

降落雨滴中稳定同位素比率变化的数学模拟*

章新平 谢自楚

(湖南师范大学资源与环境学系, 长沙, 410081)

姚檀栋

(中国科学院兰州冰川冻土研究所, 兰州, 73000)

摘要

根据扩散定律和热量平衡理论, 运用云物理学模式, 对降落雨滴中稳定同位素比率的变化进行了数值模拟, 发现降落雨滴中稳定同位素比率的变化除受湿度条件的影响外, 还受大气水汽中稳定同位素比率的影响。在非饱和大气中, 受蒸发过程的影响, 降落雨滴中稳定同位素比率随降落距离而不断增大, 空气湿度越小, 增大幅度越明显。平均而言, 大气湿度与 $d\delta D/d\delta^{18}O$ 和 $Ex d$ 呈正比。 $d\delta D/d\delta^{18}O$ 以 8 为渐近线, $Ex d$ 则在高湿和较大半径条件下逐渐趋近于一个常数; 在饱和大气中, 半径较小的雨滴或在湿度较高的环境中, 雨滴中稳定同位素达到平衡的时间较短。反之, 达到平衡的时间较长。

关键词: 稳定同位素, 雨滴, 模式, 蒸发。

1 引言

大气降水中稳定同位素比率的大小与产生降水的相变过程密切相关。通常, 水汽在云中的凝结被近似看作瑞利过程。即稳定同位素的分馏是在平衡条件下产生, 凝结物一经形成便迅速从云中移去。许多实测资料与理论分析的吻合证明了这一点^[1,2]。然而, 当雨滴在未饱和大气中降落时, 产生蒸发, 平衡状态往往被打破。瑞利条件不再适用。一方面, 根据稳定同位素的特征, 由于纯水相对快的蒸发速率, 造成雨滴中重同位素的富集; 另一方面, 降落雨滴与周围大气存在着稳定同位素物质交换。目前, 有关雨滴在未饱和大气中蒸发所产生的稳定同位素分馏的理论工作还不多见。本文旨在通过理论的分析揭示降落雨滴在大气中蒸发所产生的富集以及雨滴与周围环境水汽的稳定同位素交换所产生的雨滴中稳定同位素比率的变化。

2 模式简介

假设一个质量为 m , 半径为 r , 密度为 ρ_l 的雨滴在大气中降落。根据梅森^[3], 雨滴的质

* 初稿时间: 1996年5月17日; 修改稿时间: 1996年11月10日。

资助课题: 国家自然科学基金资助。

量变化可以用扩散定律来描述:

$$dm = 4\pi r D f (\rho - \rho_r) dt \quad (1)$$

式中 ρ, ρ_r 分别为周围大气和雨滴表面的水汽密度, D 是空气中水汽的扩散系数, f 为通风系数, t 为时间。

从热量平衡出发, 雨滴由于蒸发或凝结产生的热量变化为:

$$L dm = 4\pi r K f (T_r - T) dt \quad (2)$$

式中 L 为凝结潜热, K 为空气的热传导系数, T_r, T 分别为雨滴表面和环境的温度。

根据式(1)和式(2), 可得到在运动介质中雨滴半径的变化为:

$$r = \frac{dr}{dt} = \frac{(s - 1)f}{\frac{L^2 \rho_r}{K R T^2} + \frac{R T \rho_r}{D e_s(T)}} \quad (3)$$

式中 s 为相对湿度, R 为水汽的比气体常数, e_s 为饱和水汽压。

假设雨滴中稳定同位素质量的变化可以通过类似的公式进行描述, 则由水汽扩散引起的雨滴中稳定同位素质量的变化为:

$$dm = 4\pi r D f (\rho - \rho_r) dt \quad (4)$$

式中 m, D, f, ρ, ρ_r 分别为相应于稳定同位素的 m, D, f, ρ, ρ_r 。

由于雨滴中重同位素比率 $R_l = m / 2m$ (对于氕), $R_l = m / m$ (对于 ^{18}O), (为了简化, 在后面的推导中, 均取 $R_l = m / m$), 则根据式(1)和(4)可得:

$$dR_l = \frac{3\rho_r(Df)}{r^2\rho_l} \left[\left(\frac{Df}{Df} R_v s A - \frac{R_l}{\alpha} \right) - R_l (s A - 1) \right] dt \quad (5)$$

式中 $A = \rho_s / \rho_r$, ρ_s 为环境温度下的饱和水汽密度, R_v 为环境大气的稳定同位素比率 (ρ / ρ), α 为稳定同位素的分馏系数。

若以 $\delta_l (= R / R_{\text{SMOW}} - 1)$ 标记稳定同位素比率的大小, 则式(5)变为:

$$d\delta_l = \frac{3\rho_r(Df)}{r^2\rho_l} \left\{ \frac{Df}{Df} [(\delta_l + 1)s A - \frac{(\delta_l + 1)}{\alpha}] - (\delta_l + 1)(s A - 1) \right\} dt \quad (6)$$

而
$$\frac{dh}{dt} = V - U \quad (7)$$

h 为雨滴下落的距离, U 为气流定常上升速度, V 为雨滴下降末速度。

根据 Stewart 的计算, Df 与 Df 之间存在下列关系^[4]:

$$Df / Df = (D / D)^{0.58} \quad (8)$$

其中

$$(D / D) = \left[\frac{M(M + M_c)}{M(M + M_c)} \right]_{\text{凝}} \quad (9)$$

M_c 是大气气体的分子重量, M 是纯水的分子重量, M' 是稳定同位素的重量。

液-汽相稳定同位素分馏系数 α 的计算由下式确定:

对于 ^{18}O

$$\ln\alpha = 1.137 \times 10^3 / T_r^2 - 0.4156 / T_r - 2.0667 \times 10^{-3} \quad (10)$$

对于D(即氘)

$$\ln\alpha = 24.844 \times 10^3 / T_r^2 - 76.248 / T_r + 52.612 \times 10^{-3} \quad (11)$$

根据式(3), (6)和(7), 能够确定降落雨滴中稳定同位素比率的变化。

3 雨滴在未饱和大气中降落时稳定同位素比率的变化

3.1 $\delta^{18}\text{O}$ 随下降距离的变化

假设云底距地面的高度为5000 m, 云底的温度为0 ; 自由大气的温度递减率为0.65 /100m; 定常上升气流 U 取10 cm/s; 雨滴形成时的稳定同位素 ^{18}O 和稳定同位素D(即 ^2H)比率分别为 $\delta^{18}\text{O} = -20\text{‰}$, $\delta\text{D} = -150\text{‰}$; 根据对Rozanski观测结果的拟合^[5], 在5000 m高度范围, 大气水汽中的稳定同位素比率随高度 z 的变化为:

$$\begin{cases} \delta^{18}\text{O}_v = -3.625 \times 10^{-3} z - 14.375 \\ \delta\text{D}_v = -2.90 \times 10^{-2} z - 105.00 \end{cases} \quad (12)$$

可见, 大气水汽中稳定同位素比率在中低空随高度是递减的。

图1给出半径为0.1 cm和0.05 cm的雨滴在相对湿度分别为50%, 70%和90%的自由大气中降落时, 雨滴中 $\delta^{18}\text{O}$ 的变化。

这里假设雨滴通过一个均匀上升的气流, 不考虑旋涡的影响。计算表明, 在同一湿度条件下, 大雨滴相对于小雨滴有一个较长的下落路程。相同半径的雨滴, 湿度较大时相对于湿度较小时有一个较长的下落路程。例如, 半径为0.05 cm的雨滴在湿度为50%的大气中下落约2400 m便完全被蒸发; 在湿度为70%的大气中下落约3400 m也完全被蒸发; 只有在较高的湿度条件下(如90%)才能到达地面。而半径为0.1 cm的雨滴, 即使在湿度为50%的大气中也能降至地面。

一般情况下, 雨滴在未饱和和大气

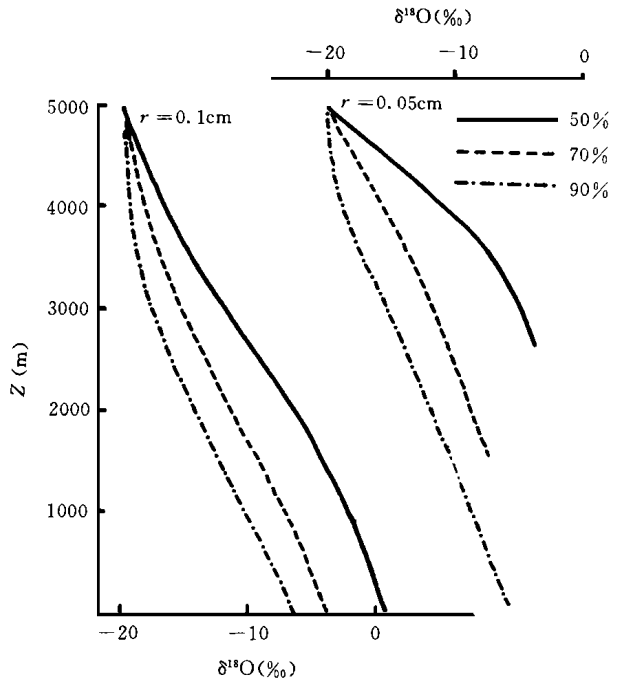


图1 不同半径的雨滴在未饱和和大气中降落时 $\delta^{18}\text{O}$ 的变化

中蒸发,由于纯水的蒸发速率相对大于稳定同位素,因而,雨滴中稳定同位素比率均随下落距离而增大,有时甚至大于零。相对湿度越小,降水中稳定同位素比率增大的幅度越明显;相对湿度越大,增大幅度越小。这在一定程度上可解释,为什么在有些地区大的降水伴随着较低的稳定同位素比率值,而小的降水却伴随着较高的稳定同位素比率值^[2]。

3.2 过量气($Ex\ d$)随下降距离的变化

过量气($Ex\ d$)被定义为:

$$Ex\ d = \delta D - 8\delta^{18}O \quad (13)$$

它反映气对于平衡状态的偏离。其大小与水汽的形成过程相联系。在平衡条件下,水汽源区的 $Ex\ d = 0$;如果源区水汽的蒸发是在非饱和大气中产生,并且水汽的凝结满足瑞利条件,则 $Ex\ d = 10\%$ ^[6];雨滴形成后在未饱和大气中的蒸发则进一步影响 $Ex\ d$ 的大小。图2给出不同半径的雨滴在未饱和大气中降落时,雨滴中 $Ex\ d$ 的变化。

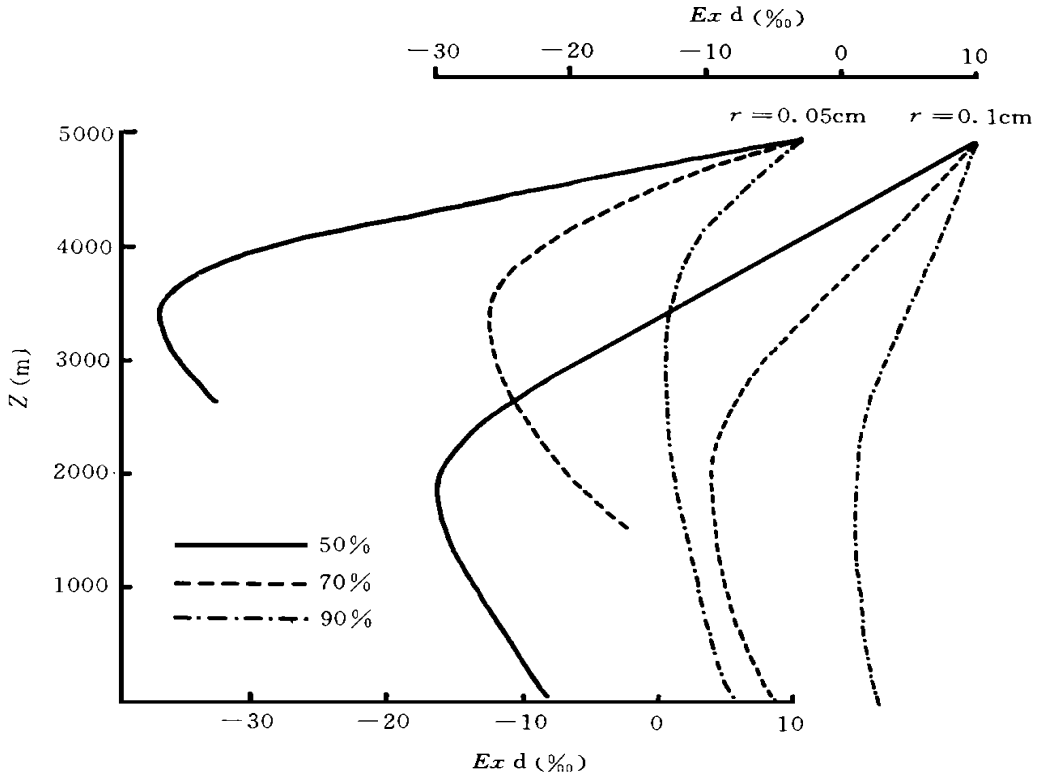


图2 不同半径的雨滴在未饱和大气中降落时过量气($Ex\ d$)的变化

可以看出:

- (1) 雨滴中的过量气随下降距离的变化可分为两个阶段。在前半程,过量气不断减小,在后半程,过量气增加。这个转折的距离与半径的大小呈正比。
- (2) 雨滴中过量气的变化与大气湿度密切相关:相对湿度越小,过量气随下降距离的变化越显著,过量气的值也越小;反之亦然。
- (3) 过量气在较大的湿度或较大的半径条件下,其变化逐渐趋于一个常数。

3.3 $d\delta D/d\delta^{18}O$ 随下降距离的变化

δD 和 $\delta^{18}O$ 之间的对比关系, 反映了两类不同稳定同位素之间的分馏速率^[1]。在平衡条件下, $d\delta D/d\delta^{18}O$ 约等于8。在非平衡条件下, 二者之间的对比关系变得较为复杂。图3给出降落雨滴在不同湿度条件下, $d\delta D/d\delta^{18}O$ 随下降距离的变化。

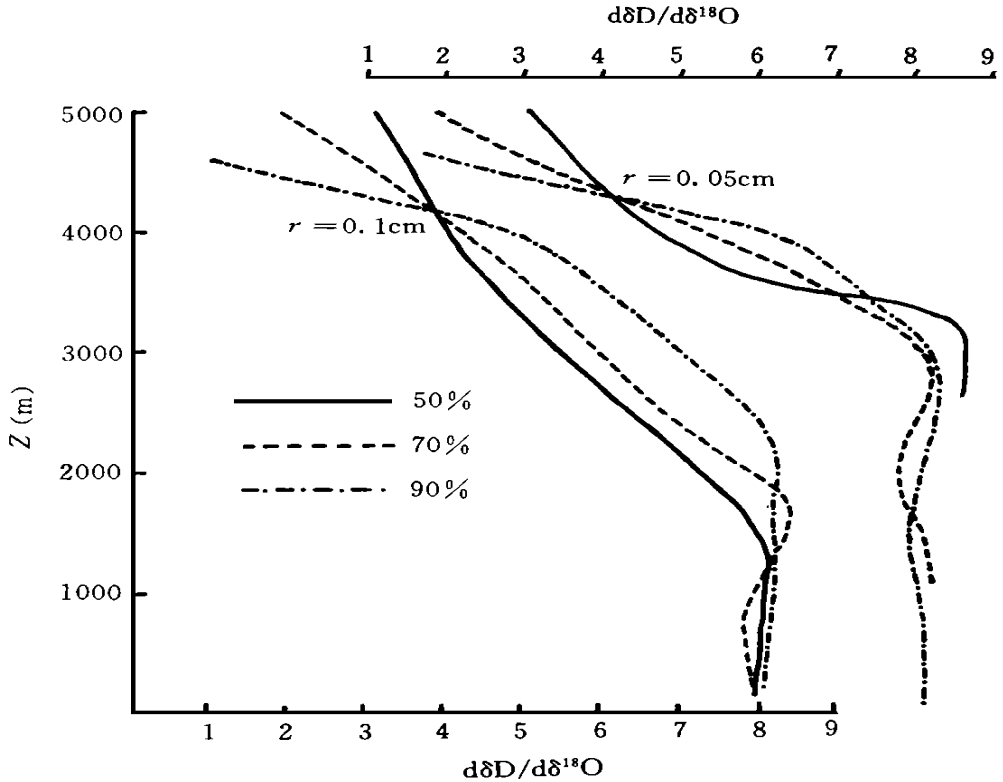


图3 不同半径的雨滴在未饱和大气中降落时 $d\delta D/d\delta^{18}O$ 的变化

可以看出:

- (1) 随着雨滴下降距离的增大, $d\delta D/d\delta^{18}O$ 的数值逐渐趋近于8。湿度越大, 趋近的速度越快。
- (2) 半径越小, 接近 $d\delta D/d\delta^{18}O = 8$ 的雨滴的下降距离越短。
- (3) 平均而言, 大气湿度越低, $d\delta D/d\delta^{18}O$ 的数值越小。但在雨滴降落的初期, 正好相反。

4 雨滴在饱和大气中降落时稳定同位素比率的变化

当雨滴在饱和大气中 ($s = 100\%$) 悬浮, 此时 δ_v 为常数。对式(6)进行积分得:

$$\delta_l = [\alpha(1 + \delta) - 1] + [(1 + \delta) - \alpha(1 + \delta)] \exp(-t/t_a) \quad (14)$$

其中 δ_l 是 $t = 0$ 时雨滴的稳定同位素比率, t_a 称作驰豫时间:

$$t_a = \frac{r^2 \rho_l \alpha}{3 \rho_v D f} \quad (15)$$

在一定的温度和气压条件下, t_a 的大小仅与雨滴的半径有关。当 $t = t_a$ 时, 稳定同位素达到平衡的距离, 即 $[(1 + \delta) - \alpha(1 + \delta_0)]$ 是初始距离 $[(1 + \delta_0) - \alpha(1 + \delta_0)]$ 的 $1/e$ 倍; 当 $t > t_a$ 时, 稳定同位素则逐渐趋于平衡, 即 δ

$$\alpha(1 + \delta) - 1。$$

图4给出了在不同温度条件下, 稳定同位素弛豫时间随雨滴半径的变化。

可以看出:

(1) 在给定的条件下, 弛豫时间与半径呈正比, 半径越大(小), 弛豫时间越长(短), 即液相达到稳定同位素平衡的速度越慢(快)。对于微滴而言, 可近似认为始终与周围大气保持稳定同位素的平衡。

(2) 弛豫时间与温度呈反比, 以至于在较高(低)的温度下, 液相中稳定同位素达到平衡的时间较短(长)。

也就是说, 雨滴在下落过程中, 弛豫时间是不断减小的。

当雨滴在饱和大气中降落时, $dm = dr = 0$, 蒸发引起的稳定同位素富集效应消失。此

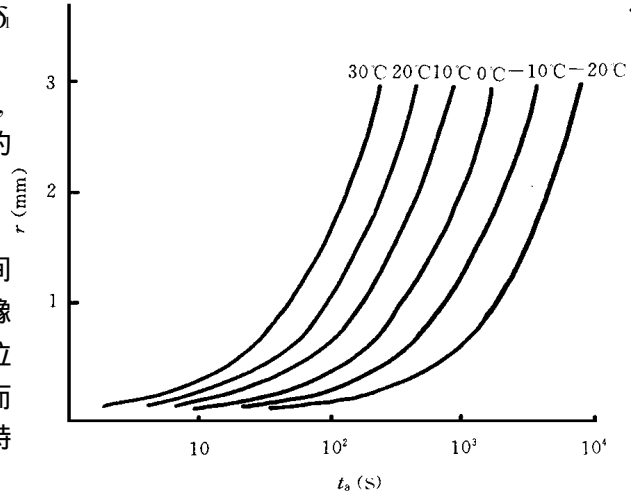


图4 不同温度条件下弛豫时间与雨滴半径的关系 ($P = 1013\text{hPa}$)

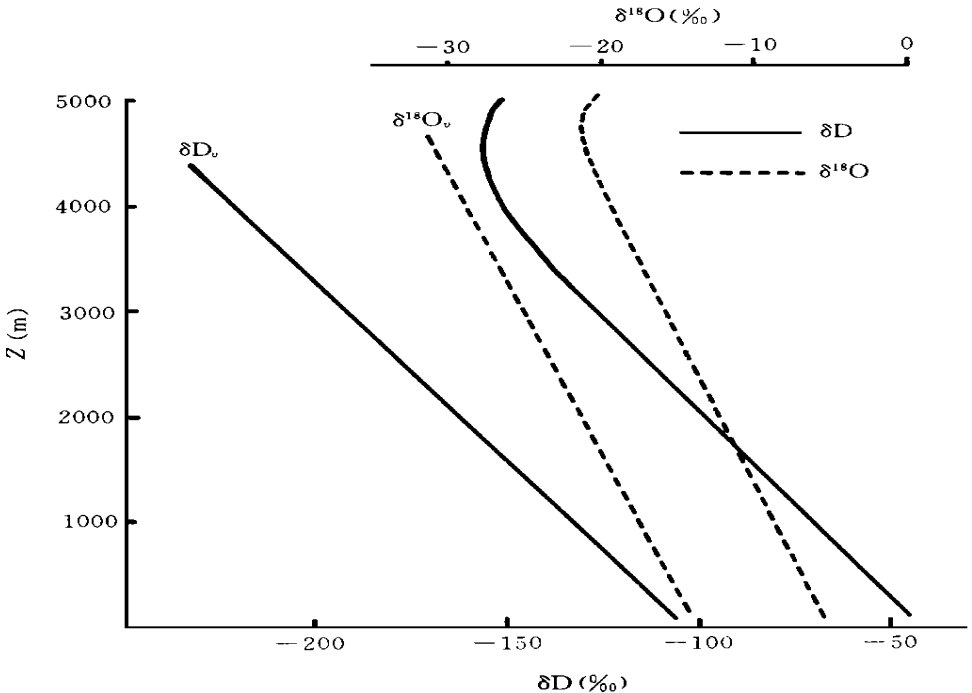


图5 半径为0.05 cm 的雨滴在饱和大气中降落时稳定同位素比率的变化

时, 雨滴中稳定同位素比率的变化将取决于雨滴与周围大气的稳定同位素的交换。这一过程与温度有关。因为温度的高低直接影响雨滴边界层水汽中稳定同位素的分馏。在图5中, 半径为0.05 cm 的雨滴在降落初期, 稳定同位素比率随下降距离呈降低。这归因于雨滴中稳定同位素向大气的迁移量大于大气向雨滴的迁移量。然后, $\delta^{18}\text{O}$ 从4500 m 开始, δD 从4300 m 开始, 雨滴中稳定同位素比率随下降距离才转为增大。这是因为雨滴向外的稳定同位素迁移量小于大气向雨滴的迁移量。如果二者均达到平衡, 即在 $s = 1$ 的条件下, 并且 $R_v = R_l/\alpha$, 则 $dR_l = 0$ 。表明雨滴中稳定同位素比率不随下降距离而变化。

5 讨论与结论

根据上述分析可知, 稳定同位素比率的变化除受湿度条件影响外, 在一定程度上还受大气水汽中稳定同位素比率的影响。如果大气水汽中稳定同位素比率低于雨滴边界层水汽中的稳定同位素比率, 使得由于向外的稳定同位素比率的梯度所造成的稳定同位素物质迁移大于由于蒸发所产生的稳定同位素比率的富集量, 则降水中稳定同位素比率将随雨滴的下降距离呈减小。

在非平衡蒸发过程中, 同位素的分馏速率是轻的成分较快, 重的成分较慢^[1]。记分馏速率为 v , 则:

$$v(\text{H}_2^{16}\text{O}) > v(\text{HD}^{16}\text{O}) > v(\text{H}_2^{18}\text{O}) \quad (16)$$

因此, 相对而言, 在未饱和大气中蒸发的雨滴, δD 的变化率大于 $\delta^{18}\text{O}$ 的变化率。这便导致 $d\delta\text{D}/d\delta^{18}\text{O}$ 不断地增大, 同时也使得过量氘在降落初期不断减小^[7]。然而, 另一方面, 雨滴在下落过程中, 稳定同位素富集所产生的向外的物质迁移亦增大。当稳定同位素富集速率与向外的迁移速率相等时, 出现“假平衡状态”。此时, 两种稳定同位素比率变化的比值大致相当。这也许就是无论何种情况, 雨滴中稳定同位素比率的梯度值均趋向于8, 过量氘在较高湿度和较大的半径条件下均趋向于常数的原因。半径越小, 达到假平衡状态的时间、距离越短。

综上所述, 利用云物理学模式, 可以得到下述结论:

(1) 受蒸发过程的影响, 雨滴中稳定同位素比率随降落距离而不断增大; 空气湿度越小, 增大幅度越明显。

(2) 平均而言, 大气湿度与 $d\delta\text{D}/d\delta^{18}\text{O}$ 和 $E_x d$ 呈正比。无论何种情况, $d\delta\text{D}/d\delta^{18}\text{O}$ 均以8为渐近值, $E_x d$ 则在高湿和较大半径的条件下逐渐趋向于一个常数。

(3) 在饱和大气中, 半径较小的雨滴或在温度较高的环境中, 雨滴中稳定同位素达到平衡的时间较短; 反之, 达到平衡的时间则较长。

参考文献

- 1 Dansgaard W. Stable isotopes in precipitation. *Tellus*, 1964, 16(4): 436 ~ 468
- 2 章新平, 姚檀栋. 大气降水中氧同位素分馏过程的数学模拟. *冰川冻土*, 1994, 16(2): 156 ~ 165
- 3 梅森. 云物理学. 北京: 科学出版社, 1978. 120 ~ 123.
- 4 Stewart M K. Stable isotope fractionation due to evaporation and isotopic exchange of falling water drops: application to atmospheric processes and evaporation of lakes. *J Geophys Res*, 1975, 80: 1133 ~ 1146

- 5 Rozanski K and Sonntag C. Vertical distribution of deuterium in atmospheric water vapor. *Tellus*, 1982, 34(1): 135 ~ 141
- 6 Jouzel J. Isotopes in cloud physics: multiphase and multistage condensation processes. In: *Handbook of Environmental Isotope Geochemistry*, Elsevier: Elsevier Scientific Publishing Company, 1986, 2: 61 ~ 112
- 7 章新平, 姚檀栋. 青藏高原东北地区现代降水中 δD 与 $\delta^{18}O$ 的关系. *冰川冻土*, 1996, 18(4): 308 ~ 314
- $d\delta D/d\delta^{18}O$ $d\delta D/d\delta^{18}O$ $t_a(S)$ $t_a(S)$ $\delta D(\text{‰})$ $\delta D(\text{‰})$ Ex d Ex d Ex d

MATHEMATICAL MODELING OF VARIATION ON STABLE ISOTOPES IN FALLING DROP

Zhang Xinp ing Xie Zichu

(*Department of Resources and Environment,
Hunan Normal University, Changsha, 410081*)

Yao Tangdong

(*Lanzhou Institute of Glaciology and Geocryology,
Academia Sinica, Lanzhou, 730000*)

Abstract

According to the cloud physics model, the paper analyses the variations of stable isotopes in raindrops under different conditions, inquires into the impacts of enrichment produced due to the evaporation of raindrops below cloud base and the exchange between stable isotopes of the raindrops and surrounding vapor on stable isotopic ratios in the raindrops.

For a drop:

(1) Influenced by evaporation process, stable isotopic ratios in the raindrop increase with the falling distance.

The less the humidity in atmosphere, the more obvious the range of increasing; on the other hand, if there is a difference between stable isotopic ratios at the boundary layer of the raindrop and in surrounding vapor, the move of stable isotopic composition from high to low value will be produced. Two factors restrict the variations of stable isotopic ratios in the drop in common. Their direction may be same, or different. Under the condition of saturation, the impact of evaporation disappears, and the degrees of stable isotopic ratios in the drop are dependent on the exchange with stable isotopic composition in surrounding vapor. If the two processes all keep the equilibrium, namely $s = 100\%$, and $R_v = R/\alpha$, then $dR_l = 0$, which shows that stable isotopic ratios don't change with the falling distance.

(2) Generally, the atmospheric humidity is in direct proportion to $d\delta D/d\delta^{18}O$ and Ex d . In any case, all $d\delta D/d\delta^{18}O$ have a gradual value of equaling 8, and Ex d gradually

tends to a constant under the conditions of the high temperature and the large radii, which might be related to the appearance of "pseudo-equilibrium state".

(3) In saturated atmosphere, the time of reaching isotopic equilibrium is short for small drop or in an environment with the high temperature; on the contrary, the time is long.

Key words: Stable isotope, Water drop, Model, Evaporation.

第六届全国统计气象学学术会议在北京举行

由中国气象学会统计气象学委员会、中国现场统计研究会气象地质水文统计专业委员会、“九五”国家重中之重科技项目“我国短期气候预测系统的研究”第四课题组、北京气象学院、中国科学院大气物理研究所、中国气象学会气候学委员会、中国人民解放军总参谋部大气环境研究所联合发起,于1997年11月3~5日在北京气象学院举行了第六届全国统计气象学学术会议。

会议收到论文51篇,这些论文反映了我国统计气象学近几年的新进展,内容涉及统计气象学理论与发展,概率统计方法在气象业务工作中、在气候、天气动力、大气物理、大气环境、军事气象学等领域的应用,以及其它有关统计气象学的问题。

会议论文中反映的近年来的新成果有:从大气自忆性角度探讨了新的数值模式,证明滞后平均预报等价于自忆数值模式的预报;从动力学方程出发推导出月降水距平和500 hPa月平均高度场的关系,然后用实际资料建立了月降水预报方程;提出了一个多维多步时间序列预报方法,这个方法既能考虑不同变量之间的相互作用,又能作出多步预报;分析了以往时间序列周期叠加外推预报方法中存在的问题,提出了正规化周期回归预报模型;分析了目前概率回归模式的不足,提出了一个概率天气预报的贝叶斯方法;将最优化方法和神经网络方法用于集成预报研究;将 t 检验推广到多尺度滑动计算,并用于气候突变的检测;提出了一种提取非线性动力系统控制参数的新方法,并用于气候突变的分析;推导出一个 Y 为二值 X 的多级的相关量度公式,可用于小概率件的因子选择;提出了一个改进的相似离度,设计了一种动态相似气象要素插值方法;将Kalman滤波用于业务预报,获得了较好的预报效果。

会议的论文还反映出近年来统计气象学方法应用范围的拓宽,其中包括大气环境质量的区域划分,卫星云图资料统计处理及预报应用,气候灾害统计分析,近地层风速的统计拟合及其在风能计算中的应用,气象要素场统计插值,气候资料订正,人工影响天气统计分析,航海气象,水文气象,气象经济等。

在会议的论文报告中,还有一部分内容介绍了如何应用统计方法搞好气象服务,解决生产部门的气象问题,取得了很好的社会和经济效益。同时,与会代表也指出:今后需要加快统计方法业务化的进程,并加强对各种方法的理论研究、误差分析、统计检验和评估。在业务预报中应进一步加强物理因子统计分析和统计释用的研究。

本届统计气象学会议的技术成果和关于统计方法的探讨表明,统计气象学近几年取得了很大进展。随着电子计算机的进一步应用,气象学中大量观测数据的处理分析、预报,必将继续推动统计气象学的进一步发展。

(周家斌 黄嘉佑 董双林)