

# 台风暴雨相当位涡诊断分析\*

蔡 义 勇

(福建省气象局)

位势涡度作为热力学与动力学相结合的物理量,能更有效地显示出暴雨系统的一些特点,国内外气象学者曾用位涡来分析诸如龙卷、冰雹等强对流天气,杨大升<sup>[1]</sup>曾用位涡成功地研究过印度季风的爆发问题,并将位涡应用于我国的暴雨诊断分析上,但暴雨过程不可能是干绝热过程,将有大量的凝结潜热释放,而潜热释放对天气系统的发生发展起着重要的反馈作用,所以将位涡应用于暴雨诊断时还应考虑水汽凝结潜热的作用。为了弥补位涡的局限性,本文从Ertel广义位涡方程出发导出了相当位涡的概念,并从大尺度热量、水汽和涡度方程入手,推导出相当位涡平衡方程,综合考虑了高、低层温湿场分布及涡、散度等热力、动力因素的作用,并应用在台风暴雨的诊断分析上。

## 1. 方程的导出

### 1) 相当位涡表达式及其简化

由Ertel广义位涡方程<sup>[2]</sup>:

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\omega_a}{\rho} \cdot \nabla \lambda \right] = \frac{\omega_a}{\rho} \cdot \nabla \psi + \nabla \lambda \cdot \left[ \frac{\nabla \rho \times \nabla P}{\rho^3} \right] + \frac{\nabla \lambda}{\rho} \cdot \left[ \nabla \times \frac{\mathbf{F}}{\rho} \right] \quad (1)$$

其中 $\lambda$ 为所考虑的某标量属性,必须满足 $\frac{d\lambda}{dt} = \psi$ , $\omega_a$ 为绝对涡度, $F$ 为摩擦力,其余皆为常用符号。

广义位涡定义为:  $\frac{\omega_a}{\rho} \cdot \nabla \lambda$

由(1)式看出,对每个流体元而言,若 i)  $\lambda$  是守恒量,即  $\psi = 0$ , ii) 大气处于正压状态,即  $\nabla \rho \times \nabla P = 0$ , 或  $\lambda = \lambda(\rho, P)$ , iii) 无摩擦,则广义位涡守恒。

在等焓过程即绝热等压过程中,相当温度守恒,即  $\frac{dT_e}{dt} = 0$ , 其中  $T_e = T + \frac{L}{c_p} q$ 。在(1)式中令  $\lambda = T_e$ , 得相当位涡度为:

$$\frac{\omega_a}{\rho} \cdot \nabla T_e \quad (2)$$

为了将(2)式比较复杂的三维矢量关系简化成易计算的标量关系,参照位涡从 $\theta$ 坐标转换到 $P$ 坐标系的推导方法<sup>[1]</sup>,首先引用以相当温度 $T_e$ 为垂直变量的 $\{x, y, T_e, t\}$ 坐标系,在 $T_e$ 坐标系中,相当位涡可写成:

$$\frac{1}{\rho} \left[ \frac{\partial v}{\partial x} \right]_{T_e} - \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{T_e} + f \Big] \frac{\partial T_e}{\partial z} \quad (3)$$

其中 $z$ 为垂直方向的距离。(3)式可转换到 $P$ 坐标系中:

$$\frac{1}{\rho} \left[ \frac{\partial v}{\partial x} \right]_{T_e} - \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{T_e} + f \Big] \frac{\partial T_e}{\partial z} = -g \left[ \frac{\partial v}{\partial x} \right]_p - \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_p + f \Big] \frac{\partial T_e}{\partial p}$$

\* 本文于1989年2月18日收到,1990年11月15日收到修改稿。

$$\begin{aligned}
 & + g \left[ \left( \frac{\partial v}{\partial T_e} \frac{\partial T_e}{\partial x} \right)_p - \left( \frac{\partial u}{\partial T_e} \frac{\partial T_e}{\partial y} \right)_p \right] \frac{\partial T_e}{\partial p} \\
 & = -g \left[ \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right)_p - \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)_p + f \right] \frac{\partial T_e}{\partial p} \\
 & \quad + g \left[ \left( \frac{\partial v}{\partial p} \frac{\partial T_e}{\partial x} \right)_p - \left( \frac{\partial u}{\partial p} \frac{\partial T_e}{\partial y} \right)_p \right]
 \end{aligned}$$

在热成风的约束下, 上式右端最后方括号内两项均为零, 略去常数  $g$ , 在  $p$  坐标系中, 相当位涡就简化为

$$-\left[ \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right)_p - \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)_p + f \right] \frac{\partial T_e}{\partial p} \quad \text{或} \quad -(\xi + f) \frac{\partial T_e}{\partial p} \quad (4)$$

与位涡相比, 相当位涡在于用相当温度  $T_e$  代替了位温  $\theta$ , 和位涡的物理意义相似, 相当位涡是绝对涡度与相当温度垂直梯度的乘积, 是实际大气热力与动力特征的综合反映。从(4)式可以看出, 如果在某层等压面上, 绝对涡度的最大值区与上下层相当温度的垂直梯度最大值区重合, 相当位涡的绝对值也就达到最大。因此在台风系统中, 低层的暖湿空气平流与高层的干冷空气平流相迭加的位势不稳定区, 如果与中层的气旋性环流区相重合, 相当位涡的绝对值就达到最大, 这种环流形势有利于暴雨的发生发展。相当位涡一般小于零, 所以暴雨容易发生在中层相当位涡负值中心附近。相当位涡的减小, 说明气旋性环流加强或位势不稳定性增加, 有利于暴雨的维持和加强。

## 2) 相当位涡平衡方程的推导

在推导相当位涡方程, 进行网格尺度平均求次网格尺度量时要进行参数化, 从而引进了次网格尺度质量通量  $M_c$ 。  $M_c$  的准确计算, 对于整个收支方程影响很大, 为了较好地确定  $M_c$  的值, 我们利用 HAN-RU CHO<sup>[3]</sup> 的云模式直接计算积云垂直输送的方法, 考虑了积云生命史对积云垂直输送的作用。

包含云作用在内的大尺度热力学、水汽和涡度方程如下<sup>[4]</sup>(推导从略):

$$Q_1 - Q_R = -M_c \frac{\partial \bar{s}}{\partial p} \quad (5)$$

$$Q_2 = LM_c \frac{\partial \bar{q}}{\partial p} + Q_i \quad (6)$$

$$Z = -M_c \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial p} - \mathbf{k} \cdot \nabla M_c \times \frac{\partial \bar{\mathbf{v}}}{\partial p} \quad (7)$$

其中:

$$\bar{s} = c_p \bar{T} + g \bar{z} \quad (8)$$

$$Q_1 = \frac{\partial \bar{s}}{\partial t} + \bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla \bar{s} + \bar{\omega} \frac{\partial \bar{s}}{\partial p} \quad (9)$$

$$Q_2 = -L \left( \frac{\partial \bar{q}}{\partial t} + \bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla \bar{q} + \bar{\omega} \frac{\partial \bar{q}}{\partial p} \right) \quad (10)$$

$$Z = \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial t} + \bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla \bar{\eta} + \bar{\omega} \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial p} + \bar{\eta} \nabla \cdot \bar{\mathbf{v}} + \mathbf{k} \cdot \Delta \bar{\omega} \times \frac{\partial \bar{\mathbf{v}}}{\partial p} \quad (11)$$

上式中  $Q_R$  为辐射加热率,  $\bar{\eta}$  为绝对涡度,  $Q_i$  代表由积云产生的湿润作用,  $M_c$ 、 $Q_i$  可由(5)式、(6)式求得。

利用(8)、(9)式, 大尺度热力学方程(5)式化为:

$$c_p \frac{d\bar{T}}{dt} - \bar{\alpha} \frac{d\bar{p}}{dt} - Q_R = -M_c \frac{\partial \bar{s}}{\partial p}$$

或：
$$c_p \left( \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla \bar{T} + \bar{\omega} \frac{\partial \bar{T}}{\partial p} \right) - \bar{\alpha} \bar{\omega} - Q_R = -M_c \frac{\partial \bar{s}}{\partial p} \quad (12)$$

利用(10)式,水汽方程(6)式可写成:

$$-L \left( \frac{\partial \bar{q}}{\partial t} + \bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla \bar{q} + \bar{\omega} \frac{\partial \bar{q}}{\partial p} \right) = LM_c \frac{\partial \bar{q}}{\partial p} + Q_i \quad (13)$$

(12)、(13)两式相减,并对  $p$  求微分:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \bar{\Gamma}_e}{\partial t} + \bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla \bar{\Gamma}_e + \bar{\omega} \frac{\partial \bar{\Gamma}_e}{\partial p} - \frac{\partial \bar{\mathbf{v}}}{\partial p} \cdot \nabla \bar{T}_e + \bar{\Gamma}_e \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial p} \\ &= -\frac{\partial}{\partial p} (M_c \bar{\Gamma}_e) - \frac{1}{c_p} \frac{\partial}{\partial p} (Q_R - Q_i) - \frac{R}{c_p} \frac{\partial}{\partial p} \left[ \frac{\bar{T}}{p} (\bar{\omega} + M_c) \right] \end{aligned} \quad (14)$$

其中  $\bar{T}_e = \bar{T} + \frac{L}{c_p} \bar{q}$ ,  $\bar{\Gamma}_e = -\frac{\partial \bar{T}_e}{\partial p}$ ,

(14)  $\times \bar{\eta} + (7) \times \bar{\Gamma}_e$ , 并利用(11)式,得到相当位涡平衡方程如下:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\eta} \bar{\Gamma}_e) &= -\bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla (\bar{\eta} \bar{\Gamma}_e) - \bar{\omega} \frac{\partial}{\partial p} (\bar{\eta} \bar{\Gamma}_e) + \bar{\eta} \frac{\partial \bar{\mathbf{v}}}{\partial p} \cdot \nabla \bar{T}_e \\ &- \bar{\Gamma}_e \left( \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial x} \frac{\partial \bar{v}}{\partial p} - \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial y} \frac{\partial \bar{u}}{\partial p} \right) - \frac{\partial}{\partial p} (\bar{\eta} \bar{\Gamma}_e M_c) \\ &- \bar{\Gamma}_e \left( \frac{\partial M_c}{\partial x} \frac{\partial \bar{v}}{\partial p} - \frac{\partial M_c}{\partial y} \frac{\partial \bar{u}}{\partial p} \right) - \frac{\bar{\eta}}{c_p} \frac{\partial Q_R}{\partial p} + \frac{\bar{\eta}}{c_p} \frac{\partial Q_i}{\partial p} - \frac{R \bar{\eta}}{c_p} \frac{\partial}{\partial p} \\ &\left[ \frac{\bar{T}}{p} (\bar{\omega} + M_c) \right] \end{aligned}$$

方程左边为相当位涡局地变率,右边第一项为相当位涡网格尺度水平平流,第二项为网格尺度垂直输送项,第三项为热成风对相当温度的平流引起的相当位涡局地变化,第四项为网格尺度扭转效应,第五项为次网格尺度质量通量引起的网格尺度相当位涡通量的垂直辐合,第六项为次网格尺度质量通量

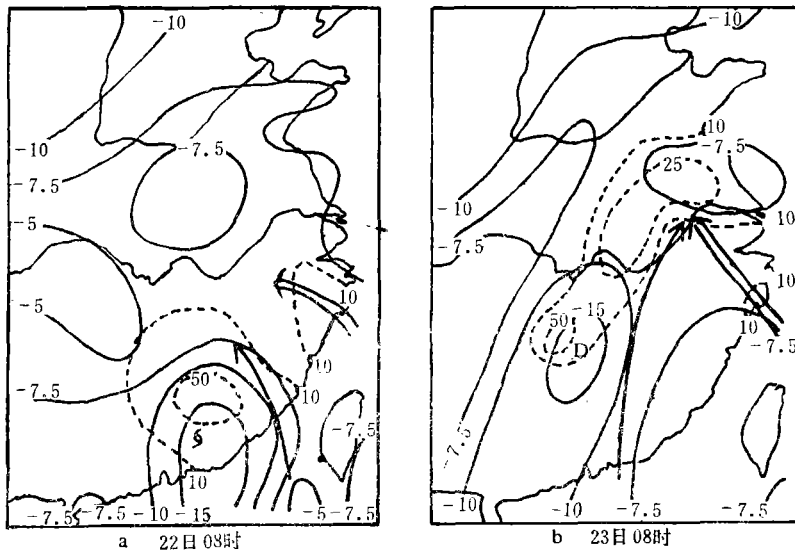


图 1 700hPa相当位涡(实线,  $10^{-6} \text{K/s hPa}$ )与后12小时雨量(虚线, mm)  
(单箭头为 500 hPa 急流, 双箭头为 850 hPa 急流)

水平分布不均匀和风的垂直切变造成的局地变率,第七项为辐射效应,第八项表示积云对环境的湿润作用,第九项为云间晴空区的垂直运动对相当位涡的强迫项,方程推导中略去了摩擦作用。

3) 资料及处理方法

本文选用1981年9月22日—24日,8116(CLARA)号台风造成的暴雨过程,计算范围 $20^{\circ}\text{N}-40^{\circ}\text{N}$ , $105^{\circ}\text{E}-125^{\circ}\text{E}$ ,利用各层常规观测资料,应用 Barnes 设计的具有客观分析与滤波两种功能的方法,插成

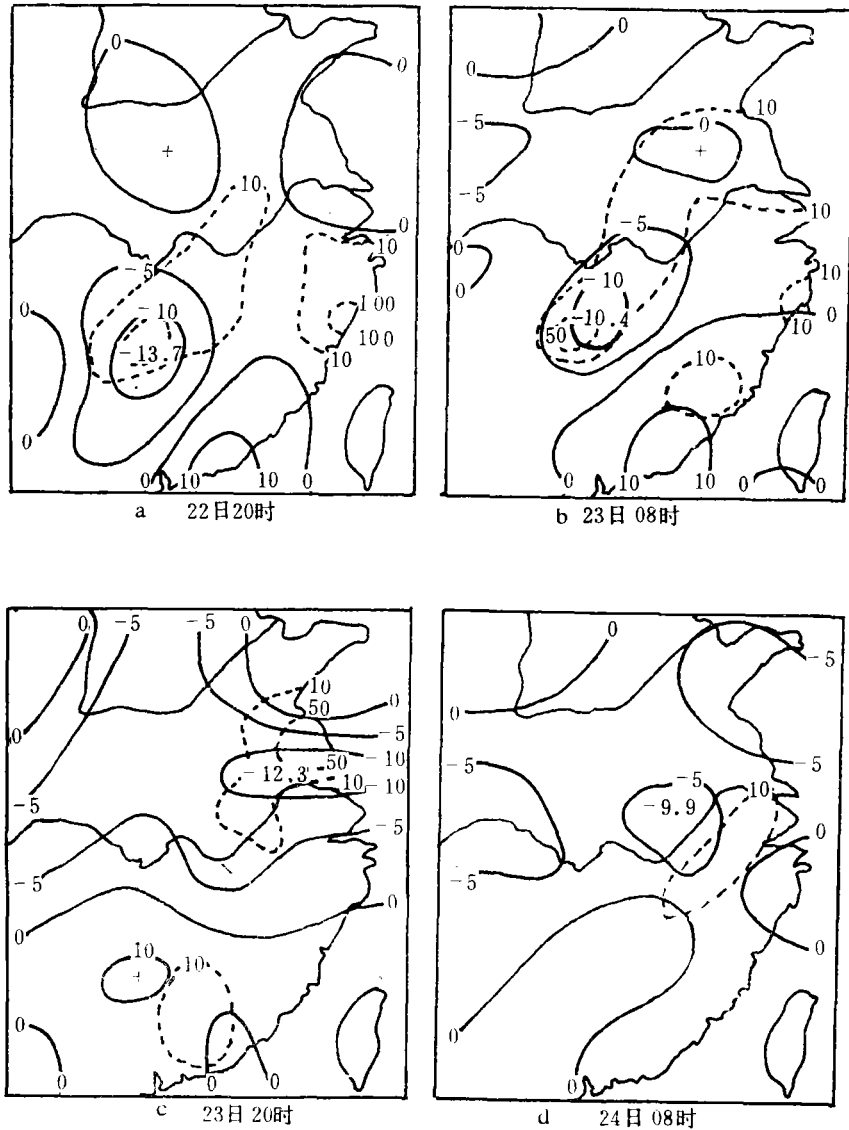


图 2 700hPa前12小时相当位涡之差值(实线, $10^{-6}\text{K}/\text{s}\cdot\text{hPa}$ )与后12小时雨量(虚线,mm)

网格点资料,水平格距 150 km,垂直方向用拉格朗日方法插值,格距 150 hPa。

客观分析之前先对资料进行详细分析,缺测记录用周围站点资料进行内插,然后用低通滤波器求取大尺度场,用带通滤波器提取中尺度(或次天气尺度)场,两者相加就得到总气象场,或称网格尺度场,次网格尺度场则包含比次天气尺度更小的扰动。

本例选取权重函数常数为 $C_1=15000, G_1=0.35, C_2=150000, G_2=0.45$ ,使得最大响应波长在800 km左右,以突出台风尺度扰动的作用。

## 2. 相当位涡及其方程收支分析

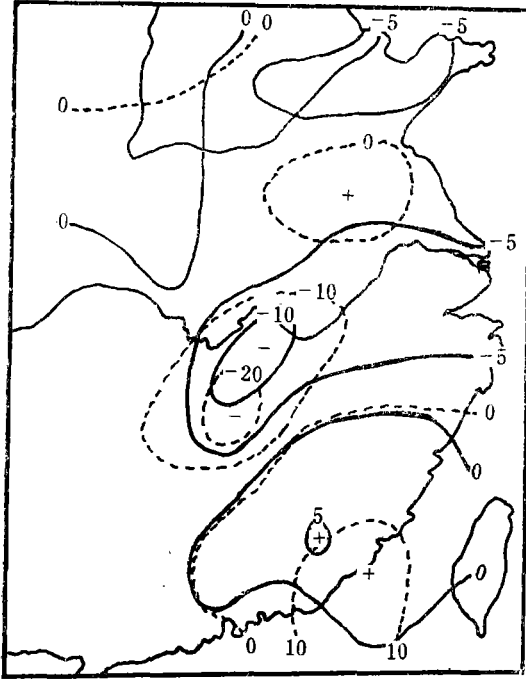


图3 700hPa相当位涡局地变率(实线,23日08时)与两时刻相当位涡之差(虚线,23日08时—22日20时)比较图  
( $10^{-11}K/hPa \cdot s^2$ )

### 1) 降水情况及相当位涡分析

8116(CLARA)号台风于9月22日04时(北京时间,下同)在广东省陆丰县登陆后向西北方向移动,然后逐渐减弱,暴雨先是发生在台风中心附近,随着倒槽的加强,在冷空气和低层暖湿急流的影响下,倒槽降水加大。

由图1可见,台风中心附近及倒槽暴雨均发生在相当位涡负中心下游处。由于850 hPa有强盛的低空急流暖湿输送,500hPa冷空气作用比较明显,根据相当位涡物理意义的分析,我们重点研究700 hPa相当位涡与暴雨的关系。

同时我们还计算了700hPa每隔12小时相当位涡之差值,并与后12小时内的雨量进行比较(图2),发现暴雨位于负变涡中心附近,且负变涡中心值越低,暴雨强度就越大,所以相当位涡的变化对后12小时的台风暴雨有一定的预示作用。

### 2) 相当位涡平衡方程收支分析

为了探讨引起相当位涡变化的物理过程,我们计算了700hPa等压面上平衡方程各项的值,计算时辐热加热率用气候值代替,摩擦项参考文献[5]的方法计算,结果非常小,所以忽略不计。

我们用后6小时雨量大于10mm的兩区作为平均区域,计算方程各项在区域内的平均值,结果

如表1,可以看出,在变涡过程中,贡献最大的是水平平流项、垂直输送项和质量通量辐合项。

表1中最后一行相当位涡变率为方程各项之和,为检验诊断结果的合理性,与两个时刻分别计算的相当位涡之差除以时间值进行比较,发现两者大小量级及正负分布基本上相合。(见图3)。同时我们也比较了质量通量 $M$ 。与云图,发现 $M$ 。正的大值区对应于发展的对流云区(图略),说明 $M$ 。的计算基本合理。

### 3) 方程各项讨论

图4为700 hPa水平平流项的分布图。22日08时,暴雨区位于负平流中心附近,南海有一正中心,正负平流中心之间的零线附近正是相当位涡的负中心区,急流将相当位涡往下游输送,使暴雨发生在相当位涡的负中心下游处。23日08时,倒槽暴雨位于负平流区,急流也起着输送相当位涡的作用,在平流项 $-\bar{v} \cdot \nabla(\bar{\eta}\bar{\Gamma}_e)$ 中 $\bar{v} = \bar{v}_L + \bar{v}_s$ , $\bar{v}_L$ 为大尺度风, $\bar{v}_s$ 为中尺度(或次天气尺度)风,分别计算700hPa $-\bar{v}_L \cdot \nabla(\bar{\eta}\bar{\Gamma}_e)$ 和 $-\bar{v}_s \cdot \nabla(\bar{\eta}\bar{\Gamma}_e)$ 的值,发现两者正负分布相似,但前者绝对值比后者大(图略),说明在相当位涡平流中,大尺度平流起主要作用。

垂直输送项在方程中也是大项,垂直输送的大小与垂直速度 $\omega$ 直接相关,反映上升运动在暴雨中的作用。台风是个深厚的对流系统,刚登陆时,台风中心附近暴雨区内整个对流层基本上为上升运动(图略),图5a,暴雨区、垂直输送项正中心及上升运动最大区三者相近,23日08时(图5b),上升运动减弱,垂直输送项正中心值也减小,但有一带状正值区向倒槽内伸出,使倒槽降水开始加大,到23日20时,上升运

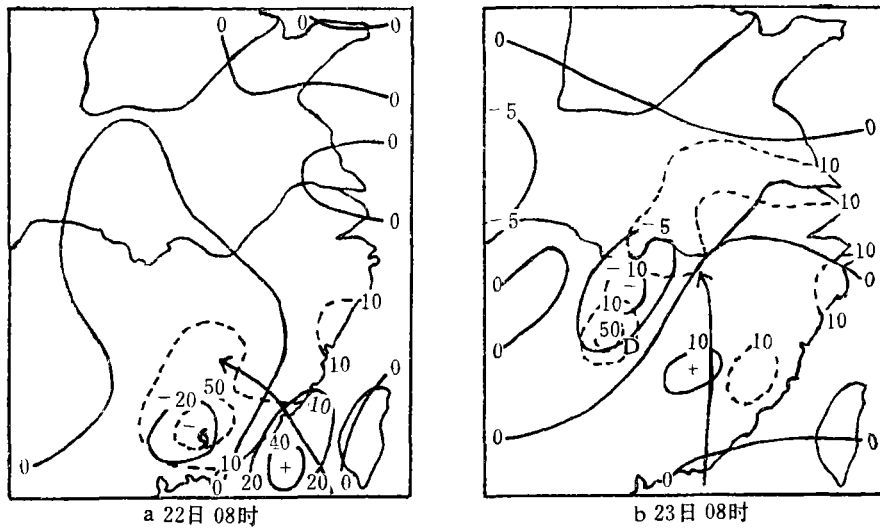


图 4 700hPa 相当位涡水平平流项(实线,  $10^{-11} \text{K/hPa} \cdot \text{s}^2$ ) 与后 6 小时雨量(虚线, mm), 矢线为 700 hPa 急流

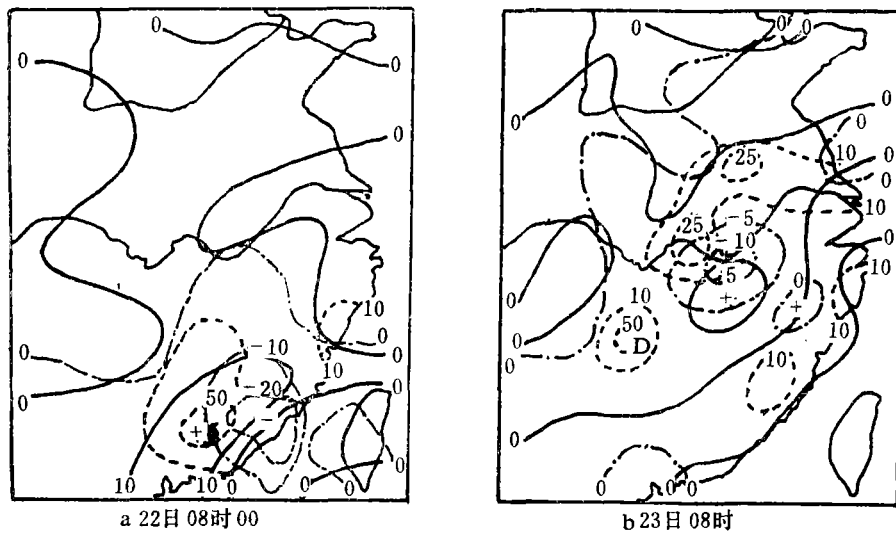


图 5 700hPa 相当位涡垂直输送项(实线,  $10^{-11} \text{K/hPa} \cdot \text{s}^2$ ) 与后 6 小时雨量(虚线, mm) 及 550hPa 垂直速度(点划线,  $10^{-3} \text{hPa/s}$ ) 分布图

动的加强使得垂直输送项正中心加大, 暴雨也得到加强(图略)。

质量通量项是方程中贡献最大的项, 体现了次网格尺度积云对流的作用, 说明中小尺度过程在暴雨中的重要性。22日08时(图 6a), 质量通量项负中心位于台风中心附近, 与暴雨区相近, 说明台风刚登陆时, 中心附近雨区内对流活动仍很活跃。23日08时(图 6b), 台风环流减弱, 倒槽内由于低空急流暖湿空气输送, 不稳定性加大, 对流活动得到加强, 质量通量项负中心也移到倒槽附近, 此时倒槽降水加大。

方程中除了上面三项外, 网格尺度扭转效应  $-\bar{\Gamma} \cdot \left( \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial x} \frac{\partial \bar{v}}{\partial p} - \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial y} \frac{\partial \bar{u}}{\partial p} \right)$  与质量通量对网格风的扭

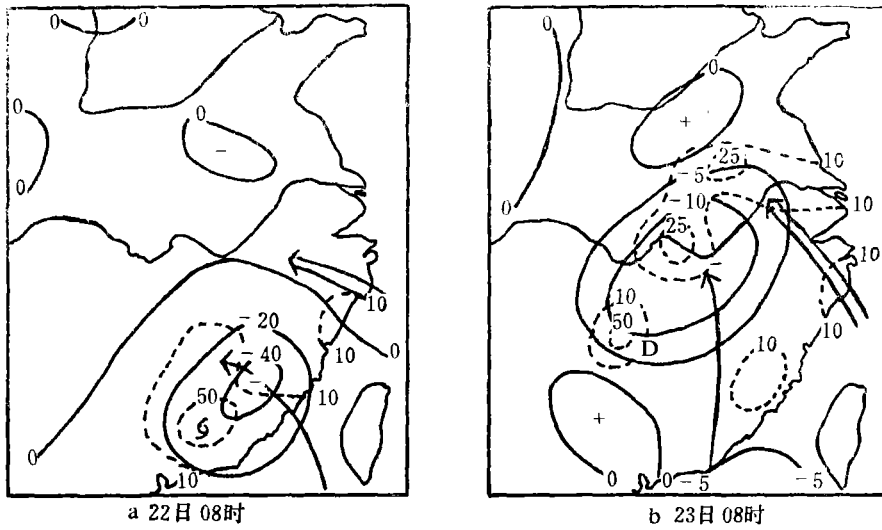


图 6 700hPa 相当位涡质量通量项(实线,  $10^{-11}K/kPa \cdot s^2$ ) 与后 6 小时雨量(虚线, mm)对应图  
(单矢线为 500 hPa 急流, 双矢线为 850hPa 急流)

表 1 700hPa 方程各项平均值( $10^{-11}K/hPa \cdot s^2$ )

	22日08时	22日20时	23日08时	23日20时
$-\bar{V} \cdot \nabla (\bar{\eta} \bar{\Gamma}_e)$	-8.7	-3.9	-4.1	-3.7
$-\bar{\omega} \frac{\partial}{\partial p} (\bar{\eta} \bar{\Gamma}_e)$	4.7	7.3	1.3	1.0
$\bar{\eta} \frac{\partial \bar{V}}{\partial p} \cdot \nabla \bar{T}_e$	3.1	2.6	0.7	-3.9
$-\bar{\Gamma}_e \left( \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial x} \frac{\partial \bar{V}}{\partial p} - \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial y} \frac{\partial \bar{u}}{\partial p} \right)$	3.0	1.4	2.4	3.5
$-\frac{\partial}{\partial p} (\bar{\eta} \bar{\Gamma}_e M_e)$	-22.8	-7.0	-7.7	-9.9
$-\bar{\Gamma}_e \left( \frac{\partial M_e}{\partial x} \frac{\partial \bar{V}}{\partial p} - \frac{\partial M_e}{\partial y} \frac{\partial \bar{u}}{\partial p} \right)$	-2.3	-1.5	-2.0	-3.6
$-\frac{\bar{\eta}}{c_p} \frac{\partial}{\partial p} Q_n$	0.3	0.2	0.2	0.2
$\frac{\bar{\eta}}{c_p} \frac{\partial}{\partial p} Q_t$	3.6	-1.0	2.5	0.5
$-\frac{R\bar{\eta}}{c_p} \frac{\partial}{\partial p} \left[ \frac{\bar{T}}{\rho} (\bar{\omega} + M_e) \right]$	1.3	-2.9	0.0	-1.8
$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\eta} \bar{\Gamma}_e)$	-17.8	-4.8	-6.7	-17.7

转效应  $-\bar{\Gamma}_e \left( \frac{\partial m_e}{\partial x} \frac{\partial \bar{v}}{\partial p} - \frac{\partial m_e}{\partial y} \frac{\partial \bar{u}}{\partial p} \right)$  也有着一定的贡献,但由于  $M_e \approx -\bar{\omega}$ ,使得两者分布相似,大小相近,符号相反,在方程中互相抵消。网格尺度扭转效应反映斜压作用,雨区位于该项的大值区内(图略),说明暴雨过程具有强的斜压性。其它项的作用都较小,且没有系统性分布,与雨区配合不好。

#### 4. 结 论

综合以上分析,我们有以下几点结论:

1) 相当位涡与台风暴雨有较好的对应关系,暴雨产生在700hPa 相当位涡负中心下游,负变 涡中心附近,负变涡加强,暴雨就要加大,反之暴雨减弱。

2) 通过相当位涡方程的收支分析发现,在变涡过程中,贡献最大的是水平平流项、垂直输送项和质量通量辐合项。

3) 质量通量辐合项反映了次网格尺度积云对流的作用,说明台风登陆后对流活动仍很活跃。

4) 水平平流项起着输送相当位涡的作用,以大尺度平流为主,将相当位涡往下游输送,使暴雨产生在相当位涡负中心的下游处。

5) 垂直输送项反映上升运动在暴雨中的作用,随着上升运动的加强,垂直输送项正中心加大,暴雨也得到加强。

6) 网格尺度扭转效应反映了斜压作用,暴雨位于该项的大值区,说明暴雨过程具有很强的斜压性

总之,相当位涡作为热力学与动力学相结合的物理量,反映了台风暴雨系统中高低层温湿场及涡散度的综合特征,对台风暴雨的诊断预报有一定的实用价值。

由于本次个例并非很强的暴雨,对于更多的个例和更强的暴雨,相当位涡的诊断效果 是否更好,有待于进一步验证。

致谢: 本文是在导师章淹教授的热心指导下完成的,在此表示深切的谢意。

#### 参 考 文 献

- [ 1 ] Yang Dasheng and T.N.Krishnamurti,Potential vorticity of monsoonal low-level flows, *J. Atmos. Sci.*,**38**,2676—2695,1981.
- [ 2 ] 王斌等译,地球流体力学导论,28—31,海洋出版社,1981。
- [ 3 ] CHO HAN-RU, Contributions of cumulus cloud life-cycle effects to the large-scale heat and moisture budget equations, *Atmos. Sci.*,**34**,87—97,1977.
- [ 4 ] 丁一汇,现代天气学中的诊断分析方法,97—98,中国科学院大气物理研究所,1984。
- [ 5 ] 王永中、杨大升,暴雨和低层流场的位涡, *大气科学*,**8**,4,411—417,1984。

## THE DIAGNOSTIC STUDY OF HEAVY RAIN OF TYPHOON WITH THE EQUIVALENT POTENTIAL VORTICITY

Cai Yiyong

(Meteorological Bureau of Fujian Province)

#### Abstract

A new physical variable, equivalent potential vorticity (EPV), which is used to diagnose the typhoon heavy rainfall, is derived according to the Ertel equation of generalized potential vorticity. Then, the budget equation of the EPV is derived, and each term of this equation is explained.

When applying the EPV to the diagnostic analysis of a typhoon heavy rain process, it is found that the area of heavy rain occurred in the downstream of the negative center of EPV and near the maximum negative EPV tendency.

Further analysis of the budget equation shows that the EPV can describe the thermodynamical and dynamical characteristic of heavy rain of typhoon. So the EPV is valuable for the prediction of typhoon heavy rain.