

气候层次和分数维*

刘式达

郑祖光

赵汉光

(北京大学地球物理系, 100871) (北京气象学院, 100081) (中国气象局国家气象中心, 100081)

提 要

本文应用非线性理论分析了多层次的气候系统, 指出分数维是气候系统结构的特征, 是气候系统中尺度变换后的不变量。分数维可用于平滑气候资料, 滤掉尺度较小的振动, 形成较高的气候层次。平滑前后的气候层次结构已不相同。低层次气候变化的规律很不确定, 在高层次上看就比较确定了。高、低层次之间存在非线性的相互作用。以上是气候研究中的一些基本问题, 本文用我国的气候资料对此作了初步的探讨。

关键词: 非线性理论, 分数维, 气候层次。

1 引 言

气候变化已经成为国内外气象工作者十分关注的问题。气候变化是极其复杂的^[1], 其原因是气候包含有很宽的时间尺度, 上至万年, 下到几十天。从层次的角度看, 就是气候包含多种层次。大气运动总是遵从一定的物理规律, 满足确定性的流体力学方程组。气候变化作为全球大气变化的一部分, 虽然它受气圈、水圈、岩石圈和生物圈等复杂的物理因素所制约, 应当说气候变化仍然是受确定的方程控制的。但是由于气候含有许多层次, 而我们所要研究的气候时间尺度又是相对固定的(例如研究人类活动对气候的影响的尺度约为几十年到百年), 不易从方程中分开, 这就使得研究气候变化主要靠分析气候资料。

单个气候变量的时间序列往往是不规则的。图1a是我国519年(1470—1988)旱涝等级资料的时间序列; 图1b是北京265年(1724—1988)7月份降水量资料。从图1的曲线看出, 气候变化杂乱无章, 像湍流的观测资料那样几乎找不到规律, 这种随机性是各种时间尺度的气候振动之间非线性相互作用的结果。

为了滤掉尺度较小的振动以便显现出大尺度变化的趋势, 习惯上采用不同时间尺度的平均(即时间平滑)的方法。这种平滑的物理本质是什么? 平滑前后的两个序列本质上有何区别? 不同平滑程度所对应的不同气候层次之间有什么样的相互联系和相互作用? 我们认为这些都是研究气候变化的基本问题, 以下从非线性动力系统的分形(Fractal)和分数维(Fractal dimension)角度^[2], 对上述问题进行理论上的探讨和实际资料的分析, 以加深对气候变化的认识。

* 1991年2月25日收到原稿, 1991年11月8日收到最后修改稿。本文是国家自然科学基金资助项目。

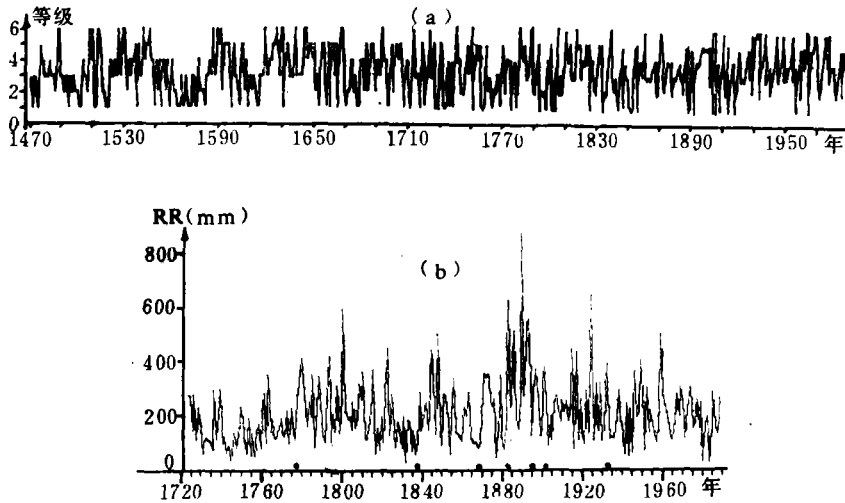


图 1 气候资料曲线图

(a) 我国 519 年(1470—1988)旱涝等级(共分 6 级, 1 和 6 级分别为全国性多雨和少雨, 2 和 3 级为我国降水南多北少, 4 和 5 级为北多南少。详见王绍武等:《长期预报基础》一书);(b) 北京 265 年(1724—1988)7 月份降水量(mm)

2 气候系统的结构——分数维

在气候时间序列 $x(t)$ 的图形(如图 1)上, 大大小小的涨落在物理上反映了不同时间尺度的气候变化的幅度, 时间序列的功率谱和气候系统的分数维就表征了这些变化的结构。

对时间序列 $x(t)$ 作傅氏变换得到复谱 $\hat{x}(f)$ 进而得到功率谱 $E(f)$, 即

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{x}(f) e^{i f t} d f \quad (1)$$

以及 $E(f) = |\hat{x}(f)|^2$ 。

文献[3]提出, $E(f)$ 可以考虑是 f 的幂函数形式, 即

$$E(f) \propto f^{-\beta} \quad (2)$$

其中 β 是功率谱指数。

由式(2)知, 若频率由 f 变到 λf (λ 为实数), 则功率谱之间的关系为:

$$E(\lambda f) = \lambda^{-\beta} E(f) \quad (3)$$

从式(3)看出, $E(\lambda f)$ 与 $E(f)$ 的关系是前者是后者的 $\lambda^{-\beta}$ 倍, 而与 f 本身的大小无关, 功率谱的幂函数形式表明, 物理系统的观测资料在频率 f 空间中跨越很宽的尺度, 但却有自相似的结构。

时间序列的图象(如图 1)看上去是不规则的, 但其功率谱却可能呈现出规则性^[3]。例如, 谱图若具有单峰(或几个峰)则对应于周期(或拟周期)序列; 若无明显峰值或峰连成一片则对应于湍流或混沌的序列。因而功率谱能反映一个观测序列的结构特征, 这是人所共知的。为了说明分数维也能反映一个观测序列的结构特征, 就要考察维数和谱的关系。

分形或分维是非线性理论的概念, 它们可以表示动力系统或几何图形的结构特征。当系统处于混沌的运动状态时, 其维数是分数; 一个不规则的图形, 也对应于分数维。而且后面我们将看到, 分数维和谱估计一样可以根据物理系统的单个状态变量的观测资料求得。维数和谱各自从一个侧面反映出时间序列的结构, 而且它们之间有着内在的联系。文献[3]和[4]已经论证, 当 $1 < \beta < 3$ 时, 如果时间序列的维数是 $1 < D < 2$, 则 β 和 D 的关系为:

$$\beta = 5 - 2D \quad (4)$$

类似地, 若 $2 < D < 3$ 或 $3 < D < 4$, 则有

$$\beta = 7 - 2D \quad \text{或} \quad \beta = 9 - 2D \quad (5)$$

式(4)和(5)把维数 D 和谱指数 β 联系起来。若能确定出 β 或 D , 那么 D 的数值就反映一个气候序列的结构特征^[5]。文献[2]指出, 尺度变化后, D 是不变量, 序列的局部和整体相似, 把其局部放大就是整体。

对于单个气候变量的时间序列, 可用如下方法估计出维数 D ^[6]。首先, 根据时间序列 $\{X_i\}$: $x(t_i)$, $i=1, 2, \dots, N$, (N 是序列长度)重构相空间 R^m , 点集 $\{Y_i\}$ 与原序列的关系是:

$$Y_m(t) = [x(t), x(t+\tau), \dots, x(t+(m-1)\tau)] \quad (6)$$

其中 m 为嵌入相空间的维数, τ 为时间滞后, 通过式(6), 把气候吸引子嵌入由时间序列及其时延(漂移)坐标所张成的相空间里。

然后, 定义关联函数 $C(r)$:

$$C(r) \equiv \lim_{N_R \rightarrow \infty} \frac{1}{N_R^2} \sum_{i,j=1}^{N_R} H(r - |Y_i - Y_j|) \quad (7)$$

式中 N_R 是 Y_i 的总点数, $r - |Y_i - Y_j| = Z$ 表示 R^m 中两个点 Y_i 与 Y_j 的距离与给定的距离上限(小球半径) r 之差, $H(Z)$ 是Heaviside函数:

$$H(Z) \begin{cases} = 1, & Z > 0 \\ = 0, & Z < 0 \end{cases}$$

对于很小的 r , 成立

$$C_m(r) \propto r^\nu$$

即 $C_m(r)$ 与 r 的指数幂成正比, 指数 ν 是双对数图 $\log_2 C_m(r) - \log_2(r)$ 图上直线的斜率:

$$\nu = \frac{\log_2 C_m(r)}{\log_2(r)} \quad (8)$$

并且定义满足式(8)的 ν 为关联维数, 作为分数维 D 的估计值。

对于给定的观测资料, 把 m , τ , r 作为参数进行数值计算时, 理论上要求: (1)序列的长度足够长, 即 N 足够大, 以保证相空间轨道在吸引子上演变并且覆盖它。(2)嵌入维数 m 应取足够大, 使 R^m 能嵌入吸引子, 求出其饱和维数 $D = D_\infty$, 它不随 m 继续增大而改变, 通常取 $m = 2D + 1$ 到 $m = D^2$, 而 m 与 N 之间存在制约关系。(3)距离上限 r 应取充分小, 以保证计算的精度; 而 r 取得过小和过大, 都会使计算 ν 失真, 对于特定的资料, 选取适当的 r 值范围才能得到有意义的结果。

对我国两种气候资料采用上述方法估算出维数 D , 部分结果列于表1。

表 1 用两种气候资料计算分数维 D 的部分结果*

资 料	τ	m					
		5	7	9	11	13	15
a	0.15	2.68	3.14	3.25	4.93	4.01	3.68
	0.40	5.03	5.05	5.12	5.60	5.71	5.33
	0.60	4.84	4.81	4.93	4.96	5.33	5.29
b	0.15	2.52	2.61	2.83	3.08	3.02	2.92
	0.40	3.41	3.71	4.01	3.72	3.96	3.88
	0.60	3.52	3.49	3.83	3.92	3.81	3.84

* 资料 a 是我国 519 年旱涝等级序列 (见图 1a 说明)。资料 b 是我国 79 年 (1911—1989) 消去季节影响后的月平均气温等级序列 (共分五级: 暖, 偏暖, 正常, 偏冷, 冷; 序列长度 948。资料来源于中央气象台)。表中参数: m 是嵌入相空间的维数; τ 是距离上限; τ 是时间滞后 (见公式 (6), 本表取 $\tau=3$)。

3 资料平滑和 D 的变化

在处理气候资料时,若给定单变量时间序列 $x(t)$,我们通常考虑相邻两点的差值 $x(t+\Delta t)-x(t)$,因为它的概率分布通常是高斯分布^[7],即

$$P_r \left[\frac{x(t+\Delta t)-x(t)}{(\Delta t)^\alpha} < x' \right] = G(x')$$

其中 $G(x')$ 是高斯分布, $0 < \alpha < 1$ 是标度指数。

由于差值运算是微分运算,所以差值得到的序列实质上是原序列微分的结果。反之,也可以认为原序列是差值序列积分的结果,这“积分”就相当于平滑。

事实上,将式(1)微分 n 次,得到:

$$\frac{d^n x}{dt^n} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} (if)^n \hat{x}(f) e^{ift} df \quad (9)$$

将式(2)与式(9)对照看出, n 次微分后的序列其功率谱为:

$$E^{(n)}(f) \propto f^{-\beta+2n} = f^{-(\beta-2n)} \quad (10)$$

根据 β 和 D 的关系式(4)、(5),谱指数由 β 降为 $\beta-2n$,相应的维数 D 要增大。反之,积分或平滑的结果 ($n < 0$) 使谱指数增大,相应的维数要减小^[8]。对一个序列而言,其维数是特定的不变量并可以估算出来,当维数减小后就变成了另一个比较平滑的序列,平滑前后序列的维数不同,结构不同,平滑改变了原序列的结构。而且平滑的程度不同,对应于不同的维数数值。为了得到平滑后的新序列,可以采取反演的办法,即对给定的序列在适当的维数 D 范围内取不同的数值,由 β 和 D 的关系式得到 β 即确定谱的幂函数形式,再由微积分公式算出不同平滑程度的序列。这就是分维平滑方法的原理,它具有理论意义和实用价值。

我们应用这个原理做了实际资料的计算。计算中参照有关天气气候吸引子维数的估计结果, D 的范围取 3—4。图 2 a—c 是我国 519 年旱涝资料 (见图 1a 的说明) 在维数 $D=3.5$, $D=3.25$, $D=3.1$ 三种情形下的气候序列曲线, $D=3.9$ 的曲线与图 1a 即原序列的曲线很接近,未给出。从图 2 看出,随着 D 的减小,曲线越来越平滑,气候变化的

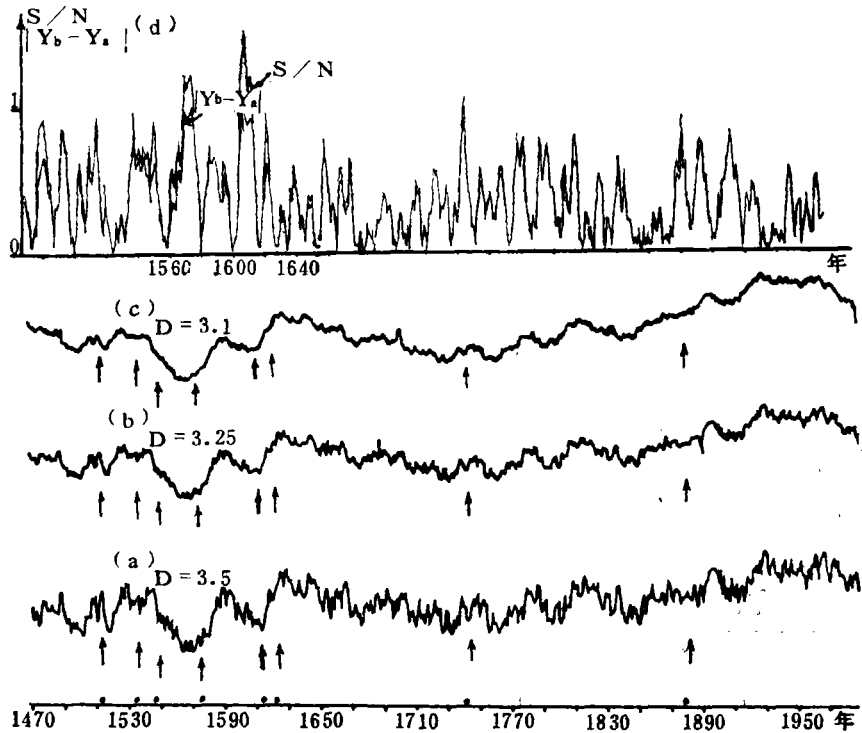


图 2 我国 519 年旱涝等级资料(见图 1 a 的说明)用分数维平滑的序列曲线
(a $D=3.5$, b $D=3.25$, c $D=3.1$, d 用原序列的 15 年滑动平均序列计
算的信噪比 S/N 及均值差 $|Y_b - Y_a|$ 曲线;按式(11)算出的跳跃点用“·”和“↑”标出)

趋势越来越清楚。

应当指出,平滑的结果是将高频振动部分从原序列中滤掉,而将其低频部分放大,使能谱曲线在双对数坐标图 $\log E(f) - \log(f)$ 图上的斜率 β 更大。所以,对曲线的平滑并不是自相似的尺度变换式(3)。平滑改变了气候序列的结构,而尺度变换并未改变气候序列的结构。

由于功率谱(或能谱)与自相关函数互为傅氏变换,因此维数变化引起 β 变化并使自相关函数变化,这也说明平滑前后的序列已不是结构相同的序列。我们知道,白噪声(杂音)的能谱是平谱($\beta=0$),每个点之间都毫不相关;而它的积分(平滑)是褐色噪声(布朗运动),点与点之间的相关性增大了。

综上所述,平滑造成维数和相关性的改变。这个观点使得我们对气候资料平滑处理的本质有了更深刻的认识。

4 气候层次

气候系统是多层次的。高、低层次是对同一种气候资料经过不同尺度(D 值不同)的平滑处理后得到的。低层次上含有许多小尺度的涨落,冲淡了大尺度变化的趋势。用分

数维平滑气候资料的结果滤掉了低层次的小尺度涨落,放大了尺度较大的部分,得到了层次较高的气候序列。那么,高、低层次的气候有什么样的相互联系和相互作用呢?通过初步分析可以归纳为以下几点。

4.1 从低层次上看是不确定而从高层次上看则相对比较确定

前面已指出,图2中从a到c气候变化的趋势越来越清楚。为了便于比较,在图2d上又绘出了根据 Yamamoto^[9] 判别气候跳跃点的方法,用原序列的15年滑动平均序列算出的信噪比(S/N)和均值差 $|Y_b - Y_a|$ 曲线,其中

$$\frac{S}{N} = \frac{|Y_b - Y_a|}{S_b + S_a} \quad (11)$$

式中a,b分别表示某时间点的前10个点和后10个点的时段; Y_a, Y_b, S_a, S_b 分别表示相应时段样本资料的平均值和标准差。在给定的置信度下,当某时间点的信噪比数值大于1时,定义该点为跳跃点,相应图上用箭头标出。在图2上,1610到1620年之间是最明显的跳跃点(双箭头)。从高层次(图2c)上看,我国旱涝气候演变的趋势是:1500到1650年间,我国年降水量变化幅度很大,跳跃点较多,最明显的偏多期在1550到1570年间,其次偏多期在1610年前后。1630到1650年降水量趋于减少,此后到1730年趋于增多,并维持50年左右的偏多期。1770到1930年趋于减少,并维持20年左右的偏少期。本世纪60年代中期到80年代趋于增多。这些明显的趋势在较低层次(如图1a、图2a)上是难以看出的。以上是全国范围的分析,还可讨论我国南方和北方的旱涝问题,这里不详述。

图3a—c是北京265年7月份降水量(mm)资料分别用 $D=3.5, D=3.25, D=3.1$ 进行平滑的结果;图3d是用原序列的10年滑动平均序列算出的信噪比和均值差曲线。图1b是降水量原始资料,图上变化的趋势难以确定。层次越高(D值越小),趋势越明显。在高层次上看(图3c),1890年前后降水量达到最大峰值,1870年到本世纪初处于多雨期,其间雨量变化的幅度较大,跳跃点(图上箭头)较多,变化的细节可从较低层次的曲线上看得更清楚。1775年前后有一次从少雨期到多雨期的转变,本世纪初则是从多雨到少雨的转折,雨量减少的趋势保持到80年代,其中1935年以后减少更快。高、低层次上变化的粗细程度不同,可供不同时间尺度的气候分析并可互相补充。例如本世纪80年代北京7月雨量趋于减少和少变(图3c),但从细节上看则雨量有所增多(图3a)。

分维平滑和习惯上的时间平滑都是气候分析的方法。为了进行对比,图3b和c上分别绘出12年和15年滑动平均降水距平曲线(较粗的折线)。将图3b和c上的分维平滑曲线与时间平滑曲线加以对照表明,二者的变化趋势大体相同,分维平滑曲线的变化幅度较大,在分析上可以互相参照和补充,而维数D与平均时间K之间在数值上似乎没有确定的对应关系,即很难确定某个D值的曲线与某个K值的曲线是相当的。

对我国79年逐月平均气温等级资料(见表1中资料b的说明)也计算了分维平滑曲线(图略),结果证实了上述的论点。从较高层次上看,本世纪初到40年代初,我国气温呈上升趋势并处于偏暖期;50年代初出现转折(跳跃点在1950年前后),气温转冷;70年代中到80年代处于偏暖期。

4.2 高层次将低层次的信息进行压缩

从图2和图3均可看出,高层次的分维数值比低层次的分维数值小。若 r 表示测量

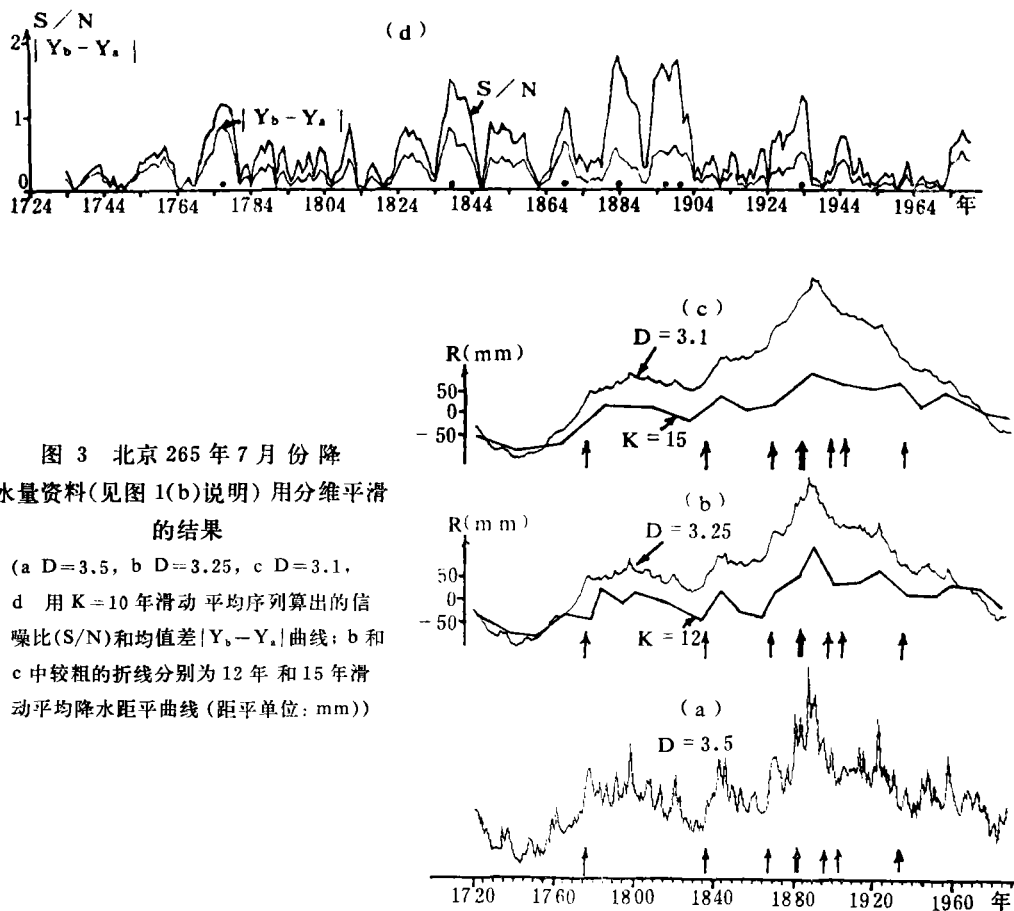


图3 北京265年7月份降水量资料(见图1(b)说明)用分维平滑的结果

(a) $D=3.5$, (b) $D=3.25$, (c) $D=3.1$,
 (d) 用 $K=10$ 年滑动平均序列算出的信噪比(S/N)和均值差 $|Y_b - Y_s|$ 曲线; b 和 c 中较粗的折线分别为 12 年和 15 年滑动平均降水距平曲线(距平单位: mm)

误差,则信息量 I 和 $\log(1/r)$ 成正比,比例系数为 D ,即

$$I = D \cdot \log(1/r) \quad (12)$$

因此, D 小就是信息量小。

高层次的气候既是低层次气候的背景,即所谓“大气候控制小气候”;同时,高层次要将低层次的信息压缩,这是各层次气候高度自组织的表现。象气候这样的复杂系统,它含有多个层次。在低层次看(D 值大)很多因素不确定,但是从高层次看(D 值小),由于它将低层次信息进行压缩(D 值由大变小),因此平滑的结果不仅改变了原序列的结构,更重要的是将信息压缩,使得气候变化的规律更易从高层次上发现。统计平滑实质上是一种长期预测的信息压缩方法。

4.3 低层次气候对高层次气候的反馈

在分析某一层次气候的演变时,常常考虑低层次的扰动输送各种气候信息量给高层次,在数学处理上常在所研究层次的运动方程中加上一个“强迫”随机项。

以我国 519 年旱涝等级序列为例。从图 2 几个层次上看出,1520 到 1610 年间曲线呈现两峰一谷的双稳态结构,各稳态能维持几十年时间,其中各有小的振动。两态的差异显著,其间的过渡是跳跃式的,跳跃点在 1575 和 1547 年前后。为了分析这种稳态及其转

移的现象,首先根据 $D=3.25$ 的平滑序列在上述时段内的标准化样本值 $x(t)$, 采用最小二乘法(取 F 检验临界值为1.0)建立非线性逐步回归方程:

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = f(x) = 0.00162 + 0.47338x - 0.17379x^3 = -\frac{\partial V}{\partial x} \quad (13)$$

其中 $V(x, t)$ 是势函数。

气候状态的定常解 $f(x)=0$ 是图 4 a 中 $f(x)$ 与横坐标轴的交点 x_1, x_2, x_3 。对应的势函数 V 在图 4 a 中曲线呈现两谷一峰。

为了反映低层次气候的影响,在方程(13)的右端加上随机强迫项,形成非线性 Langevin 方程:

$$\dot{x} = f(x) + \sqrt{c} G(t), \quad x > 0 \quad (14)$$

其中 $G(t)$ 是高斯白噪声过程。式(14)右边的强迫项反映到相应于式(14)的 Fokker-Planck 方程

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \left[-\frac{\partial}{\partial x} f + c \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] W \quad (15)$$

中就相应于扩散项,式中 $W(x, t)$ 是概率密度分布。

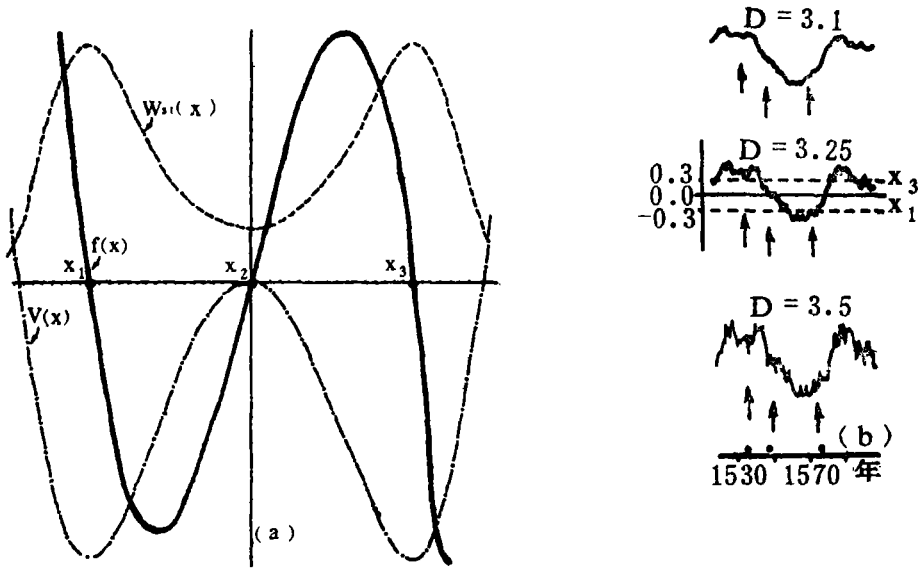


图 4 根据我国 519 年旱涝资料得到的分维平滑序列在一段时间里的双稳态分析 (a 方程 $\dot{x}=f(x)$, 相应的定常态下势函数 $V(x)$ 及概率密度分布函数 $W_{st}(x)$ 的曲线; b 图 2 上几个层次在 1520 到 1610 年间的曲线及其稳态 x_1 和 x_3 ($D=3.25$))

从式(15)看出, 低层次对高层次的影响可以理解成是一种“阻尼”, 这种阻尼的强弱由系数 c 决定。在一定的条件下可以求得稳态下的概率密度分布 $W_{st}(x)$, 在图 4 a 上曲线呈现出两峰一谷, 恰好与 $V(x)$ 曲线反位相。

图 4 a 上的 x_1 和 x_3 是稳定的气候定常态($V(x)$ 达极大值), 它们分别对应于图 4 b 上

1) 曹鸿兴, 动力气候概论, <陕西气象>编辑室, 40—59, 1988, (油印本)。

的两个稳态的均值,围绕这两个均值分别有小的振动,均值之间转移时经过跳跃点。这表明,随机强迫项造成的低层次上的小尺度振动对高层次的反馈作用,在一定条件下会促使气候状态失稳,以跳跃方式过渡到另一个状态,“小气候改变了大气候”,这是高度非线性几乎不可转移的气候系统体制转移的表现。

5 结语和讨论

本文阐明了分数维平滑方法的实质及其在气候分析中的应用。指出气候资料可以用分数维确定其结构,改变气候序列的分数维也就改变了气候曲线的平滑程度,得到不同的气候层次,平滑后的序列因其维数改变而改变了结构。确切地说,分维平滑应是分维约束平滑,因为这种平滑方法是谱平滑的一种推广,但它加入了分维数的约束限制。分维平滑后的曲线其变化幅度大,能很好地反映气候变化的趋势。把气候层次的观点和分维平滑的方法同气候稳定态和跳跃点的分析结合起来,加深了我们对于气候演变的认识。

需要说明,本文式(2)所表述的频率 f 与相应功率 $E(f)$ 之间的指数关系,在一些物理现象的某些频率域中是适用的。例如: $\beta = 0$ 对应于白噪声; $\beta = 2$ 对应于褐色噪声; $0.5 < \beta < 1.5$ 则对应于 $1/f$ 杂音,这是功率谱与振动数的倒数成正比的摆动的总称;对应于湍流惯性区, $\beta = 5/3$ 。我们用我国 519 年旱涝等级的标准化资料计算的功率谱也表明,在中频和高频部分,式(2)的指数型式较为明显, β 约在 1.3—1.5 之间。包括气候在内的大气运动的观测资料,功率谱并不是单一的指数型式;在某些频率域内所存在的指数型式,其 β 值也可能不同。因此,确切地描述气候资料的功率谱或分维数,应是多分维(multifractal)。由此看来,式(2)是一种理论-经验公式。本文基于式(2)所作的讨论是一种近似。关于用多分维讨论气候结构以及资料平滑的问题,正在进一步研究。

用分数维研究气候层次和气候变化是一种新的尝试,本文的理论分析和实际计算都是初步的。由于气候资料的准确性、可靠性以及序列的长度都不及天气变量的时间序列,使计算结果带有一定的局限性。本文提出的气候分析的基本问题有待继续研究,以使气候预测有更可靠的基础。

致谢:王伏村、常骏同志参加了本文工作,在此特致谢意。

参考文献

- [1] Lorenz E N. Irregularity: a fundamental property of the atmosphere. *Tellus*, 1984, 36A, 98—110.
- [2] Mandelbrot B B. *The Geometry of Nature*, Freeman, 1992.
- [3] 高安秀树. 分数维(中译本). 地震出版社, 1989, 155—158.
- [4] 刘式达. 地球系统模拟和浑沌时间序列. *地球物理学报*, 1990, 33: 144—153.
- [5] 杨培才, 陈烈庭. 埃尔尼诺/南方涛动的可预报性. *大气科学*, 1990, 14(1): 64—71.
- [6] 郑祖光, 刘式达. 用大气湍流资料计算 Lyapunov 指数和分数维. *气象学报*, 1988, 46(1): 41—48.
- [7] Turcotte D L. *Fractals in Geology and Geophysics*. *Pure Applied Geophysics*, 1989, 131: 171—196.
- [8] Malinverno A. Testing linear models of sea-floor topography. *Pure Applied Geophysics*. 1989, 131: 139—155.
- [9] Yamamoto R, Iwashima T, Sanga N K, Hoshiai M. An analysis of climatic jump. *J Meteor Soc Japan*, 1986, 64(2): 273—281.

THE CLIMATE LEVELS AND THE FRACTAL DIMENSION

Liu Shida

(Department of Geophysics, Peking University, Beijing 100871)

Zheng Zuguang

(Beijing Institute of Meteorology, 100081)

Zhao Hanguang

(National Meteorological Center, China Meteorological Administration, Beijing 100081)

Abstract

In this paper, the nonlinear theory is used to analysis multi-level climate system. It is indicated that fractal dimension characterizes the structure of climate system and is an invariable after scale transformation in the system. Fractal dimension can be used to smooth the climate data, filtering smaller scale fluctuations and forming higher climate level. The structures of climate levels before and after smooth are different. The tendency of climate change in lower level is often not clear but it becomes clearer in higher level. There are nonlinear interactions between higher and lower levels. These are some basic problems in study of climate. And they are investigated in this paper by the use of some climate data sets of China.

Key words: Nonlinear theory, Fractal dimension, Climate levels.