第45卷 第4期　　气 象 学 报　　Vol. 45, No. 4
1987年11月　　ACTA METEOROLOGICA SINICA　　Nov., 1987

地球斜压大气纬圈平均运动特征的振动(二)*
——各向异性准涡旋运动

谢 义 炳

(北京大学地球物理系)

提　要

本文是文[3]的一个续篇，以简单的水平动能各向异性假定替换文[3]中的各向同性假定。结果是纬圈平均运动特征随纬度的分布由勒尚德多项式改为车贝雪夫多项式。在较一般的水平动能各向异性分布情况下，葛根保尔多项式代替了车贝雪夫多项式。其随时间的变化仍是谐波振动。其他结论与文[3]基本相同。

这反映线性理论在大气宏观中期过程的研究工作中，还有较大的潜力可供开发。

本文为以实际资料检验准涡旋运动观点作了准备。

一、引　言

自大气宏观运动是一种准涡旋或半涡旋运动的观点出发，探索大气宏观运动中期过程的可能性已在文[1]中阐述。文[2]发展到斜压大气并求得了解释解，但所用的是一般的直角坐标系。文[3]改为球坐标系后，发现要引进一个水平运动动能各向同性的假定，才能得到类似的结论。各向同性是一种理想情况，虽然不失为基础，但距大气实际情况较大，终有所不足。本文先讨论简单的各向异性情况，最后再对较普遍的各向异性情况作概略的讨论。

二、支配方程的建立

由文[3]的(14)式，即纬圈平均绝对涡度的振动方程

$$\frac{\partial^2\bar{\eta}}{\partial t^2}-\frac{\partial}{\cos\varphi\partial\varphi}\left[\overline{\dot{\varphi}^2}\cos^2\varphi\frac{\partial}{\cos\varphi\partial\varphi}\right]\bar{\eta}=f\frac{\partial^2\bar{\omega}}{\partial p\partial t} \tag{1}$$

和文[3]的(15)式，即省略了垂直输送项的、定常的跨纬圈的经圈方向纬圈平均动量的通量方程

* 本文于1985年11月9日收到，1986年5月27日收到修改稿。

$$\frac{\partial\overline{\dot{\varphi}^2}}{\partial\varphi}-(\overline{\dot{\varphi}^2}-\overline{\dot{\lambda}^2}\cos^2\varphi)\tan\varphi=0 \tag{2}$$

出发,先作简单的各向异性假定:

$$2\,\overline{\dot{\varphi}^2}=\overline{\dot{\lambda}^2}\cos^2\varphi,\ \text{即}\ 2\,\overline{v^2}=\overline{u^2} \tag{3}$$

则(2)式可写成

$$\frac{\partial\overline{\dot{\varphi}^2}}{\partial\varphi}+\overline{\dot{\varphi}^2}\tan\varphi=0 \tag{4}$$

而(1)式可写成

$$\frac{\partial^2\overline{\eta}}{\partial t^2}-\overline{\dot{\varphi}^2}\frac{\partial}{\cos\varphi\partial\varphi}\left[\cos^2\varphi\frac{\partial}{\cos\varphi\partial\varphi}\right]\overline{\eta}+\overline{\dot{\varphi}^2}\sin\varphi\frac{\partial\overline{\eta}}{\cos\varphi\partial\varphi}=f\frac{\partial^2\overline{\omega}}{\partial p\partial t} \tag{5}$$

取

$$y=\sin\varphi$$

(5)式可改写成

$$\frac{\partial^2\overline{\eta}}{\partial t^2}-\overline{\dot{\varphi}^2}\frac{\partial}{\partial y}\left[(1-y^2)\frac{\partial}{\partial y}\right]\overline{\eta}+\overline{\dot{\varphi}^2}y\frac{\partial\overline{\eta}}{\partial y}=f\frac{\partial^2\overline{\omega}}{\partial p\partial t} \tag{5a}$$

(5)或(5 a)式是在大气运动是一种水平动能作简单各向异性分布的准涡旋运动的观点下,引进了准定常、准地转和准静力平衡等近似处理方法,而得到的纬圈平均绝对涡度振动方程。右边包含 $\overline{\omega}$ 的项,在这里可以看成是强迫项,并将采用文[2]和文[3]的同样方法,与热力学方程组成联立方程组后,将 $\overline{\omega}$ 加以消除。

采用两层斜压模式,取

$$\overline{\dot{\varphi}_2^2}=a^2,\ \overline{\dot{\varphi}_1^2}=a^2+\Delta a_1^2,\ \overline{\dot{\varphi}_3^2}=a^2-\Delta a_3^2$$

$$2\,\overline{\dot{\lambda}}_2=\overline{\dot{\lambda}}_1+\overline{\dot{\lambda}}_3,\ 2\,\overline{\eta}_2=\overline{\eta}_1+\overline{\eta}_3 \tag{6}$$

将(5 a)式分别用于 250,500,和 750 hPa 面上,则得到下述三个方程:

$$\frac{\partial^2\overline{\eta}_1}{\partial t^2}-(a^2+\Delta a_1^2)\frac{\partial}{\partial y}\left[(1-y^2)\frac{\partial}{\partial y}\right]\overline{\eta}_1+(a^2+\Delta a_1^2)y\frac{\partial\overline{\eta}_1}{\partial y}=\frac{f}{p_2}\frac{\partial\overline{\omega}_2}{\partial t} \tag{7}$$

$$\frac{\partial^2\overline{\eta}_2}{\partial t^2}-a^2\frac{\partial}{\partial y}\left[(1-y^2)\frac{\partial}{\partial y}\right]\overline{\eta}_2+a^2y\frac{\partial\overline{\eta}_2}{\partial y}=0 \tag{8}$$

$$\frac{\partial^2\overline{\eta}_3}{\partial t^2}-(a^2-\Delta a_3^2)\frac{\partial}{\partial y}\left[(1-y^2)\frac{\partial}{\partial y}\right]\overline{\eta}_3+(a^2-\Delta a_3^2)y\frac{\partial\overline{\eta}_3}{\partial y}=-\frac{f}{p_2}\frac{\partial\overline{\omega}_2}{\partial t} \tag{9}$$

由上面三式,并注意 $2\,\overline{\eta}_2=\overline{\eta}_1+\overline{\eta}_3$,得

$$\frac{\partial^2(\overline{\eta}_1-\overline{\eta}_3)}{\partial t^2}-a^2\frac{\partial}{\partial y}\left[(1-y^2)\frac{\partial}{\partial y}\right](\overline{\eta}_1-\overline{\eta}_3)+a^2y\frac{\partial(\overline{\eta}_1-\overline{\eta}_3)}{\partial y}$$

$$=\frac{2f}{p_2}\frac{\partial\overline{\omega}_2}{\partial t}+\frac{4\,\Delta a_1^2\Delta a_3^2}{\Delta a_1^2+\Delta a_3^2}\left\{\frac{\partial}{\partial y}\left[(1-y^2)\frac{\partial}{\partial y}-y\frac{\partial}{\partial y}\right]\overline{\eta}_2\right\} \tag{10}$$

取地转和静力平衡近似,并应用气体状态方程,得

$$\overline{\eta}_1-\overline{\eta}_3=\frac{\partial}{\cos\varphi\partial\varphi}\left[\cos^2\varphi\frac{1}{fr^2}\frac{\partial(\Phi_1-\Phi_2)}{\cos\varphi\partial\varphi}\right]=\frac{R}{fr^2}\frac{\partial}{\partial y}\left[(1-y^2)\frac{\partial}{\partial y}\right]\overline{T}_2 \tag{11}$$

这里,$\overline{T}_2$是 500 hPa 面上温度的纬圈平均值,r是地球半径。将(11)式代入(10)式,并取符号

$$\mathscr{L}\sim\frac{\partial}{\partial y}\left[(1-y^2)\frac{\partial}{\partial y}\right]=(1-y^2)\frac{\partial^2}{\partial y^2}-2\,y\frac{\partial}{\partial y}$$

$$\mathscr{T}_s \sim \frac{\partial}{\partial y}\left[(1-y^2)\frac{\partial}{\partial y}\right] - y\frac{\partial}{\partial y} = (1-y^2)\frac{\partial^2}{\partial y^2} - 3y\frac{\partial}{\partial y}$$

$\mathscr{L}$ 可以称为勒尚德算子，$\mathscr{T}_s$ 可以称为车贝雪夫算子，得

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\mathscr{L}(\overline{T}) - a^2\mathscr{T}_s\mathscr{L}(\overline{T}_2) = \frac{2f^2r^2}{Rp_2}\frac{\partial\overline{\omega}_2}{\partial t} + s^2\mathscr{T}_s(\overline{\eta}_2) \tag{12}$$

$$s^2 = \frac{4fr^2}{R}\frac{\Delta a_1^2 \Delta a_3^2}{\Delta a_1^2 + \Delta a_3^2}$$

即所要连立的动力学方程。a^2 曾被命名为平流参数。s^2 曾被命名为惯性斜压参数。$\mathscr{T}_s\mathscr{L}$ 运算符号的秩序不能对调。

类似，采用文[2]中的准静力平衡近似 $\frac{d\omega}{dt}=0$ 和准绝热近似 $\frac{dQ}{dt}=0$，(原用准非绝热近似名称，现改为准绝热近似)，以及上述简单各向异性假定，热力学方程可写成

$$\frac{\partial^2\overline{T}_2}{\partial t^2} - a^2\mathscr{T}_s(\overline{T}_2) = 2\sigma\frac{\partial\overline{\omega}_2}{\partial t} - 2\delta^2\frac{\partial\overline{T}_2}{\partial t} \tag{13}$$

$$\sigma = -\left(\frac{\partial T}{\partial p} - \frac{\alpha}{c_p}\right) = -\frac{T}{\theta}\frac{\partial\theta}{\partial p}$$

$$\delta^2 = \frac{2g\nu(2-\nu)\sigma_s T_m^3}{c_p p_2}$$

σ 即静力层结参数。δ^2 曾被命名为辐射参数。合并(12)、(13)式，消去 $\overline{\omega}_2$ 得

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\mathscr{L}(\overline{T}_2) - a^2\mathscr{T}_s\mathscr{L}(\overline{T}_2) - b^2\frac{\partial^2\overline{T}_2}{\partial t^2} + a^2b^2\mathscr{T}_s(\overline{T}_2) - 2b^2\delta^2\frac{\partial\overline{T}_2}{\partial t} = s^2\mathscr{T}_s(\overline{\eta}_2) \tag{14}$$

$$b^2 = \frac{f^2r^2}{\sigma R p_2}$$

b^2 是球坐标系中的惯性层结参数。$\overline{\eta}_2$ 可由(8)式解出，在这里可以看作给定函数。(14)式是地球大气简单各向异性准涡旋运动中，支配 500 hPa 面纬圈平均温度 $\overline{T}_2$ 的振动方程。

三、支配方程(14)的解 $\overline{T}_2$

支配方程(14)的解可分为两部分，即

$$\overline{T}_2 = \overline{T}_{2H} + \overline{T}_{2N}$$

也就是齐次部分的通解 $\overline{T}_{2H}$ 和非齐次方程的一个特解 $\overline{T}_{2N}$。支配方程的齐次部分可写作

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}\mathscr{L} - a^2\mathscr{T}_s\mathscr{L} - b^2\frac{\partial^2}{\partial t^2} + a^2b^2\mathscr{T}_s - 2b^2\delta^2\frac{\partial}{\partial t}\right)\overline{T}_{2H} = 0 \tag{15}$$

边值条件：$y=\pm 1$，$\overline{T}_{2H}$ 有限，解析

初值条件：$t=0$，$\overline{T}_{2H}=X_1(y)$，$\frac{\partial\overline{T}_{2H}}{\partial t}=X_2(y)$

采用分离变量法，令

$$\overline{T}_{2H} = \Gamma(t)Y(y)e^{-\mu t} \tag{16}$$

μ 待定。因此，可以引用一个附加条件，即将(16)式代入(15)式后，取 Γ' 的系数为零。

表示全微商。得

$$\Gamma'' + a^2k^2\Gamma = 0 \tag{17}$$

$$[a^2\mathscr{T}_s\mathscr{L} + (a^2k^2-\mu^2)\mathscr{L} - a^2b^2\mathscr{T}_s - a^2b^2k^2 + \mu^2b^2 - 2\mu b^2\delta^2]Y = 0 \tag{18}$$

$$\left[\mathscr{L} + \frac{b^2(\delta^2-\mu)}{\mu}\right]Y = 0 \tag{19}$$

(18)、(19)式必须同时成立。把(19)式代入(18)式，得

$$\left(\mathscr{T}_s + k^2 + \frac{\mu^2}{a^2}\right)Y = 0 \tag{20}$$

(20)式的解是在适合(19)式的条件下，(18)式的一组解。(18)式的另一组解可以由下述方法求出。考虑(19)和(20)式，(18)式可以写成

$$\left(\mathscr{T}_s + k^2 + \frac{\mu^2}{a^2}\right)\left[\mathscr{L} + \frac{b^2(\delta^2-\mu)}{\mu}\right]Y = 0 \tag{21}$$

所以，(19)式的解也是(18)式的一组解。

由此，我们得到两组解。其一是由(17)和(19)式以及阻尼因子 $e^{-\mu t}$ 得到的随 y 作勒向德多项式分布，随时间 t 作阻尼谐波振动的解。只取适合有限边值和给定初值的第一类勒向德多项式。这个解在文[3]中已得出，即

$$\overline{T}_{2H} = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\mu_n t}(A_{1n}\cos ak_nt + A_{2n}\sin ak_nt)P_n(y) \tag{22}$$

$$A_{1n} = \frac{2n+1}{2}\int_{-1}^{1} X_1(z)P_n(z)dz$$

$$A_{2n} = \frac{\mu_nA_{1n}}{ak_n} + \frac{2n+1}{2ak_n}\int_{-1}^{1} X_2(z)P_n(z)dz$$

$$k_n^2 = \frac{a^2b^2(\delta^2-\mu_n)-\mu_n^3}{a^2\mu_n} \doteq \frac{b^2(\delta^2-\mu_n)}{\mu_n} = n(n+1)$$

另一组解由(17)和(20)式以及阻尼因子 $e^{-\mu_n t}$ 得出。考虑有限边值和初值条件，并注意

$$k^2 + \frac{\mu^2}{a^2} \doteq k^2$$

则得到随 y 作第二类车贝雪夫多项式分布，随 t 作阻尼谐波振动的解。即

$$\overline{T}_{2H} = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\mu_n t}(A_{1n}\cos ak_nt + A_{2n}\sin ak_nt)Z_n(y) \tag{23}$$

$$A_{1n} = \frac{2}{\pi}\int_{-1}^{1} (1-z^2)^{\frac{1}{2}}X_1(z)Z_n(z)dz$$

$$A_{2n} = \frac{\mu_nA_{1n}}{ak_n} + \frac{2}{\pi ak_n}\int_{-1}^{1} (1-z^2)^{\frac{1}{2}}X_2(z)Z_n(z)dz$$

$$k_n^2 = \frac{b^2(\delta^2-\mu_n)}{\mu_n} = n(n+2)$$

$$Z_n(z) = \sum_{j=0}^{[\frac{n}{2}]}(-1)^j\frac{(n-j)!}{j!(n-2j)!}(az)^{n-2j}$$

四、支配方程的特解 T_{2N} 和全解 T_2

求支配方程(14)的特解前，先要求 $\bar{\eta}_2$ 的表达式。方程（8）在下述边值和初值条件下：

$$
\begin{aligned}
&y=\pm 1, \qquad \bar{\eta}_2 \text{ 有限,解析} \\
&t=0, \qquad \bar{\eta}_2=\psi_1(y), \frac{\partial \bar{\eta}_2}{\partial t}=\psi_2(y)
\end{aligned}
\tag{24}
$$

可以求解。采用分离变量法，取

$$\bar{\eta}_2=Y(y)\Gamma(t)$$

得

$$\Gamma''+a^2k^2\Gamma=0 \tag{25}$$

$$(1-y^2)Y''-3yY'+k^2Y=0, \text{或 } \mathscr{T}_s(Y)+k^2Y=0 \tag{26}$$

这里 Y''，Y'，Γ'' 分别是 Y，Γ 的二阶或一阶全微商。因此，得

$$\bar{\eta}_2=\sum_{n=0}^{\infty}(B_{1n}\cos ak_nt+B_{2n}\sin ak_nt)Z_n(y)$$

$$B_{1n}=\frac{2}{\pi}\int_{-1}^{1}\psi_1(z)Z_n(z)dz$$

$$B_{2n}=\frac{2}{\pi ak_n}\int_{-1}^{1}\psi_2(z)Z_n(z)dz$$

$$Z_n(z)=\sum_{j=0}^{[\frac{n}{2}]}(-1)^j\frac{(n-j)!}{j!(n-2j)!}(2z)^{n-2j}$$

文[2]曾指出支配方程的强迫项只是数学处理的结果。第 1,2,3 面上大气纬圈平均特征值的振动是整个大气振动在各等压面上的反映，并称这种强迫项为表面上的强迫项。据此，支配方程齐次部分的解 $\bar{T}_{2H}$ 只选用与强迫项相同的 Y 作车贝雪夫多项式分布的(23)式。这也可以理解为，如两者原先不同，最终也趋于相同。

将(27)式代入支配(14)，得

$$
\begin{aligned}
&\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}\mathscr{L}-a^2\mathscr{T}_s\mathscr{L}-b^2\frac{\partial^2}{\partial t^2}+a^2b^2\mathscr{T}_s-2b^2\delta^2\frac{\partial}{\partial t}\right)\bar{T}_{2N} \\
&=-\sum_{n=0}^{\infty}(C_{1n}\cos ak_nt+C_{2n}\sin ak_nt)Z_n(y)
\end{aligned}
\tag{28}
$$

$$C_{1n}=n(n+2)s^2B_{1n}, \quad C_{2n}=n(n+2)s^2B_{2n}$$

仍采用分离变量变量法，取

$$\bar{T}_{2N}=\sum_{n=0}^{\infty}e^{-\mu_nt}Y_{Nn}(y)\Gamma_{Nn}(t)$$

代入(28)式，取 Γ'_{Nn} 的系数为零，得

$$\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\mu_n t}\{(\mathscr{L}-b^2)\Gamma_{Nn}''-[\mu_n b^2(2\delta^2-\mu_n)+(\mu_n^2+a^2b^2)\mathscr{T}_s-a^2\mathscr{T}_s\mathscr{L}]\Gamma_{Nn}\}Y_{Nn}$$

$$=\sum_{n=0}^{\infty}(C_{1n}\cos ak_nt+C_{2n}\sin ak_nt)Z_n(y) \tag{29}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty}[\mu_n\mathscr{L}+b^2(\delta^2-\mu_n)]Y_{Nn}=0 \tag{30}$$

将(30)式代入(29)式，并注意(20)式，整项，得

$$\sum_{n=0}^{\infty}\left[\Gamma_{Nn}''+\frac{a^2b^2(\delta^2-\mu_n)}{\mu_n}\Gamma_{Nn}\right]Y_{Nn}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\mu_n e^{\mu_n t}}{b^2\delta^2}(C_{1n}\cos ak_nt$$
$$+C_2\sin ak_nt)Z_n(y) \tag{31}$$

展开 Y_{Nn} 为车贝雪夫多项式，就得到一系列的常微分方程

$$\Gamma_{Nn}''+a^2k_n^2\Gamma_{Nn}=\frac{\mu_n e^{\mu_n t}}{b^2\delta^2}(C_{1n}\cos ak_nt+C_{2N}\sin ak_nt) \tag{32}$$

$$n=0,1,2,\cdots$$

因而在下述边值和初值条件下：

$$y=\pm1,\ \overline{T}_{2N}\text{ 有限，解析}$$
$$t=0,\ \overline{T}_{2N}=\frac{\partial\overline{T}_{2N}}{\partial t}=0$$

得到方程(28)的解：

$$\overline{T}_{2N}=\sum_{n=0}^{\infty}e^{-\mu_n t}\Gamma_{Nn}Y_{Nn}$$

$$=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{b^2\delta^2(\mu_n^2+4a^2k_n^2)}[C_{1n}\mu_n(1-e^{-\mu_n t})-C_{2n}2ak_n(1-$$
$$e^{-\mu_n t})]\cos ak_ntZ_n(y)$$
$$+\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{b^2\delta^2(\mu_n^2+4a^2k_n^2)}\left[C_{1n}\frac{2a^2k_n^2(1-e^{-\mu_n t})-\mu_n^2e^{-\mu_n t}}{ak_n}\right.$$
$$\left.+C_{2n}\mu_n^2(1+e^{-\mu_n t})\right]\sin ak_utZ_n(y) \tag{33}$$

(33)式与文[3]中(43)式的不同处，只是以车贝雪夫多项式代替勒尚德多项式。

支配方程(14)的全解是

$$\overline{T}_2=\overline{T}_{2H}+\overline{T}_{2N}$$
$$=\sum_{n=0}^{\infty}(G_ne^{-\mu_n t}\cos ak_nt+I_ne^{-\mu_n t}\sin ak_nt+F_n\cos ak_nt+H_n\sin ak_nt)Z_n(y) \tag{34}$$

$$G_n=A_{1n}+\frac{2ak_nC_{2n}-\mu_nC_{1n}}{b^2\delta^2(\mu_n^2+4a^2k_n^2)},\quad I_n=A_{2n}+\frac{\mu_nak_nC_{2n}-(\mu_n^2+2a^2k_n^2)C_{1n}}{ak_nb^2\delta^2(\mu_n^2+4a^2k_n^2)}$$

$$F_n=\frac{\mu_n C_{1n}-2\,ak_nC_{2n}}{b^2\delta^2(\mu_n^2+4\,a^2k_n^2)},\qquad H_n=\frac{2\,ak_nC_{1n}+\mu_nC_{2n}}{b^2\delta^2(\mu_n^2+4\,a^2k_n^2)}$$

其他纬圈平均特征值的振动也可以按文[3]的方法求得。例如，由方程(13)得

$$2\,\sigma\overline{\omega}_2=\sum_{n=0}^{\infty}2(\delta^2-\mu_n)e^{-\mu_n t}(G_n\cos ak_nt+I_n\sin ak_nt)\,Z_n(y)$$

$$+\sum_{n=0}^{\infty}2\,\delta^2(F_n\cos ak_nt+H_n\sin ak_nt)Z_n(y) \tag{35}$$

因 $\delta^2>\mu_n$，$\overline{\omega}_2$ 的各谐波随时间和纬度的变化都与相应 $\overline{T}_2$ 的谐波变化同号。示意图象已在文[2]中给出。其他结论同文[3]。$\overline{\eta}_1$，$\overline{\eta}_3$、$\overline{u}_1$，$\overline{u}_2$，$\overline{u}_3$ 的表达式也可以求出。

五、讨　　论

前文已讨论了水平动能呈简单各向异性分布，即 $2\,\overline{\dot{\varphi}^2}=\overline{\dot{\lambda}^2\cos^2\varphi}$ 或 $2\,\overline{v^2}=\overline{u^2}$ 时的情况。其结论可以很容易推广到比较一般的各向异性情况。如

$$2\,l\,\overline{\dot{\varphi}^2}=\overline{\dot{\lambda}^2\cos^2\varphi},\quad 或\ 2\,l\overline{v^2}=\overline{u^2}$$

则(5 a)式可写成

$$\frac{\partial^2\overline{\eta}}{\partial t^2}-\overline{\dot{\varphi}^2}\frac{\partial}{\partial y}\left[(1-y^2)\frac{\partial}{\partial y}\right]\overline{\eta}+(2\,l-1)\overline{\dot{\varphi}^2}\,y\,\frac{\partial\overline{\eta}}{\partial y}=f\frac{\partial^2\overline{\omega}}{\partial p\partial t}$$

或

$$\frac{\partial^2\overline{\eta}}{\partial t^2}-\overline{\dot{\varphi}^2}\left[(1-y^2)\frac{\partial^2}{\partial y^2}-(1+2\,l)y\frac{\partial}{\partial y}\right]\overline{\eta}=f\frac{\partial^2\overline{\omega}}{\partial p\partial t} \tag{37}$$

其结果只是以盖根堡(Gegenbauer)算子

$$G_e\sim(1-y^2)\frac{\partial^2}{\partial y^2}-(1+2\,l)\,y\frac{\partial}{\partial y}$$

代替车贝雪夫算子

$$\mathscr{T}_s\sim(1-y^2)\frac{\partial^2}{\partial y^2}-3\,y\frac{\partial}{\partial y}$$

而已。l 可以称为水平动能各向异性参数或简称各向异性参数。最后得到的解是以盖根堡多项式或超球多项式代替车贝雪夫多项式，盖根堡方程是比较一般的方程，当 $l=1$ 时，蜕化为车贝雪夫方程；当 $l=\frac{1}{2}$ 时，蜕化为勒尚德方程。这里各向异性参数用了 l，是为了与盖根堡方程的形式一致，l 是正数。如仅就本文说，用 l^2 也许好些。

文[1]、[2]和[3]以及本文由大气宏观运动是一种准涡旋运动的观点出发，采用了一些近似处理方法，得到了一系列的由简单到复杂的定性理论。平流参数 a^2 反映经圈运动强度，各向异性参数反映经圈运动强度与纬圈运动强度的比例，也许都是天气学工作者感兴趣的。今后的工作可以向两个方向发展：

第一是实用方向。本文得出的解可以试用实际观测记录加以检验，考查是否有实用价值。当然还有一些技术性问题，如初值处理等有待解决。还可以设法由全球环流改为

区域性环流。

第二是理论或认识论方向。本文中某些特征是作为参数看待的，即研究当参数 a^2，l,b^2,δ^2,s^2 等为某一定值时，大气运动纬圈平均特征将发生什么样的变化。显然，这些参数是与大气宏观运动有关的。考虑这些相互关系是非线性理论的课题。至于大气宏观运动为什么呈准涡旋状态则不仅涉及了大气环流的更深一层的问题，也涉及了一些天体物理现象的理解问题。

参 考 文 献

[1] 谢义炳，纬圈平均大气运动特征的振动，气象学报，38 2,111—121,1980。
[2] 谢义炳，斜压大气纬圈平均运动特征的振动，气象学报，40 4,430—442,1982。
[3] 谢义炳，地球斜压大气纬圈平均运动特征的振动，气象学报，44 2,149—157,1986。

THE OSCILLATION OF THE ZONAL MEAN CHARACTERISTICS OF THE ATMOSPHERE OVER A SPHERE EARTH (2)

Xie Yibing

(Department of Geophysics, Peking University)

Abstract

This paper is an extension of the auther's works (1), (2), (3). Simple anisotropic distribution of horizontal kinetic energy is assumed, i.e., the zonal kinetic energy is twice that of the meridional kinetic energy. The large scale atmospheric motion is considered as consisted of quasi-horizontal eddies and regular flow. The techniques of quasi-eddy, quasi-steady, quasi-geostrophic and quasi-adiabatic approximations are used in order to get the analytical solutions of the system of equations governing the variation of the zonal mean characteristics.

The results show that the zonal mean characteristics of the atmospheric motion are a combination of different periods ranged from a few days to a few weeks depending on the components of the Tschebyscheff polynomials of the sine of the latitude.

When more general anisotropy of horizontal kinetic energy is assumed, Gegenbauer polynomials appear instead of Chebyshev polynomials. When the distribution of horizontal kintic energy is isotropic, the polynomials retrograde to Legendre polynomials.