

读 者 来 信

编者按：李德成等同志的来信和王两铭同志的答复经动力气象学专家审查，认为李德成同志的数学推导方法问题不大，而王两铭同志对其原文的数学推导方法另有解释。兹将两信同时发表，供争鸣。

等压面上有 θ_{se} 场；空间剖面图上等 θ_{se} 线与等压线间有交角，在某些区域、尤其是在夏季大降水时的锋附近，这种交角大于等 θ 线与等压线间的交角。这说明湿斜压和湿力管概念反映了客观存在事实。湿斜压和湿力管概念不是王两铭同志提出的。湿斜压和湿力管概念的提出和王两铭文中能不能引伸出湿斜压和湿力管概念是两个不同的问题。

湿斜压大气中的热成风方程，或湿热成风方程，也不是王两铭同志首先提出的。王两铭同志原提的是湿成风方程。在强锋附近，尤其是夏季降水锋附近，按热成风方程计算出的风速随高度的变化，往往小于实际观测到的风速随高度的变化。把 T 和 θ_{se} 的关系引入热成风方程就得到湿热成风方程。把湿热成风方程再加以简化，突出 θ_{se} 的水平梯度。用这种简化后的湿热成风方程计算出的风速随高度变化要比实际观测到的风速随高度的变化稍大些。这两种误差的相对大小要由实际统计来确定。

检验计算方法的标准是客观存在。计算结果与客观存在的差距反映方法的完善程度。不必以某一种已有的，但不完善不很准确的方法去检定一种新提出来的方法。

李德成同志来函可以理解为对王两铭同志文的质疑，也可以理解为对湿斜压大气动力学基本观点的质疑。

湿斜压大气动力学的基本学术观点是水汽对大尺度大气运动也有主动作用。湿斜压，湿力管，湿有效位能，湿斜压不稳性，湿急流……等概念都是用以阐明水汽对大尺度大气运动也有主动作用的学术观点的。湿等熵流函数，湿热成风……等是一些分析和计算工具。

编者认为关于王两铭同志文的争鸣是好的。如对湿斜压大气动力学的基本学术观点，基本概念，及其应用价值展开广泛的争鸣，则将更有利于我们对大面积降水过程认识的提高，并对大面积降水预报和防汛服务质量的提高是有帮助的。

对《饱和湿空气动力学的基本方程和主要特征》 一文的几点初步看法

《气象学报》在 1980 年第一期刊登了《饱和湿空气动力学的基本方程和主要特征》一文(以下简称《特征》)，我们认为从一般的坐标变换原理是得不到该文有关的水平运动方程表达式。

《特征》定义广义温度和广义位势为：

$$T^* = T + \frac{Lq}{C_{pd}} \quad (1)$$

$$\varphi^* = \int_0^z g dz = - \int_{P_0}^P R_d T^* d \ln P \quad (2)$$

相应的状态方程和静力方程为:

$$P = \rho^* R_d T^* \quad (3)$$

$$\frac{\partial \varphi^*}{\partial P} = -\frac{1}{\rho^*} \quad (4)$$

式中 $\rho^* = \rho \left(1 + \frac{Lq}{C_{pd}T}\right)^{-1}$ 。由(1)、(2)得:

$$\varphi^* = \varphi - \int_{P_0}^P R_d \frac{Lq}{C_{pd}} d \ln P \quad (5)$$

若令

$$\varphi' \equiv - \int_{P_0}^P R_d \frac{Lq}{C_{pd}} d \ln P \quad (6)$$

则有

$$\varphi^* = \varphi + \varphi' \quad (7)$$

z 坐标水平运动方程为:

$$\left(\frac{d\vec{V}}{dt}\right)_z = -\frac{1}{\rho} \nabla_z P - f \vec{K} \wedge \vec{V} \quad (8)$$

«特征»一文以(4)为基础,对(8)进行坐标变换,推得 P 坐标方程为:

$$\left(\frac{d\vec{V}}{dt}\right)_P = -\nabla_P \varphi^* - f \vec{K} \wedge \vec{V} \quad (A_1)$$

又可从(A₁)导出湿热成风:

$$\vec{V}_{sT} = -\frac{\partial \vec{V}_{sT}}{\partial P} = -\frac{1}{f} \vec{K} \wedge \nabla_P \left(\frac{\partial \varphi^*}{\partial P}\right) \quad (A_2)$$

$$\text{或} \quad \vec{V}_{sT} = -\frac{R_d}{fP} \frac{T^*}{\theta_e} \vec{K} \wedge \nabla_P \theta_e \approx -\frac{R_d}{fP} \frac{T_{se}}{\theta_{se}} \vec{K} \wedge \nabla_P \theta_{se} \quad (A_3)$$

我们认为,以(4)为基础,只能把 Z^* 坐标方程变换为 P 坐标方程,而不能把 Z 坐标方程(8)变换为 P 坐标方程。正确的坐标变换可以分两步进行: $Z \rightarrow Z^* \rightarrow P$ 。

第一步,把 $\frac{\partial \varphi}{\partial P} = -\frac{1}{\rho}$ 与(4)结合,得:

$$\frac{\partial Z^*}{\partial Z} = \frac{\rho}{\rho^*} = 1 + \frac{Lq}{C_{pd}} \quad (9)$$

以(9)为基础,把(8)变换为:

$$\left(\frac{d\vec{V}}{dt}\right)_{z^*} = -\frac{1}{\rho} \nabla_{z^*} P - \nabla_{z^*} \varphi - f \vec{K} \wedge \vec{V} \quad (10)$$

式中

$$\left(\frac{d}{dt}\right)_{z^*} \equiv \left(\frac{\partial}{\partial t}\right)_{z^*} + u \left(\frac{\partial}{\partial x}\right)_{z^*} + v \left(\frac{\partial}{\partial y}\right)_{z^*} + W^* \frac{\partial}{\partial Z^*}$$

$$W^* \equiv \frac{dZ^*}{dt}$$

第二步,此时才允许以(4)为基础,把(10)变换为:

$$\left(\frac{d\vec{V}}{dt}\right)_P = -\nabla_P\varphi - f\vec{K} \wedge \vec{V} \quad (11)$$

式中

$$\begin{aligned} \left(\frac{d}{dt}\right)_P &\equiv \left(\frac{\partial}{\partial t}\right)_P + u\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)_P + v\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)_P + \omega^* \frac{\partial}{\partial P} \\ \omega^* &= \frac{dP}{dt} = \omega \end{aligned}$$

似乎出了意外,(11)竟是常见的 P 坐标方程。其实,若把先后两次变换的基础(9)和(4)相结合,即得 $\frac{\partial\varphi}{\partial P} = -\frac{1}{\rho}$,故两次变换等价于以 $\frac{\partial\varphi}{\partial P} = -\frac{1}{\rho}$ 为基础对(8)进行一次变换而得(11)。

因此,«特征»一文认为(A₁)式可由一般的坐标变换直接推得是错误的。

为了弄清(A₁)不成立的程度,把(7)代入(11),得:

$$\left(\frac{d\vec{V}}{dt}\right)_P = -\nabla_P\varphi^* + \nabla_P\varphi' - f\vec{K} \wedge \vec{V} \quad (12)$$

把(A₁)与(12)对比,可见(A₁)右端少了 $\nabla_P\varphi'$ 项,而(A₂)[或(A₃)]相当于在(12)中略去了 $\nabla_P\varphi'$ 项获得的。因此,自然要问:(A₂)[或(A₃)]是否成立呢?

由(12)得经典热成风分析式:

$$\vec{V}_T = +\frac{1}{f}\vec{K} \wedge \nabla_P\left(\frac{\partial\varphi^*}{\partial P}\right) - \frac{1}{f}\vec{K} \wedge \nabla_P\left(\frac{\partial\varphi'}{\partial P}\right) \quad (13)$$

或

$$f\vec{V}_T = +\vec{K} \wedge \left[\nabla_P\frac{\partial\varphi}{\partial P} + \nabla_P\frac{\partial\varphi'}{\partial P} \right] - \vec{K} \wedge \nabla_P\frac{\partial\varphi'}{\partial P} \quad (14)$$

由(6)得:

$$\nabla_P\frac{\partial\varphi'}{\partial P} = \nabla_P\frac{\partial}{\partial P}\left\{-\int_{p_0}^P R_d\frac{Lq}{C_{pd}}d\ln P\right\} = -\frac{R_d}{P}\nabla_P\frac{Lq}{C_{pd}}$$

利用上式和 $\frac{\partial\varphi}{\partial P} = -\frac{1}{\rho}$, (14)可写成

$$\frac{fP}{R_d}\vec{V}_T = \vec{K} \wedge \left\{ \left[\nabla_P T + \nabla_P\frac{Lq}{C_{pd}} \right] - \nabla_P\frac{Lq}{C_{pd}} \right\} \quad (15)$$

(15)是经典热成风分析式,当,而且只有当(15)右端 $-\nabla_P\frac{Lq}{C_{pd}}$ 能丢掉,(A₂)[或(A₃)]才能成立。在饱和假定下, $\nabla_P T$ 与 $\nabla_P\frac{Lq}{C_{pd}}$ 同量级,故从«特征»一文导出的湿热成风(A₂)[或(A₃)]不成立。

其实,在饱和假定下,由于在等压面上的等 T 线、等 q 线、等 θ_e 线、等 θ_{se} 线都互相重合,那末可把经典热成风

$$\vec{V}_T = +\frac{1}{f}\vec{K} \wedge \nabla_P\frac{\partial\varphi}{\partial P} = -\frac{R_d}{fP}\vec{K} \wedge \nabla_P T \quad (16)$$

改写成

$$\vec{V}_T = -\frac{R_d}{fP} \frac{|\nabla_P T|}{|\nabla_P \theta_{se}|} \vec{K} \wedge \nabla_P \theta_{se} = -\frac{R_d}{fP} \frac{|\nabla_P T|}{|\nabla_P \theta_e|} \vec{K} \wedge \nabla_P \theta_e \quad (17)$$

如果允许的话,可称(17)为“经典湿热成风”,但(17)与水汽却毫无关系。由于在 500 毫巴等压面以下的中低层有 $\frac{T^*}{\theta_e} = \frac{T_{se}}{\theta_{se}} \approx 1$, 故若用(17)去除 (A_3) , 取绝对值,得

$$\frac{|\vec{V}_{sT}|}{|\vec{V}_T|} \approx \frac{|\nabla_P \theta_{se}|}{|\nabla_P T|} \approx 2 \sim 3$$

这意味着,《特征》一文中的湿热成风 (A_3) 的风速值约为“经典湿热成风”(17)的 2 到 3 倍。

综上所述,我们的看法可归纳为三点:

1. 《特征》一文中的水平运动方程不成立;
2. 《特征》一文中的湿热成风不成立;
3. 从《特征》一文中不能引伸出湿斜压和湿力管的概念。

李德成 卢文通 朱希宁 王俊平

答 复

八月二日转来李德成等同志“对《饱和湿空气动力学的基本方程和主要特征》一文的几点初步看法”一文,结合其他关心和鼓励我们工作的同志们所提出的一些主要问题,借此机会,简要综合答复如下:

一、参 考 系

温度的比较应该是在同一个物理状态下进行。在未饱和的湿空气中所测量的温度在同干空气中测量的温度作比较时,需要加“虚温”的订正。同样,在饱和的湿空气中所测得的温度在与干空气的温度作比较时,也应该作某种“订正”,也即选择一个参考系,使两者在同一状态下进行比较。大家知道,百叶箱中的干球和湿球温度是在两种不同的物理状态下测量的,一个是测得干空气的温度,另一个是在空气中的水汽达到饱和时所测得的温度。但是,代表该地点温度的是干空气温度 T 。如果把百叶箱中的两个不同的物理状态放在两个不同的地区,如在干空气和水汽达到饱和的云中,我们如何将两个不同地点、不同状态下测量的温度进行比较呢?这就需要选择一个参考系。相当干燥大气可以作为其中的一种。这是一种物理状态的变换,它是将饱和湿空气中观测到的气压 P 、温度 T 、比湿 q 在等焓条件下转换为气压 P 、温度 T^* 的相当干燥大气,其温度 T^* 的数学定义为

$$T^* = T + \frac{L}{C_{pd}} q \quad (1)$$

我们称之为“广义温度”。像虚温一样,它也是在考虑某种物理原因以后的一种虚构的温度。采用新参考系的目的就是将不同状态下测量的温度转换到相同状态下的温度,然后再进行比较。作者认为,在台风或汛期降水中所测到的一些事实,如流场的涡度和位势场涡度的不一致,热成风和实测风垂直切变的不一致等可能是由这个原因引起的。

二、凝结潜热的释放

由广义温度 T^* 可定义等压面上的广义位势 φ^* 为

$$\varphi^* = - \int_{p_0}^p R_d T^* d \ln p \quad (2)$$

由(2)式可见,潜热能是作为饱和湿空气总位能的一个部分,能否作这样的处理是一个应该回答的问题。也就是说潜热是潜在的热量,它还没有释放怎能称作能量呢?按照广义温度的定义,潜热能完全释放吗?

热力学的基本理论指出,位能的释放同位能的定义是两个概念不同的问题。像水位的定义一样,位能是一个相对位置的问题,从而也是一个分布问题。在一个给定的时刻,从一个确定的温度场分布,可以给出一个等压面上确定的位势场分布,不管采用什么参考系,它的相对位势差应该是一样的。位势差的不同只取决于温度的不同。位能或潜热能的释放是一个物理过程问题,从而也是一个与物理量的时间变化有关的问题,故潜热的释放是由热力学第一定律所确定的,它与给定时刻的给定分布在性质上是全然不同的两个问题。

另一方面,在干空气的动力学中,位势场 φ 的定义也没有要求位能必须全部释放,恰恰相反,能够释放的位能也只是占全部位能的很小一部分。由此可见,总位能的定义与它是否能释放无关。在相当干燥大气中总位能的释放,同于空气动力学的讨论一样,是由绝热条件下对应的热力学第一定律所确定。

三、相当干燥大气中的热力学第一定律

在数值预报中,人们常把系统中的凝结潜热看作是系统外界所给予的非绝热加热。在相当干燥大气中,我们把系统中的凝结现象看作是系统内部的一种能量转换过程,而把系统中的潜热看作是系统中总位能的一个部分。根据这个考虑,可在数学上作如下处理,即将干空气热力学方程

$$\frac{dT}{dt} - \frac{RT}{C_{pd}p} \frac{dp}{dt} = \frac{\delta Q}{C_{pd}} \quad (3)$$

中的非绝热加热项 $\frac{\delta Q}{C_{pd}}$ 分为两部份,即系统内的凝结加热 $\frac{L}{C_{pd}} d\delta$ 和其它非绝热加热 $\frac{\delta Q^*}{C_{pd}}$ 。

故(3)应该改写成

$$\frac{dT}{dt} + \frac{L}{C_{pd}} \frac{dq}{dt} - \frac{RT}{C_{pd}p} \frac{dp}{dt} = \frac{\delta Q^*}{C_{pd}} \quad (4)$$

或根据(1)式的定义,(4)式可改写为

$$\frac{dT^*}{dt} - \frac{RT^*}{C_{pd}p} \frac{dp}{dt} \approx \frac{\delta Q^*}{C_{pd}} \quad (5)$$

此次因 $T^* \cong T$,故将微分号外的 T 改用 T^* 。由(5)可见,热流量方程除了把系统中的凝

结潜热的释放看作是系统内部的一种能量转换,从而将潜热项 $L \frac{d\delta}{dt}$ 从热流量方程的等号右侧移到等号左侧外,没有其它任何变化,热力过程仍按此方程进行。

值得提到的是,在数值预报中,通常用 $T - T_d \leq 4^\circ\text{C}$ 作为饱和的判据。在相当干燥大气中也采用 $T - T_d \leq 4^\circ\text{C}$ 的地区作为饱和区。只要这个条件满足,则称此大气为饱和的湿空气。这是一个公认的经验性假定,而不是理论上的“饱和”概念。严格的饱和条件应该为 $T - T_d = 0^\circ\text{C}$,即空气的温度等于露点温度,在此温度下的比湿为饱和比湿 q_s 。在等压面上,它只是温度的函数,只要温度确定,饱和比湿 q_s 也唯一地被确定。在相当干燥大气中,情况有所不同。按定义,在 $T - T_d \leq 4^\circ\text{C}$ 的空气都是饱和的湿空气,所测的比湿称为饱和湿空气的比湿,而不是饱和比湿 q_s ,它不仅是气压、温度的函数,而且是 $T - T_d$ 的函数。我们的问题是把这特定的饱和湿空气看作相当干燥大气,故它是一种在特定条件、特定方法下的湿空气动力学。

四、相当干燥大气的动力学

相当干燥大气的动力学本质上是一种干空气动力学。只是“在等焓条件下,将饱和湿空气中焓的分布,用与参考态相当的干燥大气的焓来表示”,然后再研究这种类似干空气的相当干燥大气动力学。

1. 在干空气动力学中,温度 T 是干空气热力学焓的特征量,也是位能的特征量。由 T 可以通过静力学关系计算等压面上的位势场 φ 或高度场 z ,再通过 $z-p$ 坐标的变换,推导 p 坐标的动力学方程。同样,在相当干燥大气中,温度 T^* 是湿焓的特征量,也是它总位能的特征量,这只要由方程(5)在等焓条件下得

$$C_p dT^* = 0 \quad (6)$$

故也可由温度 T^* 计算等压面上的广义位势 φ^* 和高度 z^* ,再由 $z^* \rightarrow p$ 坐标的变换,推导 p 坐标的相当干燥大气的动力学方程。

2. 流体力学中的运动方程,其高度坐标是指测量的几何高度 z ,而不是像在干空气动力学中由温度计算的 z' (为区别起见,加“'”),更不是通常业务中加虚温订正后计算的高度 z_v' 。在作由高度坐标 z 向气压坐标 p 转换时,都没有进行由 $z-z' \rightarrow z_v' \rightarrow p$ 的多步坐标变换,而是直接由计算高度 z' (或 z_v')直接向 p 坐标变换。在相当干燥大气中,同样可直接由 $z^* \rightarrow p$ 坐标变换。

3. 在原文中从 z^*-p 坐标的转换其推导是从略的。提问者写道:“以(4)为基础,只能把 z^* 坐标方程变为 p 坐标方程”,原文指的就是这个变换。原文写道:“(3.8)式也可由等高面 $z=z^*$ 上的气压梯度通过一般坐标变换直接推得”(P.46)。这个变换的推导也已写在《饱和湿空气天气动力学》一书中,这里不再重复。

4. 原文(3.8)式是从 $z^* \rightarrow p$ 坐标的变换,而不是从 $z \rightarrow z^* \rightarrow p$ 坐标的变换,故提问者文中等式(12)右边的 $\nabla_p \varphi'$ 和(13)或(14)式右边的 $\vec{k} \wedge \nabla_p \left(\frac{\partial \varphi'}{\partial p} \right)$ 在我们的公式中不出现。提问者承认“只有当(15)右端 $-\nabla_p \frac{Lq}{C_{p,d}}$ 能丢掉, A_2 [或 (A_3)] 才能成立。”按该文中的

关系式 $-\frac{R_d}{p} \nabla_x \frac{Lq}{C_{pd}} = \nabla_x \left(\frac{\partial \varphi'}{\partial p} \right)$, 因为原文中没有出现 $\nabla_x \left(\frac{\partial \varphi'}{\partial p} \right)$, 当然也就不出现 $\nabla_x \frac{Lq}{C_{pd}}$ (注意, 这里并没有丢掉而是根本没有这一项), 故按提问者的推理, A_2 或 A_3 是可以成立的。

五、两种干空气的比较

初步的研究表明, 以温度 T^* 为表征的相当干燥大气动力学的特征似乎要比以温度 T 为表征的干空气动力学特征更能清楚地解释像台风、夏季汛期降水中所观测到的一些重要现象。

1. 在低空急流轴的左侧(背风而立, 下同)常常是暖湿的饱和区, 广义温度(或假相当位温)是一个高值区, 然而温度 T 有时却并不显示出高温, 尤其在中、低层(如 850—500 毫巴, 有时可到 300 毫巴)特别明显, 台风的初期也是这样。风场的分析表明, 该地区低层是一个强气旋性涡度区, 高层 200 毫巴是反气旋性涡度区。然而以温度 T 计算的位势场, 对应的低、高位势区特征却不明显, 这表明风场和位势场是不平衡的。采用广义温度 T^* 和广义位势 φ^* 的参考系后, 该地区正是相当干燥大气的“高温”区(实际是湿度的高值区), 根据静力学关系, 低层为广义位势低值区、高层为广义位势高值区, 正好与流场的正、负涡度区对应。故用相当干燥大气将较好地解释流场、温度场和湿度场的观测分布。

2. 在暖湿的饱和湿空气区中心的左侧下方和右侧上方, 通常观测到超地转的急流区。利用相当干燥大气的概念可以对此提出一种说明。假定在一个热成风平衡下的干空气中, 蒸发水汽使其达到饱和。此时, 按照相当干燥大气中风场、温度场和湿度场的关系, 由于湿度增大, 广义温度 T^* 也加大, 从而引起低层气旋性环流、高层反气旋性环流的加速。在低层的右侧和高层的左侧, 环流的风向正好同热成风平衡时的盛行风向一致, 故该两地区的风速将增强, 而这正是所指的两支超地转急流的所在区。相反, 在低层左侧、高层右侧的盛行风减弱或转变为相反方向的风。这与观测的事实是一致的。

3. 在台风发生时期, 可以观测到风的垂直切变的零线通过台风中心附近, 两侧分别有一个符号相反的强垂直切变区。由于在台风发生的初期, 台风中心, 尤其是在中低层(那里正是饱和的云区)很少观测到高温区, 恰恰相反, 常是一个气温偏低的区域, 故很难用热成风的温度梯度 ∇T 的变号来解释。但在相当干燥大气中, 该处正是广义温度的高值区, 广义温度 ∇T^* 在该处变号, 按照湿热成风关系, 风的垂直切变也在该处变号, 零值线通过台风中心地区。这正和观测的事实相一致。

4. 由相当干燥大气动力学方程组所推导的湿斜压大气的最不稳定波长大约为 1000—2000 公里, 这正是台风发生时的尺度, 也是同暴雨时期所观测到的次天气尺度天气系统, 或称中间尺度的扰动波长一致。

5. 按照相当干燥大气的观点, 实测风场在饱和区是同广义位势场 φ^* 的梯度相平衡, 而与由温度 T 计算的 φ 场不平衡。这是因为在饱和区测量的温度是相当于百叶箱中的湿球温度, 而其它地区测量的是干空气温度, 故该地区相对于四周偏低, 以此偏低温度计算

的位势在低层偏高、高层偏低,这就使在暴雨前的位势场反映不明显。当暴雨后,空气中的水汽为未饱和,从而同四周的差别变小,位势系统也就明显起来。由此可见,由于位势场中的高低值都是相对比较的,比较需要有一个相同的参考系。采用相当于干燥大气的温度 T^* 并由此定义的位势场 φ^* 可能比用温度 T 定义的位势 φ , 在暴雨区或在饱和的云团区显得更为合理。

上述意见不知妥否,请指正。

顺致

敬意

王两铭

1982.8.5 日