到的平均结果,但若成为比较可靠的实用公式,还需要今后用更多的实测资料进行检验,特别需要利用湍流资料对个别的烟流轨迹作细致的分析和对比,进一步找出在不同的源参数、下垫面和气象条件下模式中各个参数的变化规律。在理论上,目前的工作一般限于模式的假定在物理上合理,结果比较符合实际。今后需要进一步研究热烟流浮升过程中环境湍流与自生湍流联合作用的机理,以便使模式的假定具有更充足的理论依据。

参 考 文 献

- [1] Briggs, G. A., Plume Rise, USAEC Critical Review Series, TID-25075, 1969.
- [2] Thomas, F. W. et al, Plume rise estimates for electric generating station, *J. APCA*, 20, 170—177, 1970.
- [3] Briggs, G. A., Plume rise prediction in "Lecture on air pollution and environmental impact analyses." D. A. Haugen ed. AMS U. S. A, 59—111, 1975.
- [4] Slawson, P. R. and G. T. Csanady, On the mean path of buoyant, bent-over chimney plumes, *J. Fluid Mech.*, 28, 311—322, 1967.
- [5] 陈家宜, 环境湍流对烟云抬升的作用, *气象学报*, 第39卷, 第1期, 59—69, 1981.
- [6] 南京大学气象系湍流组, 火电厂烟气上升及扩散规律试验研究, *环境科学学报*, 创刊号, 1981.
- [7] Schmidt, F. H., On the rise of hot plumes in the atmosphere, *Int. J. Air Water Pollut.*, 9, 175—198, 1965.
- [8] Moore, D. J., Contribution to the round table discussion on plume rise and dispersion, *Atmos. Environ.*, 2, 247—250, 1968.
- [9] Csanady, G. T., *Turbulent Diffusion in the Environment*, Published by D. Reidelisingh Company, 1973.
- [10] Bringfelt, B., A study of buoyant chimney plumes in neutral and stable atmospheres, *Atmos. Environ.*, 3, 609—623, 1969 a.
- [11] Moses, H. and Kraimer, M. R., Plume rise determination—a new technique without equations, *J. APCA*, 22, 623—630, 1972 a.
- [12] 岡本真一等, 排ガス上昇高さ計算式の比較と評価, *大气汚染研究*, 12, 1977.

ON THE MEAN PATH OF RISING BUOYANT PLUMES IN CONSIDERATION OF AMBIENT TURBULENCE

Li Zong-kai

(Department of Meteorology, Nanjing University)

Abstract

In this paper, the path of rising buoyant plumes in neutral condition has been analysed carefully on the basis of the data got from the observation in our country. It has been found that the plume rise height varies with distances according to the power law, but there exist systematic departures from the $2/3$ power law, which are consistent with the non-linear relation between plume radius and plume heights. These facts as well as some results from the experiments abroad indicate that the accumulative effect of ambient turbulence on plume rise can not be neglected. Thus, a model including the joint effect of ambient and self-generating turbulence is developed. A corresponding equation of mean path of buoyant plume has been deduced, and the observed facts can be explained satisfactorily. The model also shows that the entrainment velocity, in addition to depending on the shear velocity and the ambient turbulent intensity, is also the function of the effective plume radius. Thus it is more reasonable physically, and the plume rise formula deduced from the model is obviously better in agreement with those observation data than that without consideration of accumulative effect of the ambient turbulence.