

山地上空的 Ekman 抽吸*

伍荣生 顾伟

(南京大学大气科学系)

提 要

在本文中,利用文献[1]的理论结果,设计了一个椭圆形的大小地形,研究西风急流通过这些地形时,边界层顶部垂直速度的分布特征。

一、引 言

在文献[1]中,作者利用了 σ 坐标来分析边界层内风场分布,并着重研究了边界层顶部垂直运动的特点,得出了如下的结论:在地形 Ekman 层中,除了地形抬升及摩擦引起的 Ekman 抽吸作用之外,地形与摩擦的共同作用也能引起垂直运动。因此,有必要结合某一地形来了解山地上空垂直运动的分布特征。

在正压的边界层中,气压场的分布同其顶部或自由大气的底部是相同的。因此,可以利用气压场的分布,根据地转或半地转条件,研究自由大气中气流过山时,边界层顶垂直运动的分布特点。

在本文中,设计了一个椭圆状的地形,长轴是东西向的,以粗略地模拟青藏高原的特点。对于大尺度运动与大地形,我们采用地转近似;对于较小尺度的地形,则考虑地转动量的影响。关于这二个问题的计算结果,将分别在下面予以说明。

二、基本方程及求解结果

在文献[1]中,对基本方程的推导及求解结果,有过详细的讨论。这里仅就与本文计算有关的基本思路与公式加以扼要说明。

σ 坐标系中的边界层控制方程可写为:

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} + \tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \tilde{v} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} + \tilde{\sigma} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \sigma} = f \tilde{v} - \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial x} - \frac{R \tilde{T}}{\bar{p}_s} \frac{\partial \bar{p}_s}{\partial x} + K \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial \sigma^2} \\ \frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} + \tilde{u} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} + \tilde{v} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} + \tilde{\sigma} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \sigma} = -f \tilde{u} - \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial y} - \frac{R \tilde{T}}{\bar{p}_s} \frac{\partial \bar{p}_s}{\partial y} + K \frac{\partial^2 \tilde{v}}{\partial \sigma^2} \end{cases} \quad (1)$$

其中, $(\tilde{\quad})$ 表示加权平均, $(\bar{\quad})$ 表示时间平均, 即:

* 本文于1988年5月18日收到,1988年10月26日收到修改稿。本工作是在国家自然科学基金会的支持下完成的。

$$\begin{cases} (\bar{\quad}) = \frac{1}{\Delta t} \int_{t-\frac{1}{2}\Delta t}^{t+\frac{1}{2}\Delta t} (\quad) dt \\ (\tilde{\quad}) = \overline{p_s \cdot (\quad)} / \bar{p}_s \end{cases} \quad (2)$$

在地转动量近似下, (1) 式无因次化后可化为:

$$\begin{cases} R_0 \left(\frac{\partial}{\partial t} + \tilde{u} \frac{\partial}{\partial x} + \tilde{v} \frac{\partial}{\partial y} \right) \tilde{u}_e - \tilde{v} + \tilde{v}_e = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial \eta^2} \\ R_0 \left(\frac{\partial}{\partial t} + \tilde{u} \frac{\partial}{\partial x} + \tilde{v} \frac{\partial}{\partial y} \right) \tilde{v}_e + \tilde{u} - \tilde{u}_e = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \tilde{v}}{\partial \eta^2} \end{cases} \quad (3)$$

式中 R_0 为 Rossby 数

$$\begin{cases} \eta = \frac{1-\sigma}{\sqrt{2\tilde{K}}}, \quad \tilde{K} = \frac{\tilde{K}}{f}, \quad \sigma = \frac{p}{p_s} \\ f \tilde{v}_e = \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial x} + \frac{R\tilde{T}}{\bar{p}_s} \frac{\partial \bar{p}_s}{\partial x} \\ f \tilde{u}_e = -\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial y} - \frac{R\tilde{T}}{\bar{p}_s} \frac{\partial \bar{p}_s}{\partial y} \end{cases} \quad (4)$$

其余符号同惯常意义。由于在边界层上面为自由大气, 故当 $\sigma = \sigma_T$ 时, 有 $\tilde{K} \rightarrow 0$, 从而 $\eta \rightarrow \infty$ 。因此, (3) 式在边界条件:

$$\begin{cases} \eta = 0; \quad \tilde{u} = \tilde{v} = 0 \\ \eta \rightarrow \infty; \quad \tilde{u} = \tilde{u}_T, \quad \tilde{v} = \tilde{v}_T \end{cases} \quad (5)$$

的解为:

$$\begin{cases} \tilde{u} = \tilde{u}_T(1 - e^{-\beta} \cos \beta) - c_1 D^{-2} e^{-\beta} \cdot \sin \beta \\ \tilde{v} = \tilde{v}_T(1 - e^{-\beta} \cos \beta) - c_2 D^{-2} e^{-\beta} \sin \beta \end{cases} \quad (6)$$

其中, \tilde{u}_T, \tilde{v}_T 为边界层顶部的风速分量。

$$\begin{cases} \tilde{u}_T = (c_1 b_2 - c_2 b_1) / D^4 \\ \tilde{v}_T = (a_1 c_2 - a_2 c_1) / D^4 \\ D = \left[1 + R_0 \left(\frac{\partial \tilde{v}_e}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{u}_e}{\partial y} \right) + R_0^2 \left(\frac{\partial \tilde{u}_e}{\partial x} \frac{\partial \tilde{v}_e}{\partial y} - \frac{\partial \tilde{v}_e}{\partial x} \frac{\partial \tilde{u}_e}{\partial y} \right) \right]^{1/4} \\ a_1 = -R_0 \frac{\partial \tilde{u}_e}{\partial x}; \quad b_1 = 1 - R_0 \frac{\partial \tilde{u}_e}{\partial y}; \quad c_1 = \tilde{v}_e + R_0 \frac{\partial \tilde{u}_e}{\partial t} \\ a_2 = -\left(1 + R_0 \frac{\partial \tilde{v}_e}{\partial x} \right); \quad b_2 = -R_0 \frac{\partial \tilde{v}_e}{\partial y}; \quad c_2 = -\left(\tilde{u}_e - R_0 \frac{\partial \tilde{v}_e}{\partial t} \right) \\ \beta = D\eta = D(\bar{p}_s - p) / (\bar{p}_s \cdot \sqrt{2\tilde{K}}) \end{cases} \quad (7)$$

式中, D^4 的物理意义在 Hoskins 的工作中^[6]已有分析, 它表示无量纲绝对涡度矢的垂直分量。

将(6)式代入连续方程, 可求得边界层顶部的垂直速度为:

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}_T &= -\frac{\alpha}{\bar{p}_s} \tilde{V}_T \cdot \nabla \bar{p}_s + \frac{\sqrt{2\tilde{K}}}{2D^3} \cdot \frac{1}{\bar{p}_s} \cdot \mathbf{C} \cdot \nabla \bar{p}_s - \nabla \cdot \left(\alpha \tilde{V}_T - \frac{\sqrt{2\tilde{K}}}{2D^3} \mathbf{C} \right) \\ \tilde{V}_T &= \tilde{u}_T \mathbf{i} + \tilde{v}_T \mathbf{j} \\ \mathbf{C} &= c_1 \mathbf{i} + c_2 \mathbf{j} \\ \alpha &= 1 - \sigma_T - \frac{\sqrt{2\tilde{K}}}{2D}, \quad \sigma_T = 1 - \sqrt{2\tilde{K}} \cdot \pi \end{aligned} \quad (8)$$

式中, σ_r 为边界层顶的 σ 坐标。同文献[1]一样, 以第一次风速矢与地转风平行的高度作为边界层顶的高度。(8)式便是我们用来计算的基本公式。

三、大地形与边界层顶部的垂直速度

在大尺度运动中, 可近似地采用地转近似, 即令 $R_0=0$, 则(8)式可化为:

$$\tilde{w}_r = -\alpha \tilde{V}_r \cdot \nabla \ln \bar{p}_s - \frac{\sqrt{2\bar{K}}}{2} (\mathbf{K} \cdot \tilde{V}_r \wedge \nabla \ln \bar{p}_s) + \frac{\sqrt{2\bar{K}}}{2} \left(\frac{\partial \tilde{v}_r}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{u}_r}{\partial y} \right) \quad (9)$$

$$\tilde{V}_r = \tilde{u}_r i + \tilde{v}_r j$$

式中, 第一项表示地形的抬升; 第二项表示地形与摩擦的共同作用所产生的垂直运动^[1]; 第三项为摩擦效应所引起的 Ekman 抽吸。

现设计一个椭圆状, 长轴是东西向的大地形, 它为:

$$\bar{p}_s = 200(3 + 4\bar{A} - 2\bar{A}^2), \quad \bar{A} \in [0, 1] \quad (10)$$

$$\bar{p}_s = 1000 \text{ hPa}, \quad \bar{A} \in (1, +\infty) \quad (11)$$

$$\bar{A} = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$$

其中 a, b 分别表示长轴、短轴。可见, 最高点气压为 600 hPa。调整 a, b 参数的大小, 就可得到不同形状的地形。

在自由大气中, 取地转风为:

$$\begin{cases} \tilde{u}_r = \tilde{u}_0 e^{-\delta_0(y-y_0)^2}, & (\delta_0 > 0) \\ \tilde{v}_r = 0 \end{cases} \quad (12)$$

其中 $\tilde{u}_0, \delta_0, y_0$ 为参数, 不同的数值表示不同的强度与及最大风速轴线的分布情况。

在进行数值计算时, 按文献[1]可粗略地估计出 $\sqrt{2\bar{K}}$ 约为 0.0318, α 约为 0.0841。不同的 \tilde{u}_0, δ_0 及 a, b 有不同的结果, 但主要反映在强度上的差异以及上升区或下沉区大小的变化, 没有本质的变化, 故下面仍以 $\tilde{u}_0=3, \delta=2, a=1.2, b=0.6$ 这一组试验为例, 区别不同的 y_0 , 来说明垂直速度分布特点。

1. 急流轴线与长轴一致的情况

此时 $y_0=0$, 边界层顶部垂直速度分布如图 1 a 所示, 上升区与下沉区是反对称分布的, 且正负最大中心位在长轴上。如略去地形与摩擦的共同作用, 其结果如图 1 b 所示, 最大上升区移向北侧, 最大的下沉区移向南侧, 强度均较图 1 a 为强。

引起这种分布特点的原因是很清楚的, 如果忽略(9)式中的第二项, 则地形抬升作用使迎风坡的气流上升, 背风坡的气流下沉。而 Ekman 抽吸作用又使正涡度的山北地区有上升气流, 负涡度的山南地区有下沉气流。因此, 迎风坡偏北侧上升运动是相互迭加的, 背风坡南侧下沉运动是相互迭加的, 故最大中心出现在这些地区。考虑地形与摩擦的共同作用后, 其结果抵偿了上升运动或下沉运动的分布, 故出现了如图 1 a 所示的情况, 这也表示地形与摩擦的共同作用是有一定影响的。

2. 急流轴线位于山南的情况

取 $y_0=-0.3$ 。这时, 急流轴线位在山南。边界层顶部的垂直速度分布如图 2 a 所示。与图 1 a 比较, 上升区域扩大, 上升运动增强; 下沉区域缩小, 下沉强度减弱。图 2 b

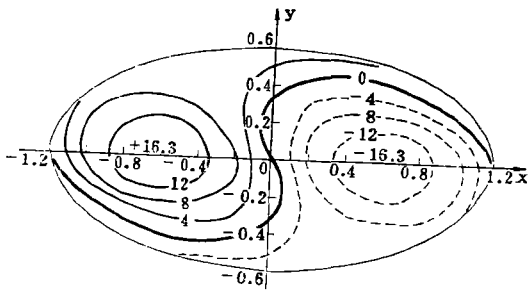


图 1 a 地形边界层顶垂直速度等值线分布图

(单位: 10^{-2} ; 实线代表上升区、虚线代表下沉区的等值线, 粗实线为零线)

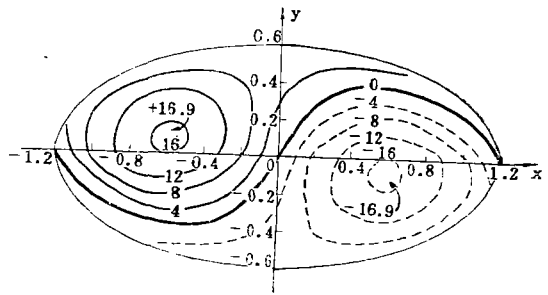


图 1 b 不计地形与摩擦共同作用时的垂直速度分布图

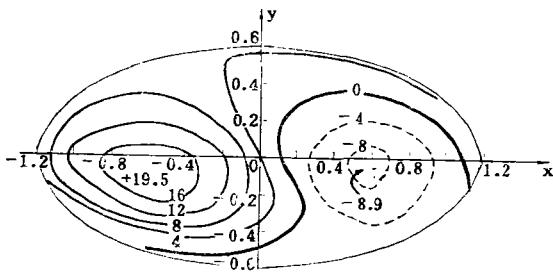


图 2 a
(说明同图 1)

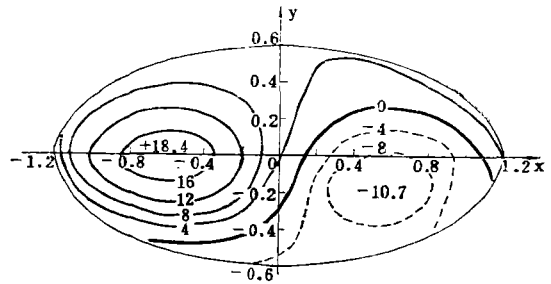


图 2 b
(说明同图 1)

为不计地形与摩擦共同作用时的垂直运动分布。与图 2 a 相比, 最大上升中心向北移动; 最大下沉中心向南移动。

这一分布特点, 也完全可用急流轴线位在山南这一情况加以说明。此时, 正涡度区位在急流轴线以北地区, 因此, 这一 Ekman 抽吸作用迭加在地形抬升作用之上, 使得上升区远较下沉区为大。地形与摩擦的共同作用又使得这一结果有所纠正。

3. 急流轴线位在山北

取 $y_0 = 0.3$, 这时边界层顶的垂直速度分布特点与图 2 相反, 即下沉区的范围及强度较上升区为大为强。上升区仅位于迎风侧的北坡。这种分布特点同样可用三个因子加以说明。为了节省篇幅, 有关图就省略了。

四、地转动量与较小地形的边界层顶的垂直运动

对于中小尺度地形, R_0 不可忽略。这时可利用在地转动量近似下求得的 (8) 式来计算边界层顶的垂直速度。

现考察一个中尺度椭圆形地形, 它为:

$$\bar{p}_s = 50(7\bar{A} - 3\bar{A}^2 + 16), \bar{A} \in [0, 1]$$

$$\bar{p}_s = 1000 \text{ hPa}, \quad \bar{A} \in (1, +\infty)$$

$$\bar{A} = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}, \quad a = 0.6, \quad b = 0.3$$

取地转风为:

$$\tilde{u}_g = 1.5 e^{-3(y-y_0)^2} \quad \tilde{v}_g = 0$$

于是

$$\tilde{u}_\tau = \tilde{u}_g, \quad \tilde{v}_\tau = 0, \quad \mathbf{C} = -\tilde{u}_g \mathbf{j}$$

$$D = \left(1 - R_0 \frac{\partial \tilde{u}_g}{\partial y} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad a = 1 - \sigma_\tau - \frac{\sqrt{2\tilde{K}}}{2D}$$

(8) 式可简化为:

$$\tilde{w}_\tau = -a\tilde{u}_g \cdot \frac{\partial \ln \bar{p}_s}{\partial x} - \frac{\sqrt{2\tilde{K}}}{2D^3} \cdot \tilde{u}_g \cdot \frac{\partial \ln \bar{p}_s}{\partial y}$$

$$- \frac{\sqrt{2\tilde{K}}}{2D^3} \frac{\partial \tilde{u}_g}{\partial y} - \frac{3\sqrt{2\tilde{K}}}{8D^3} \cdot R_0 \cdot \tilde{u}_g \cdot \frac{\partial^2 \tilde{u}_g}{\partial y^2} \quad (13)$$

式中, 第一项为地形抬升因子; 第二项为地形与摩擦的共同作用; 第三项为 Ekman 抽吸作用; 第四项是由绝对涡度矢垂直分量的变化所引起的。

设 $R_0 = 0.2$, 那么对不同的 y_0 , 就可得到不同的垂直速度分布。同样, 我们仅取几个有代表意义的 y_0 值来说明地转动量近似下边界层顶的垂直速度分布特点。

1. 气流轴线与地形长轴重合的情况

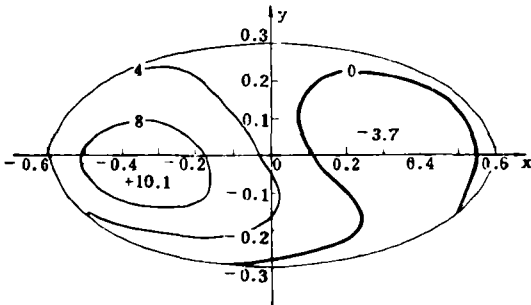


图 3 a
(说明同图 1)

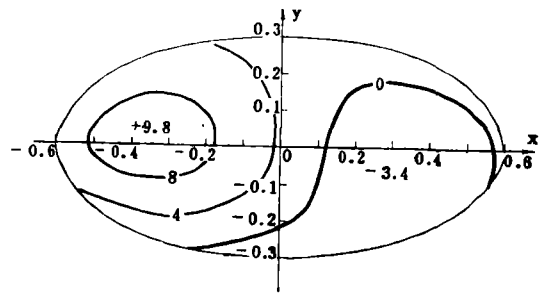


图 3 b
(说明同图 1)

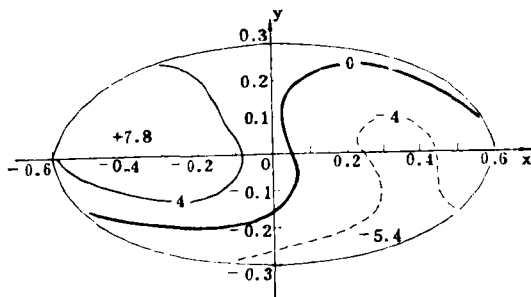


图 4 a
(说明同图 1)

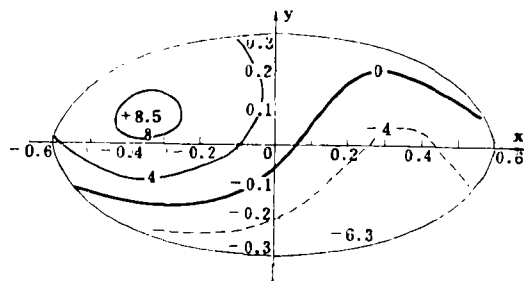


图 4 b
(说明同图 1)

这时 $y_0=0$, 图 3 a 为边界层顶的垂直速度分布图。可见, 上升区可扩展到背风坡西部及东北侧, 其强度也大于下沉强度。这是与图 1 a 有所不同的。这是因为在地转动量近似下, \tilde{w}_T 中含有了 D 的变化因子, 就西风平直气流来讲, (13) 式中已多出了一项 $-\frac{3}{8} \frac{\sqrt{2K}}{D^7} \tilde{u}_g \cdot R_0 \cdot \frac{\partial^2 \tilde{u}_g}{\partial y^2}$, 这一项在这种气流分布下处处大于零, 故上升区增大, 下沉区缩小, 破坏了图 1 a 中的那种反对称分布。图 3 b 是不计摩擦与地形共同作用时的计算结果, 最大上升区和最大下沉区分别向北和向南发生移动。

2. 气流轴线位于山南的情况

取 $y_0=-0.15$, 这时分布情形与图 3 a, 3 b 相比, 发现下沉区变得更小, 只占背风坡的一个不大的区域(图略)。

3. 气流轴线位于山北的情况

取 $y_0=0.15$, 图 4 a 为边界层顶相应的垂直速度分布图。由此可见, 下沉区的范围较图 3 a 要大得多, 在迎风坡的南侧, 有一定区域的下沉运动。同时, 最大下沉速度小于最大上升速度, 这同 $R_0=0$ 时的相应情况是不同的, 原因也很简单, 在(13)式中, 第四项在地形范围内处处大于零, 其迭加的结果便出现了这种特征。图 4 b 为不计摩擦与地形的共同作用时的情况, 它同 4 a 也有较大的不同。

五、结 论

由以上分析可知, 对大尺度地形, 当西风平直急流的轴线与地形长轴一致时, 上升区与下沉区的范围、强度大致相等。当急流轴线位于山南时, 上升区比下沉区大, 上升运动已扩展到背风坡的北侧, 上升强度大于下沉强度。当急流轴线位于山北时, 上升区比下沉区要小, 下沉运动可扩展到迎风坡南侧的一定区域, 且下沉强度大于上升强度。对于中小尺度地形, 边界层顶的垂直速度分布特点与大尺度地形情况有着相同点, 即随着气流轴线的向北移动, 上升区渐小, 下沉区渐大。当然, 由于我们所取的与实际情况有一定的出入, 故实际地形边界层顶的垂直速度分布将更复杂。

在自由大气中, 许多系统的发生及发展跟下垫面的作用有密切的关系。因此, 当我们考虑地形边界层对这些系统的影响时, 须全面考虑主要因素对边界层顶的垂直速度的贡献, 以尽可能正确反映边界层与大气系统的各种能量与质量的交换, 只有这样, 当我们进行数值计算时, 才可尽量减小由于地形而产生的系统误差。

参 考 文 献

- [1] 伍荣生, 地形与 Ekman 边界层中的气流, 气象学报, 47, 2, 137—146, 1989.
- [2] Pedlosky, J., *Geophysical Fluid Dynamics*, Springer, New York, 1979.
- [3] Godev, N., Contribution of the mutual effect of orographic and thermal inhomogeneities and surface friction to the generation of mediterranean cyclone, *WMO Report*, NO. 2, 74—119, 1984.
- [4] Panchev, S., and D. Atanasov, Some characteristics of the barotropic planetary boundary layer above mountains, *Hydrology and Meteorology*, No. 27, 3—10, 1986.
- [5] Wu, R., The influences of orography upon the flow within Ekman boundary layer under the assumption of geostrophic momentum, *Adv. in Atm. Sci.*, NO. 2, 1-7, 1985.
- [6] Hoskins, B. J., The geostrophic momentum approximation and the semi-geostrophic equations, *J. Atmos. Sci.*, 32, 233—242, 1975.

EKMAN PUMPING OVER MOUNTAIN

Wu Rongsheng Gu Wei

(Department of Atmospheric Sciences, Nanjing University)

Abstract

The analytical results of previous paper are used to study the properties of vertical velocity distribution at the top of the boundary layer. The relative position of a jet-like geostrophic flow and ellipse-shaped orography will affect the characteristic feature of vertical motion at the top of the boundary layer when the contributions of friction and orography are taken into consideration simultaneously.