第 54 卷 第 5 期 气 象 学 报 Vol. 54, No. 5
1996 年 10 月 ACTA METEOROLOGICA SINICA Oct., 1996

积层混合云数值模拟研究(Ⅰ)
——模式及其微物理过程参数化*

洪延超

(中国科学院大气物理研究所,北京,100029)

摘 要

用积云对流速度场叠加辐合场的方法建立了一个二维平面对称积层混合云数值模式,以用于模拟研究层状云和嵌入其内的对流云组成的混合云。模式动力场计算以一种新的方法求解(V, θ, π')为基本变量的深对流滞弹守恒型方程组。云中微物理过程考虑了 6 种水质并使用双变参数谱描述和采用更为合理的粒子谱。为了便于与实测雷达回波强度和结构比较,模式可以计算雷达观测模式云的回波强度。

关键词: 积层混合云,数值模式,双变参数谱,雷达回波。

1 引 言

积云和层状云组成的积层混合云是一种主要的降水云型,大范围的暴雨和特大暴雨(例如 1991 年江淮暴雨)基本是由较为深厚的层状云和嵌入其内的对流云组成的混合云产生的[1-3]。梅雨锋锋区也主要是积层混合云降水。过去对积层混合云观测较多,对其回波结构、演变过程、降水特征、降水机制及层结特征等问题的分析已获得不少重要成果。但不足的是,还没有对这种云型进行数值模拟研究。为了对观测分析结果作深入和拓宽研究,建立了二维平面对称积层混合云数值模式。其中的积云采用深对流滞弹模式,以一种新的求解方法,用流函数和涡度方程计算动力场。层状云利用边界层辐合产生。模式的特点是,积云和层状云是个有机相联系的整体,可以相互影响。

此外,在已有工作基础上和根据云中微物理观测,综合考虑了较为细致的微物理双变参数化模式,并采用更为合理的粒子谱,便于研究云内细致的微物理过程。考虑到降水云的雷达资料较多和为了便于实际模拟,还计算了雷达实测模式云的回波强度。

2 数值模式

积层混合云数值模式的基本构想是,边界层大范围的辐合可以产生 10^1cm/s 的上升运动,在一定湿度条件下能够形成深厚的层状云。在层状云中给定一初始对流扰动,并将云速度场叠加在辐合场上,则可形成层状云和嵌入其内的对流云组成的混合云。

---

* 初稿时间:1995 年 4 月 5 日;修改稿时间:1995 年 11 月 16 日。
资助课题:国家"八五"攻关课题 85-906-08。

2.1 预报方程组

模式动力场计算采用以(V,θ,π')为基本变量的二维深对流滞弹守恒型方程组

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+w\frac{\partial u}{\partial z}+c_p\bar{\theta}\frac{\partial \pi'}{\partial x}=F_u \tag{1}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t}+u\frac{\partial w}{\partial x}+w\frac{\partial w}{\partial z}+c_p\bar{\theta}\frac{\partial \pi'}{\partial z}=g(\frac{\theta'}{\bar{\theta}}+0.61Q_v'-L)+F_w \tag{2}$$

$$\frac{\partial(\overline{\rho\theta}u)}{\partial x}+\frac{\partial(\overline{\rho\theta}w)}{\partial z}=0 \tag{3}$$

据连续方程(3)引入流函数

$$\overline{\rho\theta}u=\frac{\partial\psi}{\partial z} \tag{4}$$

$$\overline{\rho\theta}w=-\frac{\partial\psi}{\partial x} \tag{5}$$

定义涡度

$$\eta=\frac{\partial(\overline{\rho\theta}u)}{\partial z}-\frac{\partial(\overline{\rho\theta}w)}{\partial x}=\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} \tag{6}$$

这样导出的涡度η的方程中仍含有π'项,给求解带来困难,因此定义新的涡度①

$$\Omega=\frac{\partial}{\partial z}(\frac{u}{\bar{\theta}})-\frac{\partial}{\partial x}(\frac{w}{\bar{\theta}}) \tag{7}$$

将式(1),(2)分别对z和x求导,然后相减,利用连续方程、涡度Ω定义和式(1)可以导出关于Ω的涡度方程。

$$\begin{aligned}&\frac{\partial\Omega}{\partial t}+u\frac{\partial\Omega}{\partial x}+w\frac{\partial\Omega}{\partial z}\\&=\frac{w}{\bar{\rho}}\Omega\frac{\partial\bar{\rho}}{\partial z}-\frac{uw}{\bar{\theta}^2}[\frac{\partial^2\bar{\theta}}{\partial z^2}-\frac{1}{\bar{\rho}}\frac{\partial\bar{\rho}}{\partial z}\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial z}-\frac{2}{\bar{\theta}}(\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial z})^2]\\&\quad-\frac{g}{\bar{\theta}}\frac{\partial}{\partial x}(\frac{\theta'}{\bar{\theta}}+0.61Q_v'-L)+D_\Omega\end{aligned} \tag{8}$$

可见用式(7)定义,Ω方程中消去了π'项。由式(6),(7)可得

$$\eta=u\frac{\partial\overline{\rho\theta}}{\partial z}+\bar{\rho}u\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial z}+\overline{\rho\theta}^2\Omega \tag{9}$$

或

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}-(\frac{2}{\bar{\theta}}\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial z}+\frac{1}{\bar{\rho}}\frac{\partial\bar{\rho}}{\partial z})\frac{\partial\psi}{\partial z}=\overline{\rho\theta}^2\Omega \tag{10}$$

位温偏差θ'和水质A守恒方程为

$$\frac{\partial\theta'}{\partial t}+u\frac{\partial\theta'}{\partial x}+w\frac{\partial\theta'}{\partial z}+w\frac{\partial\bar{\theta}}{\partial z}=D_{\theta'}+S_{\theta'} \tag{11}$$

$$\frac{\partial A}{\partial t}+u\frac{\partial A}{\partial x}+w\frac{\partial A}{\partial z}=\frac{1}{\bar{\rho}}\frac{\partial}{\partial z}(\bar{\rho}\bar{V}_AA)+D_A+S_A \tag{12}$$

式中A表示第3节中Q_v,Q_c,Q_r,Q_i,Q_s和Q_g及N_r,N_i,N_s和N_g。$\bar{V}_A$是A类水质质量加权末速度,$\bar{V}_c=\bar{V}_v=0$。S是与微物理过程有关的源汇项。D是湍流扩散项,采用一阶闭合

① 孙立谭,深厚中小尺度系统的动力学与数值计算。1992,中国科学院大气物理研究所博士论文。

$$D_\Omega = \frac{1}{\theta}\left(\frac{\partial F_u}{\partial z} - \frac{\partial F_w}{\partial x}\right)$$

其中

$$F_u = \frac{\partial}{\partial x}\left(K_{mx}\frac{\partial u}{\partial x}\right) + \frac{1}{\bar{\rho}}\frac{\partial}{\partial z}\left(K_{mz}\bar{\rho}\frac{\partial u}{\partial z}\right)$$

$$F_w = \frac{\partial}{\partial x}\left(K_{mx}\frac{\partial w}{\partial x}\right) + \frac{1}{\bar{\rho}}\frac{\partial}{\partial z}\left(K_{mz}\bar{\rho}\frac{\partial w}{\partial z}\right)$$

对于热力场和水质场(用 φ 表示)

$$D_\varphi = \frac{\partial}{\partial x}\left(K_{hx}\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{1}{\bar{\rho}}\frac{\partial}{\partial z}\left(K_{hz}\bar{\rho}\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right)\right.$$

K 是湍流交换系数,下标 m,h 分别表示动量和热量(质量),而 x,z 表示水平及垂直方向,有关 K 的计算见文献[4]。其他为气象上常用符号。方程(8)、(11)、(12) 和(4)、(5)、(6)、(9)[也可以用式(10) 代替式(6)、(9)] 构成闭合方程 组。

边界层辐合 $\text{conv} = -\frac{\partial \bar{u}}{\partial x}$,由此求出水平辐合气流 $\bar{u}$,再由式(3) 计算垂直辐合气流 $\bar{w}$,在方程(8)、(11)和(12)中

$$\begin{cases} u = \bar{u} + u' \\ w = \bar{w} + w' \\ \Omega = \bar{\Omega} + \Omega' \approx \Omega' \end{cases} \tag{13}$$

其中 $\bar{\Omega}$ 为辐合场确定的涡度值,u',w' 和 Ω' 为云尺度值。

2.2 计算技术

2.2.1 求解方法

由式(8)求 出 Ω,通过式(10)[或由式(9) 求出 η,通过式(6)] 用超松驰叠代法获得 ψ,然后由式(4) 和式(5) 求出 u' 和 w',再用式(13) 求出 u 和 w。式(6) 和式(10) 叠代公式分别为

$$\begin{aligned}\psi_{i,j}^{(n+1)} = {} & (1-\omega)\psi_{i,j}^{(n)} + [\psi_{i,j-1}^{(n+1)} + \psi_{i,j+1}^{(n)})\triangle z^2 + (\psi_{i-1,j}^{(n+1)} \\ & + \psi_{i+1,j}^{(n)})\triangle x^2 - (\triangle x \triangle z)^2 \eta_{i,j}]\omega/[2(\triangle x^2 + \triangle z^2)]\end{aligned} \tag{6'}$$

$$\begin{aligned}\psi_{i,j}^{(n+1)} = {} & (1-\omega)\psi_{i,j}^{(n)} + [(\psi_{i,j+1}^{(n)} + \psi_{i,j-1}^{(n+1)})\triangle z^2 + (\psi_{i-1,j}^{(n+1)} \\ & + \psi_{i+1,j}^{(n)}) - \triangle x^2 \cdot c(\psi_{i-1,j}^{(n+1)} - \psi_{i+1,j}^{(n)}) \\ & - \triangle x^2 \triangle z^2 \bar{\rho}_i \bar{\theta}_i^2 \Omega_{i,j}] \cdot \omega/[2(\triangle x^2 + \triangle z^2)]\end{aligned} \tag{10'}$$

式中 $c = [2(\bar{\theta}_{i-1} - \bar{\theta}_{i+1})/\bar{\theta}_i + (\bar{\rho}_{i-1} - \bar{\rho}_{i+1})/\bar{\rho}_i]/4$,取超松驰叠代因子 $\omega = 1.9$。

2.2.2 差分格式

方程中时间项采用蛙跳格式,平流项用四阶精度格式,其余空间项用中央差分。差分方程中平流项用当前值,扩散项用上一时步值。

2.2.3 起步运算及平滑

鉴于蛙跳格式对起步运算要求较高,用多步法起步[5]。此外为抑制蛙跳格式奇偶时步值分离,对预报量 B 用以下方案平滑

$$B^{(n)} = \alpha B^{(n)} + (1-\alpha)/2 \cdot (B^{(n-1)} + B^{(n+1)}) \qquad (\alpha = 0.8)$$

另用 9 点平滑方案[5]滤去 $2\triangle x$ 波。

2.2.4 计算条件

环境场的 $\bar{\rho}$,$\bar{\theta}$,$\bar{P}$,$\bar{\pi}$ 和 $\bar{Q}_v$ 由探空资料确定。初始时刻,$u = \bar{u}$,$w = \bar{w}$,$Q_v = \bar{Q}_v(z)$,其余预报量为 0;当层状云形成加对流扰动时,所有预报量的初始值等于层状云中值,环境场的值也由层状云中层结计算 。

在侧边界,动力场采用 K-W 条件,对热力场和水质场使用外推边界条件[5]。地面和上边界,$Q_v = \bar{Q}_v(z)$,其余预报量为 0,$\frac{\partial u}{\partial z} = 0$;地面$\frac{\partial M}{\partial z} = 0$,$M$ 为降水粒子比含量。

给定一位温扰动,扰动区湿度饱和

$$\theta' = [\alpha - (\frac{i - ni + 4}{3})^2][\alpha - (\frac{j - nx}{3})^2] \qquad (\alpha \geqslant 1.0)$$

其中 $i = ni - 6, ni - 2$;$j = nx - 2, nx + 2$。i,j 为垂直和水平格点序数,i 由上而下增加,ni 是地面 上一格点序数,nx 是计算域中心水平格点序数,α 是位温扰动参数。由扰动值求出 Q_v' 和 π',以后各时步 π' 由式(1) 诊断,微物理过程中的温度由 θ 和 π 计算。

3 微物理过程参数化

考虑到积层混合云中对流云容易产生暴雨而极少降冰雹,将其水质分成水汽 Q_v、云滴 $Q_c(D < 100\,\mu\text{m})$、雨滴 $Q_r(D \geqslant 100\,\mu\text{m})$ 、冰晶 Q_i、雪花 Q_s 和霰 Q_g 6 种。Q 是比含量(g/g),下标代表水质类型。后 4 种粒子比浓度(1/g) 为 N_r,N_i,N_s 和 N_g,式(12) 为 它们的守恒方程。对于冰相粒子的定义,各人略有不同,本文规定冰晶是以凝华增长为主的单个晶体,将雪晶和冰晶聚合体归为雪一类,雪可由单个冰晶结淞增长、冰晶碰并过冷小雨滴及冰晶聚合形成。而霰是主要靠结淞增长的固态粒子,它可起源于雨滴核化、冻结及以高速率结淞增长的冰晶和雪的转化。

3.1 粒子谱及其特征量

各种粒子谱分布为 $N(D) = N_o D^\alpha e^{-\lambda D}$,其中云滴谱和雨滴谱采用严采蘩和陈万奎的新观测分析结果[6,7]。根椐层状云中 FSSP-100 取得的资料拟合试验表明,对云滴谱,当 $\alpha > 2$ 时拟合较好,文中取 $\alpha = 5$。在微物理过程参数化工作中,雨滴谱广泛采用 M-P 分布,即 $\alpha = 0$。但用 M-P 公式拟合实测雨滴谱有较大偏离,特别是雨水含量。当谱参数 $\alpha = 2$ 时,对观测值拟合的相关系数和相关显著水平较 M-P 分布拟合的对应值有明显提高,如数浓度、特征尺度、雨水含量、雨强和雷达反射因子比 M-P 分布更接近实测资料[7]。因此采用 $N_r(D_r) = N_{or} D_r^2 e^{-\lambda_r D_r}$ 分布,其它粒子谱中参数 α 值见表 1。

表 1 各种粒子谱及其特征量*

粒子	α	N_0	λ	m(g)	v(m/s)	$\bar{V}$(m/s)	$\bar{D}$(m)	$\bar{D}^3$(m)	形状
云滴	5	$\rho N\lambda^6/\Gamma(6)$	$(56\pi\rho_L N/Q)^{1/3}$	$\frac{\pi}{6}\rho_L D^3$	0		$6\lambda^{-1}$	$2\sqrt[3]{42}\,\lambda^{-1}$	球形
雨滴	2	$\frac{1}{2}\rho N\lambda^3$	$(10\pi\rho_L N/Q)^{1/3}$	$\frac{\pi}{6}\rho_L D^3$	$A_{vr}(D/\rho)^{1/2}$	$2.4A_{vr}(\rho\lambda)^{-1/2}$	$3\lambda^{-1}$	$\sqrt[3]{60}\,\lambda^{-1}$	球形
冰晶	1	$\rho N\lambda^2$	$(6A_{mi}N/Q)^{1/2}$	$A_{mi}D^2$	$A_{vi}D^{1/3}(P_0/P)^{1/4}$	$1.54A_{vi}\lambda^{-1/3}(P_0/P)^{1/4}$	$2.88\lambda^{-1}$	$\sqrt[3]{24}\,\lambda^{-1}$	六角片状
雪花	0	$\rho N\lambda$	$(2A_{ms}N/Q)^{1/2}$	$A_{ms}D^2$	$A_{vs}D^{1/3}$	$1.39A_{vs}\lambda^{-1/3}$	λ^{-1}	$\sqrt[3]{6}\,\lambda^{-1}$	六角片状
霰	0	$\rho N\lambda$	$(\pi\rho_g N/Q)^{1/3}$	$\frac{\pi}{6}\rho_g D^3$	$A_{vg}(D/\rho)^{1/2}$	$1.94A_{vg}(\rho\lambda)^{-1/2}$	λ^{-1}	$\sqrt[3]{6}\,\lambda^{-1}$	球形

*:(1) $A_{vr} = 2.13(G\rho_L/2)^{1/2} = 4714.96$,$A_{vg} = (4\rho_g G/3C_D)^{1/2}$,$A_{mi} = 10\text{g}\cdot\text{m}^{-2}$,$A_{vi} = 3.25(1 +$

F_i)$m^{2/3}s^{-1}$, $A_{ms}=30g\cdot m^{-2}$, $A_{vs}=4.64(1+0.5F_s)m^{2/3}s^{-1}$, $P_0=1000hPa$, $\rho_L=10^6 g\cdot m^{-3}$, G 为重力加速度。

(2) 霰的密度 ρ_g 变化很大，变化范围从 $\rho_g=0.124\times10^6\ g\cdot m^{-3}$ 小霰粒到 $\rho_g=0.92\times10^6\ g\cdot m^{-3}$ 的大霰粒。当云中霰含量 $\rho Q_g<0.5\ g\cdot m^{-3}$ 时，为低密度霰，取 $C_D=0.45$, $\rho_g=0.12\times10^6\ g\cdot m^{-3}$，这可代表层状云中情况；若 $1.0\ g\cdot m^{-3}>\rho Q_g\geqslant0.5\ g\cdot m^{-3}$，为中密度霰，取 $\rho_g=0.6\times10^6\ g\cdot m^{-3}$，当 $\rho Q_g\geqslant1.0\ g\cdot m^{-3}$, $\rho_g=0.9\times10^6\ g\cdot m^{-3}$，这代表对流云中数值，此时 $C_D=0.6$。

(3) $\overline{D}$, $\overline{D}^3$ 为粒子平均直径和立方平均直径。

(4) v_i, A_{mi}, v_s, A_{ms} 及层状云中 ρ_g 取值参考文献[8]，冰晶和雪花淞附率 F_i 和 F_s 按文献[8]方程扩展到二维计算。v_r 引自文献[9]，v_g 见文献[10]。

因为

$$\rho Q=\int_0^\infty N(D)\cdot m(D)\mathrm{d}D$$

$$\rho N=\int_0^\infty N(D)\mathrm{d}D$$

式中 $m(D)$ 为单个粒子质量。由上两式可求出谱参数 N_0 及 λ 表达式。表1中粒子群体质量加权末速度

$$\overline{V}=\frac{1}{\rho Q}\int_0^\infty N(D)\cdot m(D)\cdot v(D)\mathrm{d}D$$

$v(D)$ 为单个粒子下降末速度。

3.2 微物理过程参数化方程

考虑了混合云中6种水质的7大类微物理过程，即凝结(华)(VD)、碰并(CL)、核化(NU)、繁生(P)、融化(ML)、融化蒸发(MVD)和自动转换(CN)过程。代表各类过程符号的第1个下标表示消耗项，第2个下标表示生成项或作用项，如有第3个下标，也表示生成项。在过程符号前加 N 表示该过程的比浓度变化率。

3.2.1 凝结、蒸发过程

假定云中过饱和度为0，所有过饱和水汽立即凝结成云水，水汽凝结量 x 用平衡法求出。若 $x>0$, $VD_{vc}=x/2\triangle t$; $x<0$ 时 x 表示液态水最大蒸发量，蒸发按先液相后冰相、先小粒子后大粒子顺序进行并依各种粒子蒸发能力及 x 值确定其实际蒸发率。

a)云水蒸发率 ($x<0$)

$$VD_{cv}=|x|/2\triangle t \qquad (|x|<Q_c)$$

$$VD_{cv}=Q_c/2\triangle t \qquad (|x|\geqslant Q_c)$$

b)雨水蒸发率

$$VD'_{rv}=\frac{1}{\rho}\int_0^\infty N_r(D_r)2\pi D_r(1-S)f_r(R_e)/(a+b)\cdot\mathrm{d}D_r$$
$$=12\pi N_{or}(1-S)A_r/[\rho(a+b)\lambda_r^4] \qquad (S<1)$$

式中

$$A_r=1+0.6358(Avr/\gamma)^{1/2}\rho^{-1/4}\lambda_r^{-3/4}$$

$$a=\frac{L_v}{KT}(\frac{L_v}{R_vT}-1)$$

$$b = R_v T/(D_f e_s(T))$$

S 为水面相对湿度，$f_r(R_e) = 1 + 0.23R_e^{1/2}$ 为通风因子，下标 r 表示雨水，$R_e = v(D_r)D_r/\gamma$。γ, K 和 D_f 分别是运动学粘滞系数、空气导热率和水汽扩散系数，它们都是温度的函数。令 $T_o = 273.15\text{K}$

$$e_s(T) = 6.11\exp[17.17\frac{T - T_0}{T - 36}]$$

令雨水最大蒸发率 $C_r = x/2\triangle t + VD_{cv}$

$$VD_{rv}\begin{cases} = -C_r & (|C_r| \leqslant VD'_{rv}) \\ = Q_r/2\triangle t & (|C_r| > VD'_{rv} \text{ 且 } Q_r/2\triangle t \leqslant VD'_{rv}) \\ = VD'_{rv} & (|C_r| > VD'_{rv} \text{ 且 } Q_r/2\triangle t > VD'_{rv}) \end{cases}$$

$$NVD_{rv} = VD_{rv} \cdot N_r/Q_r$$

c)　融化冰晶、雪花和霰蒸发率

冰晶和雪花为六角片状，对单个粒子

$$(\frac{dm_{i,s}}{dt})_{ev} = 4\pi C(1 - S)f_{i,s}(R_e) \cdot C_x \qquad (S < 1)$$

式中 $C_x = 1.0/[\frac{L_v^2}{KR_vT^2} + \frac{R_vT}{D_fe_s(T)}]$，　$C = D/\pi$，取 $T = T_0$ 有

$$MVD'_{iv} = \frac{1}{\rho}\int_0^\infty N_i(D_i)(\frac{dm_i}{dt})_{ev}dD_i = 8(1 - S)A'_iN_{oi}C_x\rho^{-1}\lambda_i^{-3}$$

$$MVD'_{sv} = \frac{1}{\rho}\int_0^\infty N_s(D_s)(\frac{dm_s}{dt})_{ev}dD_s = 4(1 - S)A'_sN_{os}C_x\rho^{-1}\lambda_s^{-2}$$

式中　　$A'_i = 1 + 0.462(A_{vi}/\gamma)^{1/2}\lambda_i^{-2/3}$

$A'_s = 1 + 0.346(A_{vs}/\gamma)^{1/2}\lambda_s^{-2/3}$ 霰为球形，对单个粒子

$$(\frac{dm_g}{dt})_{ev} = 2\pi D_g(1 - S)f_g(R_e) \cdot C_x$$

$$MVD'_{gv} = \frac{1}{\rho}\int_0^\infty N_g(D_g)(\frac{dm_g}{dt})_{ev}dD_g$$

$$= 2\pi(1 - S)A'_gN_{og}C_x\rho^{-1}\lambda_g^{-2}$$

而　　$A'_g = 1 + 0.370(A_{vg}/\gamma)^{1/2}\rho^{-1/4}\lambda_g^{-3/4}$

它们的实际蒸发率 MVD_{iv}, MVD_{sv} 和 MVD_{gv} 按雨滴方法依次确定。它们的最大蒸发率分别为 $C_i = C_r + VD_{rv}$, $C_s = C_i + MVD_{iv}$, $C_g = C_s + MVD_{sv}$

$$NMVD_{xv} = MVD_{xv} \cdot N_x/Q_x \qquad x \in [i, s, g]$$

3.2.2　冰粒子凝华、升华率

单个冰晶凝华率

$$(\frac{dm_i}{dt})_c = [4\pi C(S_i - 1)f_i(R_e) - d(\frac{dm_i}{dt})_{rim}] \cdot cx_1$$

其中

$$cx_1 = 1.0/[\frac{L_s^2}{KR_vT^2} + \frac{R_vT}{D_fe_{si}(T)}]$$

$$d = L_sL_f/(KR_vT^2)$$

$(\frac{dm_i}{dt})_{rim}$ 为单个冰晶结淞率，S_i 为冰面相对湿度，$e_{si}(T)$ 是冰面饱和水汽压

$$e_{si}(T) = 6.11\exp(21.87\frac{T-276.16}{T-7.66})$$

$$VD'_{vi} = \frac{1}{\rho}\int_0^\infty N_i(D_i)\cdot(\frac{dm_i}{dt})_c dD_i$$
$$= [8N_{oi}(S_i-1)\cdot A_i/(\rho\lambda_i^3) - d\cdot CL_{ci}]\cdot cx_1$$

式中 $$A_i = 1 + 0.320(A_{vi}/\gamma)^{1/2}\lambda_i^{-2/3}$$

使用 VD'_{vi} 式子应附加两个条件：(1)，如 $S_i \leqslant 1$，令 $(\frac{dm_i}{dt})_{rim} = 0$；(2)，如 $S_i > 1$ 且 $VD'_{vi} < 0$，则 $VD'_{vi} = 0$。

与冰晶类似

$$VD'_{vs} = [4N_{os}(S_i-1)A_s/(\rho\lambda_s^2) - d\cdot CL_{cs}]\cdot cx_1$$

式中 $A_s = 1 + 0.346(A_{vs}/\gamma)^{1/2}\lambda_s^{-2/3}$，使用条件也与冰晶类似。

对于霰，只考虑升华

$$(\frac{dm_g}{dt})_c = 2\pi D_g(1-S_i)f_g(R_e)\cdot cx_1 \qquad (S_i < 1)$$

$$VD'_{gv} = \frac{1}{\rho}\int_0^\infty N_g(D_g)\cdot(\frac{dm_g}{dt})_c dD_g$$
$$= 2\pi(1-S_i)N_{og}\cdot A_g\cdot cx_1/(\rho\lambda_g^2)$$

式中 $A_g = 1 + 0.370(A_{vg}/\gamma)^{1/2}\rho^{-1/4}\lambda_g^{-3/4}$ 。当 $VD'_{vi} > 0, VD'_{vs} > 0$ 时，$VD_{vi} = VD'_{vi}, VD_{vs} = VD'_{vs}$；当 $VD'_{vi} < 0, VD'_{vs} < 0$ 时，冰粒子实际升华率 VD_{vi}, VD_{vs} 及 VD_{gv} 按雨滴类似方法依次确定，其最大蒸发率分别为 $C'_i = C_r + VD_{rv}, C'_s = C'_i + VD_{vi}, C'_g = C'_s + VD_{vs}$

由于升华，冰相粒子浓度变化率分别为

$$NVD_{vi} = -VD_{vi}\cdot N_i/Q_i \qquad (VD_{vi} < 0)$$
$$NVD_{vs} = -VD_{vs}\cdot N_s/Q_s \qquad (VD_{vs} < 0)$$
$$NVD_{gv} = VD_{gv}\cdot N_g/Q_g$$

3.2.3 核化、繁生过程

a) 冰核核化形成冰晶

在低温条件下 $(T < T_0)$，冰核在过冷云中核化浓度用 Fletcher 方程表示

$$\rho N_i = A'\exp[\beta(T_0 - T)]$$

$$NNU_{vi} = \frac{dN_i}{dt} = -A'\beta\exp[\beta(T_0-T)]/\rho\cdot w\frac{\partial T}{\partial z}$$

$$NU_{vi} = m_{io}\cdot NNU_{vi}$$

式中 $w\frac{\partial T}{\partial z} < 0, A' = 10^{-2}, \beta = 0.6, m_{io}$ 为单个初生冰晶质量，取 $m_{io} = 10^{-9}$ g。由于低温下活性冰核浓度较高，NU_{vi} 可能超过云中对冰晶增长有效的水汽量变率 $(Q_v - Q_{vs})/2\triangle t$，所以

$$NU_{vi} = \min\{NU_{vi}, (Q_v - Q_{vs})/2\triangle t)\}$$
$$NNU_{vi} = NU_{vi}/m_{io}$$

b)　过冷水滴异质核化成霰

据 Wisner 等人[11]处理方法可以得到

$$NNU_{rg}=\frac{1}{\rho}\int_0^\infty N_r(D_r)\cdot\frac{\pi}{6}BD_r^3C_m\mathrm{d}D_r=20\pi BN_{or}C_m\rho^{-1}\lambda_r^{-6}$$

$$NU_{rg}=\frac{1}{\rho}\int_0^\infty N_r(D_r)\cdot\frac{\pi}{6}BD_r^3C_m\frac{\pi}{6}\rho_LD_r^3\mathrm{d}D_r=\Gamma(9)\pi^2\rho_LBN_{or}C_m/(36\rho\lambda_r^9)$$

式中 $C_m=\exp[\beta'(T_0-T)]-1, B=10^{-2}, \beta'=0.66$

c)　冰晶繁生

参考文献[12],有

$$NP_{ci}=\frac{A(T)}{250}\frac{1}{\rho}\int_0^\infty\int_{D_c}^\infty\frac{\pi}{4}D_g^2v_gE_{cg}N_c(D_c)N_g(D_g)\mathrm{d}D_c\mathrm{d}D_g$$

$$=A(T)\cdot N_c\cdot CL_{cg}exp(-\beta_1)(1+\sum_{i=1}^{5}\beta_1^i/i!)/(250Q_c)$$

式中 $D_c=24\times10^{-6}\mathrm{m}, \beta_1=D_c\lambda_c, A(T)$ 值见文献[12]。

$$P_{ci}=NP_{ci}Q_{co}$$

取 $Q_{co}=10^{-9}\,\mathrm{g}$

3.2.4　冰粒子融化过程

令 $f_j=K(T-T_0)+L_vD_f\rho(Q_v-Q_{vs})$,单个冰晶融化率为

$$(\frac{\mathrm{d}m_i}{\mathrm{d}t})_{mL}=\frac{1}{L_f}[4\pi C\cdot f_jf_i(R_e)+(\frac{\mathrm{d}m_i}{\mathrm{d}t})_{rim}\cdot C_w(T-T_0)]$$

$$ML_i=\frac{1}{\rho}\int_0^\infty N_i(D_i)(\frac{\mathrm{d}m_i}{\mathrm{d}t})_{mL}\mathrm{d}D_i$$

$$=\frac{1}{L_f}[8f_j'N_{oi}A_i'\rho^{-1}\lambda_i^{-3}+C_w(T-T_0)CL_{ci}]$$

式中 C_w 为水比热,当 $ML_i\cdot2\triangle t/N_i>5.24\times10^{-7}\mathrm{g}, ML_{ir}=ML_i$,否则 $ML_{ic}=ML_i$, $NML_i=ML_i\cdot N_i/Q_i, NML_{ir}=ML_{ir}\cdot N_i/Q_i$ 。

与冰晶类似

$$(\frac{\mathrm{d}m_s}{\mathrm{d}t})_{mL}=\frac{1}{L_f}\{4\pi C\cdot f_jf_s(R_e)+[(\frac{\mathrm{d}m_s}{\mathrm{d}t})_{cs}+(\frac{\mathrm{d}m_s}{\mathrm{d}t})_{rs}]\cdot C_w(T-T_0)\}$$

式中 $(\frac{\mathrm{d}m_s}{\mathrm{d}t})_{cs}$ 和 $(\frac{\mathrm{d}m_s}{\mathrm{d}t})_{rs}$ 是单个雪花碰并云水和雨水质量变化率

$$ML_{sr}=\frac{1}{\rho}\int_0^\infty N_s(D_s)(\frac{\mathrm{d}m_s}{\mathrm{d}t})_{mL}\mathrm{d}D_s$$

$$=\frac{1}{L_f}\{4f_jN_{os}A_s'\lambda_s^{-2}\rho^{-1}+C_w(T-T_0)(CL_{cs}+CL_{rs})\}$$

$$NML_{sr}=ML_{sr}\cdot N_s/Q_s$$

霰为球形,单个粒子融化率

$$(\frac{\mathrm{d}m_g}{\mathrm{d}t})_{mL}=\frac{1}{L_f}\{2\pi D_gf_j\cdot f_g(R_e)+[(\frac{\mathrm{d}m_g}{\mathrm{d}t})_{cg}+(\frac{\mathrm{d}m_g}{\mathrm{d}t})_{rg}]\cdot C_w(T-T_0)\}$$

$$ML_{gr}=\frac{1}{\rho}\int_0^\infty N_g(D_g)(\frac{\mathrm{d}m_g}{\mathrm{d}t})_{mL}\mathrm{d}D_g$$

$$= \frac{1}{L_f}\{2\pi N_{og} f_j A'_g \lambda_g^{-2} \rho^{-1} + C_w (T - T_0)(CL_{cg} + CL_{rg})\}$$

$$NML_{gr} = ML_{gr} \cdot N_g / Q_g$$

3.2.5 碰并过程

采用平均落速差近似，B粒子对A粒子碰并质量和浓度变率为

$$CL_{AB} = \frac{1}{\rho}\int_0^\infty\int_0^\infty \frac{\pi}{4}(D_A + D_B)^2 E_{AB} |\overline{V}_B - \overline{V}_A| m_A N_A(D_A) N_B(D_B) \mathrm{d}D_A \mathrm{d}D_B$$

$$NCL_{AB} = \frac{1}{\rho}\int_0^\infty\int_0^\infty \frac{\pi}{4}(D_A + D_B)^2 E_{AB} |\overline{V}_B - \overline{V}_A| N_A(D_A) N_B(D_B) \mathrm{d}D_A \mathrm{d}D_B$$

式中E为碰并效率。当$T \geqslant T_0$时，CL_{ri}，CL_{rs}和CL_{rg}不作为源汇项，只对冰粒子融化起作用。用此法积分获得下面(a—f)各碰并参数化方程。

a) 雨滴与冰晶间碰并

$T < T_0$时，若$Q_r \geqslant 10^{-4}$ g/g，CL_{ri}和CL_{ir}都是霰的源项，否则贡献于雪；$T \geqslant T_0$时，CL_{ir}转换成雨水。

令

$$x_1 = \pi E_{ir} |\overline{V}_r - \overline{V}_i| N_{oi} N_{or} \lambda_i^{-2} \lambda_r^{-3} \rho^{-1} \qquad (E_{ir} = 0.8)$$

$$CL_{ir} = 120 \lambda_i^{-2} x_1 (3\lambda_r^{-2} + 6\lambda_r^{-1}\lambda_i^{-1} + 5\lambda_i^{-2})$$

$$NCL_{ir} = 6x_1(0.5\lambda_r^{-2} + \lambda_r^{-1}\lambda_i^{-1} + \lambda_r^{-2})$$

$$CL_{ri} = 30\pi\rho_L x_1 \lambda_r^{-3}(\lambda_i^{-2} + 4\lambda_r^{-1}\lambda_i^{-1} + 7\lambda_r^{-2})$$

$$NCL_{ri} = NCL_{ir}$$

b) 雪花碰并冰晶

$$x_2 = \pi E_{is} |\overline{V}_s - \overline{V}_i| N_{oi} N_{os} \lambda_s^{-1} \lambda_i^{-4} \rho^{-1}$$

$$CL_{is} = 30 x_2 (10\lambda_i^{-2} + 4\lambda_i^{-1}\lambda_s^{-1} + \lambda_s^{-2})$$

$$NCL_{is} = 0.5 x_2 \lambda_i^2 (3\lambda_i^{-2} + 2\lambda_i^{-1}\lambda_s^{-1} + \lambda_s^{-2})$$

式中

$$E_{is} \begin{cases} = \exp[0.025(T - T_0] & (T < T_0) \\ = 1.0 & (T \geqslant T_0) \end{cases}$$

c) 霰碰并冰晶

$$x_3 = \pi E_{ig} |\overline{V}_g - \overline{V}_i| N_{oi} N_{og} \lambda_g^{-1} \lambda_i^{-4} \rho^{-1} \qquad (E_{ig} = E_{is})$$

$$CL_{ig} = 30 x_3 (10\lambda_i^{-2} + 4\lambda_i^{-1}\lambda_g^{-1} + \lambda_g^{-2})$$

$$NCL_{ig} = 0.5 x_3 \lambda_i^2 (3\lambda_i^{-2} + 2\lambda_i^{-1}\lambda_g^{-1} + \lambda_g^{-2})$$

d) 雪花与雨滴间碰并

$T < T_0$时，若$Q_r \geqslant 10^{-4}$g/g或$Q_s \geqslant 10^{-4}$g/g，CL_{rs}和CL_{sr}都转化成霰[10]；若Q_s和Q_r都小于10^{-4}g/g，只计算CL_{rs}，转化成雪。

$$x_4 = \pi |\overline{V}_r - \overline{V}_s| E_{rs} N_{or} N_{os} \lambda_s^{-1} \lambda_r^{-6} \rho^{-1} \qquad (E_{rs} = 1.0)$$

$$CL_{rs} = 10\pi\rho_L x_4 (\lambda_s^{-2} + 6\lambda_s^{-1}\lambda_r^{-1} + 21\lambda_r^{-2})$$

$$NCL_{rs} = \lambda_r^{-3} x_4 (\lambda_s^{-2} + 3\lambda_s^{-1}\lambda_r^{-1} + 6\lambda_r^{-2})$$

$$CL_{sr} = 6A_{ms}\lambda_r^3 \lambda_s^{-2} x_4 (2\lambda_s^{-2} + 3\lambda_s^{-1}\lambda_r^{-1} + 2\lambda_r^{-2})$$

$$NCL_{sr} = NCL_{rs}$$

e) 霰碰并雨滴

$T \geqslant T_0$ 时,从霰上溅落的雨滴质量 $g_{r0} = 1.47 \cdot 10^{-3}$ g。

$$x_5 = \pi|\overline{V}_g - \overline{V}_r|E_{rg}N_{or}N_{og}\lambda_r^{-6}\lambda_g^{-1}\rho^{-1} \qquad (E_{rg} = 0.8)$$

$$CL_{rg} = 10\pi\rho_L x_5(21\lambda_r^{-2} + 6\lambda_r^{-1}\lambda_g^{-1} + \lambda_g^{-2})$$

$$NCL_{rg} = \lambda_r^3 x_5(\lambda_g^{-2} + 3\lambda_g^{-1}\lambda_r^{-1} + 6\lambda_r^{-2})$$

f) 霰碰并雪花

无论温度如何,CL_{sg} 都转化成霰

$$x_6 = \pi|\overline{V}_g - \overline{V}_s|E_{sg}N_{os}N_{og}\lambda_s^{-3}\lambda_g^{-1}\rho^{-1}$$

$$CL_{sg} = 30x_6(6\lambda_s^{-2} + 3\lambda_s^{-1}\lambda_g^{-1} + \lambda_g^{-2})$$

$$NCL_{sg} = 0.5x_6\lambda_s^2(\lambda_g^{-2} + \lambda_g^{-1}\lambda_s^{-1} + \lambda_s^{-2})$$

$$E_{sg}\begin{cases} = \exp[0.09(T - T_0] & (T < T_0) \\ = 1.0 & (T \geqslant T_0) \end{cases}$$

g) 各粒子对云滴碰并

$$CL_{cA} = \frac{1}{\rho}\int_0^\infty \frac{\pi}{4}D_A^2 v_A E_{cA} \cdot (\rho Q_c)N_A(D_A)\mathrm{d}D_A$$

下标 A 代表 r, i, s 和 g, 由此式计算出

$$CL_{cr} = \frac{\pi}{4}\Gamma(5.5)A_{vr}E_{cr}Q_cN_{or}\lambda_r^{-5.5}\rho^{-0.5} \qquad (E_{cr} = 1.0)$$

$$CL_{cs} = \frac{\pi}{4}\Gamma(3\frac{1}{3})A_{vs}N_{os}E_{cs}\lambda_s^{-3\frac{1}{3}}Q_c \qquad (E_{cs} = 1.0)$$

$$CL_{cg} = \frac{\pi}{4}\Gamma(3.5)A_{vg}E_{cg}N_{og}Q_c\rho^{-0.5}\lambda_g^{-3.5} \qquad (E_{cg} = 1.0)$$

当云滴直径 $D_c \geqslant 15 \times 10^{-6}$ m,冰晶直径 $D_i \geqslant 300 \times 10^{-6}$ m 时,冰晶碰并云滴发生结淞增长

$$(\rho Q_c)|_{D_c^*} = \frac{1}{\rho}\int_{D_c^*}^\infty N_c(D_c) \cdot \frac{\pi}{6}\rho_L D_c^3 \mathrm{d}D_c$$

$$= \rho Q_c exp(-\beta_2)(1 + \sum_{i=1}^{8}\beta_2^i/i!)$$

$$\therefore \qquad CL_{ci} = \frac{\pi}{4}\Gamma(4\frac{1}{3})A_{vi}N_{oi}E_{ci}Q_c(P_0/P)^{\frac{1}{4}}\exp(-\beta_2)(1 + \sum_{i=1}^{8}\beta_2^i/i!)\lambda_i^{-4\frac{1}{3}}$$

E_{ci} 取值见文献[12],$D_c^* = 15 \times 10^{-6}$ m。当 $T \geqslant T_0$ 时,CL_{ci},CL_{cs} 和 CL_{cg} 转化成 雨水,溅落雨滴质量 $Q_{ro} = 4.19 \times 10^{-6}$ g。

h)冰晶、雪花聚合

根据文献[8]公式整理

$$CL_{ii} = 0.1332\rho A_{vi}E_{ii}Q_i^{13/6}N_i^{-1/6}$$

$$NCL_{ii} = 0.051\rho A_{vi}E_{ii}Q_i^{7/6}N_i^{5/6}$$

$$NCL_{ss} = 9.406 \times 10^{-3}\rho A_{vs}E_{ss}Q_s^{7/6}N_s^{5/6}$$

雪的聚合不改变雪含水量,只改变其浓度。由于雪谱与文献[8]不同,据其研究 ,NCL_{ss} 中

增加系数 1.33。

3.2.6　自动转换过程

a)云水转换成雨水

因为凝结形成的云滴谱较窄，通过随机碰并谱拓宽后才产生雨滴。当云滴谱发展，其众数半径达到 40μ 时才开始产生少量毛毛雨滴，此时云发展时间 t_c 为

$$t_c \approx (120\rho Q_c + 1.6N_b/D_b)/(\rho Q_c)^2$$

式中 $N_b/D_b = 1200$。当云生命期 $t > t_c$ 时，云水开始转换。转换率采用经胡志晋修正过的 Berry 公式[13]计算

$$CN_{cr} = J \cdot (\rho Q_c)^2/[360\rho + 1.2N_b/(D_b Q_c)]$$

$$NCN_{cr} = CN_{cr}/m_{r0}$$

取 $J = 0.25, m_{r0} = 5.24 \times 10^{-7}$ g　　$(D \approx 100\,\mu\text{m})$

b)　冰晶转换成雪或霰

在 $T < T_0$ 时，冰晶撞冻过冷云滴长到一定尺度后，按其淞附率大小转换成霰和雪，定义这个尺度 $D_i^* = 3 \times 10^{-4}$ m，并规定 $F_i \geqslant 0.5$ 时，冰晶按一定速率转换成霰，否则转换成雪。

$$CN_{ig(s)} = \frac{A}{\rho}\int_{D_i^*}^{\infty} N_i(D_i)A_{mi}D_i^2 \mathrm{d}D_i$$

$$= AQ_i\exp(-\beta_1)(1 + \sum_{i=1}^{3}\beta_1^i/i!)$$

$$NCN_{ig(s)} = \frac{A}{\rho}\int_{D_i^*}^{\infty} N_i(D_i)\mathrm{d}D_i$$

$$= AN_i\exp(-\beta_1)(1 + \beta_1)$$

其中

$$A = 0.01s^{-1}, \beta_1 = \lambda_i D_i^*$$

c)　雪转换成霰

与冰晶类似，当雪淞附率 $F_s \geqslant 0.5$ 时，雪可以转换成霰，定义 $D_s^* = 3 \times 10^{-4}$ m，有

$$CN_{sg} = \frac{A}{\rho}\int_{D_s^*}^{\infty} N_s(D_s)A_{ms}D_s^2 \mathrm{d}D_s$$

$$= AQ_s\exp(-\beta_2)(1 + \beta_2 + \beta_2^2)$$

$$NCN_{sg} = \frac{A}{\rho}\int_{D_s^*}^{\infty} N_s(D_s)\mathrm{d}D_s = AN_s\exp(-\beta_2)$$

式中 $\beta_2 = \lambda_s D_s^*$。

3.3　微物理过程源汇项

由上述参数化方程可得到方程(11)和(12)中的 S 项

$$S_{\theta'} = \frac{L_v}{\pi c_p}(VD_{vc} - VD_{cv} - VD_{rv} - MVD_{iv} - MVD_{sv} - MVD_{gv}) + \frac{L_s}{\pi c_p}(VD_{vi}$$

$$+ VD_{vs} - VD_{gv} + NU_{vi}) + \frac{L_f}{\pi c_p}[P_{ci} + NU_{rg} + (1 - \delta_1)(CL_{cg} + CL_{cs} + CL_{ci}$$

$$+ CL_{rs} + CL_{ri} + CL_{rg}) - (ML_i + ML_{gr} + ML_{sr} + \delta_1(CL_{ir} + CL_{sr})]$$

$$S_v = VD_{cv} + VD_{rv} + MVD_{iv} + MVD_{sv} + MVD_{gv} + VD_{gv} - (VD_{vc} + VD_{vi} + VD_{vs} + NU_{vi})$$

$$S_c = VD_{vc} + ML_{ic} - (VD_{cv} + CN_{cr} + P_{ci} + CL_{cr} + CL_{cs} + CL_{cg} + CL_{ci})$$

$$S_r = CN_{cr} + CL_{cr} + ML_{gr} + ML_{ir} + ML_{sr} + \delta_1(CL_{cg} + CL_{cs} + CL_{ci} + CL_{ir} + CL_{sr}) - (NU_{rg} + VD_{rv}) - (1-\delta_1)(CL_{rg} + CL_{rs} + CL_{ri})$$

$$S_{nr} = NCN_{cr} + NML_{gr} + NML_{sr} + NML_{ir} + \delta_1(CL_{cg} + CL_{cs} + CL_{ci})/Q_{r0} - (NNU_{rg} + NVD_{rv} + NCL_{rg} + NCL_{rs}) + \delta_1(CL_{rg}/g_{ro}) - (1-\delta_1)NCL_{ri}$$

$$S_i = NU_{vi} + P_{ci} + VD_{vi} + (1-\delta_1)CL_{ci} - (CN_{ig} + CN_{is} + CL_{ii} + MVD_{iv} + CL_{ir} + CL_{is} + CL_{ig} + ML_i)$$

$$S_{ni} = NNU_{vi} + NP_{ci} - (NVD_{vi} + NCN_{ig} + NCN_{is} + NCL_{ii} + NMVD_{iv} + NCL_{ir} + NCL_{is} + NCL_{ig} + NML_i)$$

$$S_s = CL_{ii} + VD_{vs} + CN_{is} - (\delta_2 CL_{sr} + MVD_{sv} + ML_{sr} + CL_{sg} + CN_{sg}) + (1-\delta_1)CL_{cs} + (1-\delta_1)(1-\delta_2)CL_{rs} + CL_{is} + (1-\delta_1)(1-\delta_3)(CL_{ri} + CL_{ir})$$

$$S_{ns} = \frac{1}{2}NCL_{ii} + NCN_{is} + (1-\delta_1)(1-\delta_2)NCL_{rs} - (NVD_{vs} + \delta_2 NCL_{sr} + NCL_{ss} + NMVD_{sv} + NML_{sr} + NCL_{sg} + NCN_{sg}) + (1-\delta_1)(1-\delta_3)NCL_{ri}$$

$$S_g = CN_{ig} + CN_{sg} + NU_{rg} + CL_{ig} + CL_{sg} + (1-\delta_1)(CL_{rg} + CL_{cg}) + (1-\delta_1)\delta_3(CL_{ir} + CL_{ri}) + (1-\delta_1)\delta_2(CL_{rs} + CL_{sr}) - (VD_{gv} + MVD_{gv} + ML_{gr})$$

$$S_{ng} = NCN_{ig} + NCN_{sg} + NNU_{rg} + (1-\delta_1)NCL_{ri} + (1-\delta_1)\delta_2(NCL_{rs} + NCL_{sr}) + (1-\delta_1)\delta_3 NCL_{ri} - (NVD_{gv} + NMVD_{gv} + NML_{gr})$$

式中

$$\delta_1\begin{cases}=0, & T < T_0\\ =1, & T \geqslant T_0\end{cases}\quad \delta_2\begin{cases}=0, & Q_s < 10^{-4}\text{ 且 }Q_r < 10^{-4}\\ =1, & Q_s \geqslant 10^{-4}\text{ 或 }Q_r \geqslant 10^{-4}\end{cases}\quad \delta_3\begin{cases}=0, & Q_r < 10^{-4}\\ =1, & Q_r \geqslant 10^{-4}\end{cases}$$

4 雷达回波强度计算

在云数值模式中一般只计算雷达反射因子 Z,且只认为它与粒子尺度和浓度有关。因此即使将雷达实测的回波功率转换成 Z 值,由于它隐含融化及融化冰粒子形状的影响,也无法与计算的 Z 值比较。因此本模式计算了雷达观测模式云的回波强度 Z_R (dB 或 dBz)。

雨滴为球形

$$Z_r = \int_0^\infty N_r(D_r)D_r^6 dD_r = \Gamma(9)10^{18}N_{or}\lambda_r^{-9} \qquad (\mathrm{mm^6/m^3})$$

对于冰相粒子,未融化时其 Z 值等于其等效球体(直径 $\widetilde{D}$) 的值,即

$$Z_i = \sum n_i \widetilde{D}_i^6 = \sum n_i\left(\frac{6A_{mi}}{\pi\rho_{io}}\right)^2 D_i^4$$

$$\therefore\quad Z_i = \left(\frac{6A_{mi}}{\pi\rho_{io}}\right)^2\int_0^\infty N_i(D_i)\cdot D_i^4 dD_i = \Gamma(6)\cdot 10^{18}\left(\frac{6A_{mi}}{\pi\rho_{io}}\right)^2 N_{oi}\lambda_i^{-6} \qquad (\mathrm{mm^6/m^3})$$

同样

$$Z_s = \Gamma(5)\cdot 10^{18}(\frac{6A_{ms}}{\pi\rho_{so}})^2 N_{os}\lambda_s^{-5} \qquad (\mathrm{mm^6/m^3})$$

$$Z_g = \Gamma(7)\cdot 10^{18}(\frac{\rho_g}{\rho_{go}})^2 N_{og}\lambda_g^{-7} \qquad (\mathrm{mm^6/m^3})$$

其中 ρ_{io}，ρ_{so} 和 ρ_{go} 都是纯冰密度，都取为 $0.98\times10^6\mathrm{g/m^3}$。当冰粒子融化时，不计形状影响，其散射能力接近于同体积的水滴。因此当 $T\geqslant T_0$ 时，式中 $\rho_{io}=\rho_i$，$\rho_{so}=\rho_s$，$\rho_{go}=\rho_g$。

$$Z = Z_i + Z_S + Z_g + Z_r \qquad (\mathrm{mm^6/m^3})$$

或

$$Z = 10\log(Z_i + Z_S + Z_g + Z_r) \qquad (\mathrm{dBz})$$

据雷达方程并考虑冰相粒子融化和形状影响，粒子群体回波功率为

$$\overline{P} = c'(|K_f|^2F_fZ_f + |K_r|^2Z_r)/R^2$$

式中 c' 为雷达常数，$|K|$ 为复折射指数模，R 为目标离开雷达的斜距，F 是冰相粒子的形状因子，下标 f 代表冰相粒子。当回波强度用最大衰减分贝数表示时，有

$$Z_R = 10\log[\frac{c'}{R^2P_{\min}}(|K_f|^2F_fZ_f + |K_r|^2Z_r)] \qquad (\mathrm{dB})$$

当 $T<T_0$ 时，冰相粒子的形状对散射几乎没有影响，即 $F_f=1.0$，此时 $|K_f|^2=0.197$；当 $T\geqslant T_0$ 时，冰粒子融化其表面有层水膜，形状使散射增强，据计算 $F_f=3.5$[14]，从雷达亮带回波强度估计的值($F_f\approx3.7$)与3.5很接近，此时 $|K_f|^2=|K_r|^2=0.93$。由于霰为球形，$F_g=1.0$。

若用国产711雷达观测模式云，将雷达常数 c' 和最小可测功率 $P_{\min}$ 及其他数据代入并考虑形状、融化及距离衰减影响，实测回波强度 Z_R (dB)为

$$Z_R\begin{cases} = 10\log\{\frac{1}{R^2}[5.192\cdot10^7(Z_i+Z_s+Z_g)+2.451\cdot10^8Z_r]\} & (T<T_0)\\ = 10\log\{\frac{1}{R^2}[8.577\cdot10^8(Z_i+Z_s)+2.451\cdot10^8(Z_r+Z_g)]\} & (T\geqslant T_0)\end{cases}$$

鉴于暴雨主要是由积层混合云产生的，采用暴雨天气的平均大气层结来模拟研究暴雨云及其降水的主要特征②。结果表明，模式计算的层状云中的含水量、含水量的高度分布、各种粒子含水量的大小、所在高度范围以及平均尺度和浓度都与层状云中常规结果一致。层状云中雷达回波强度及其高度分布及亮带结构也与观测结果[15]类似。模式计算的混合云成功地反映了积云和层状云共存及相互影响的情况，模拟出层状云中亮带强核及其下挂回波特征以及混合云中积云的回波结构、混合云的降水特征以及混合云中积云生命期长、降水强度大和降水时间长等观测事实。模式云中各种粒子含水量、平均尺度和浓度大小也反映了混合云的结构特征。

参考文献

[1] 洪延超等. 梅雨锋云系中尺度系统回波结构及其与暴雨之关系. 气象学报, 1987, 45(1): 56－64.

[2] 杜秉玉. 梅雨锋中暴雨的回波特征. 南京气象学院学报. 1985, (3): 306－315.

[3] 丁一汇. «1991年江淮流域持续性特大暴雨研究». 北京: 气象出版社, 1993, 255pp.

② 洪延超。积层混合云数值模拟研究(Ⅰ)——云相互作用及暴雨产生机制，气象学报，待发表。

[4] Tripoli G J and Cotton W R. The CSU three-dimensional cloud-mesoscale model Part I: General theoretical framework and sensitivity experiments. J Rech Atmos. 1982, 16, 185—219.

[5] 廖洞贤, 王两铭. «数值天气预报原理及其应用». 北京, 气象出版社, 1986, 434pp.

[6] 严采蘩, 陈万奎. 层状云云滴尺度谱分布及其谱参数计算. 应用气象学报, 1990, 1(4): 352—359.

[7] 严采蘩, 陈万奎. 对流层下部雨滴谱分布. 应用气象学报, 1990, 1(2): 191—198.

[8] 胡志晋, 严采蘩. 层状云微物理过程的数值模拟(一)——微物理模式. 中国气象局气象科学研究院院刊, 1986, 1(1): 37—52.

[9] Manton M J and Cotton W R. Parameterization of the atmospheric surface layer. J Atmos Sci, 1977, 34, 331—334.

[10] Yuh—Lang Lin, Richard D. Farley and Harold D. Orville Bulk parameterization of the snow field in a cloud model. J Appl Meteor, 1983, 22, 1065—1092.

[11] Wisner C E, Orville H D and Myers C. A numerical model of a hailbearing cloud. J Atmos Sci, 1972, 29, 1160—1181.

[12] 胡志晋, 何观芳. 积雨云微物理过程数值模拟(一)微物理模式. 气象学报, 1987, 45(4): 467—482.

[13] 胡志晋, 严采蘩等. 层状暖云降雨及其催化的数值模拟. 气象学报. 1983, 41(1): 79—88.

[14] 梅森 B J. «云物理学». 北京, 科学出版社, 1978, 488pp.

[15] 洪延超, 黄美元等. 梅雨锋云系中亮带不均匀性的理论探讨. 大气科学, 1984, 8(2): 197—204.

THE NUMERICAL SIMULATION STUDY OF CONVECTIVE-STRATIFORM MIXED CLOUD, PART (Ⅰ) —— THE MODEL AND PARAMETERIZATION OF MICROPHYSICAL PROCESSES

Hong Yanchao

(Institute of Atmospheric physics, Academia Sinica, Beijing, 100029)

Abstract

A 2-D slab-symmetric model of convective-stratiform mixed cloud is developed by superimposing convective cloud-size field on the convergence field, in order to simulate and study the mixed cloud consisting of stratiform cloud and convective clouds. A deep convective, anelastic and conservative system of equations with basic variables ($\boldsymbol{V}$, θ, π') is solved by a new method to calculate dynamic field. The water substance in the cloud is dividded into 6 categorys and the microphysical processes are described in spectram with two variable parameters and more reasonable particle number/size distributions. To comparing with measured redar echo intensity and structure, the model may calculate echo intensity of the model cloud observed by radar.

Key Words: Convetive-stratiform mixed cloud, Numerical model, Particle spectrum with two variable parameters, Radar echo intensity.