

# 斜压切变基流中横波型扰动的特征波动 I: 谱点分析\*

张立凤 张 铭

(LASG, 中国科学院大气物理研究所, 北京, 100080)

## 摘 要

文中对谱点的分布作了定性分析和数值计算。结果发现:当基流存在切变时,无论是重力惯性波还是涡旋波都存在连续谱。在通常的环境下,对天气尺度的扰动,3支波动的连续谱不重叠,3支波动明显可分;当扰动尺度小于临界波长 $l_0$ 时,可出现涡旋波和一支重力惯性波的两波连续谱区的重叠,当扰动尺度小于 $l_0/2$ 时,可出现涡旋波和一对重力惯性波的三波连续谱区的重叠,此时两种波动不可分。当出现重叠谱时,若出现不稳定扰动,其频率的实部落在重叠谱区。

**关键词:**特征波动,连续谱,离散谱。

## 1 引 言

波动是大气中常见的一种运动形态,大气中许多天气系统的发展演变都与不同性质的波动有关。众所周知,对于取 $f$ 平面的原始方程模式,当基流为常数时,该模式中仅有重力惯性波,此时的涡旋波已退化为一个相对于基流静止的地转平衡态。若基流存在水平或垂直切变,则该模式除包含重力惯性波外,还包含相对于基流传播的涡旋波。对天气尺度的波动,涡旋波具有准地转和准无辐散的性质,涡度远大于散度,为涡旋运动;而重力惯性波是非地转的,散度远大于涡度,是位势运动;对于中尺度的波动,除重力惯性波是非地转的外,涡旋波的性质也与天气尺度下的涡旋波即准地转的 Rossby 波不同,也是非地转的。

曾庆存等最早研究了具有水平切变基流的正压原始方程组的特征波动。他指出,扰动的不同演变特性主要由基流的不均匀性和波动的类别所决定,同时基流的切变对波长和波包能量的变化均有着极其重要的影响,基流切变的存在会改变波动的波谱分布。这时特征波动不但有离散谱,还存在连续谱。在基流有切变时,对应离散谱的谱函数可能是不完备的,故仅有离散谱的线性组合不能表示任意的扰动,为此还须补足特征波动的连续谱部分。通常研究小扰动的失稳问题多采用标准模方法,但标准模只适用于特征波动的离散谱,要描述特征波动的连续谱必须用波包理论<sup>[1~3]</sup>。

他还发现,在正压大气情况下,当基流存在水平切变时,只有慢波(涡旋波)会出现连续谱,而快波(重力惯性波)则均是离散谱。曾庆存及其学生张明华、任舒展<sup>[4~6]</sup>也先后对

\* 初稿时间:1997年12月11日;修改稿时间:1998年3月24日。  
资助课题:国家基础性研究项目“气候动力学与气候预测课题”。

准地转正压和斜压大气的连续谱进行了研究,指出连续谱在大气环流扰动中的作用。由于他们用的模式均是准地转的,故不包含重力惯性波,也不存在涡旋波和重力惯性波的混合问题。

对于非地转的斜压大气,张可苏<sup>[7,8]</sup>曾研究过对称型扰动和横波型扰动的失稳问题。对于对称型扰动,方程中已排除了涡旋波,故基流的失稳是重力惯性波的不稳定。但对于横波型扰动,除了在天气尺度的波段可出现众所周知的 Rossby 波的不稳定——斜压不稳定外,在中尺度波段还存在不稳定,这些不稳定扰动具有明显的非地转性。那么这种不稳定是重力惯性波的不稳定,还是涡旋波的不稳定,抑或两者兼而有之,这是人们十分关注的问题。为此深入研究切变基流下的横波型扰动的谱点和特征波动是十分必要的,而这方面的工作至今仍较少见。

本文则对横波型扰动特征波动的谱点作了分析。为了简化问题,这里仅考虑了线性切变基流的情况。

## 2 数学模型及计算方法

本文采用了文献[7,8]中讨论横波型扰动的数学模型,即

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x}\right)v + f\Psi_z = 0 \quad (1-1)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x}\right)\theta - f^2\bar{u}_z v + N^2\Psi_x = 0 \quad (1-2)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x}\right)\nabla^2\Psi - fv_x + \frac{\partial\theta}{\partial x} = 0 \quad (1-3)$$

对方程(1),设解为:

$$\begin{bmatrix} v \\ \theta \\ \Psi \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} iV(z) \\ \Theta(z) \\ \Psi(z) \end{bmatrix} e^{i(\sigma t + kx)} \quad (2)$$

代入式(1)中可得到以下常微分方程组

$$(\sigma + \bar{u}k)V - f \frac{d\Psi}{dz} = 0 \quad (3-1)$$

$$(\sigma + \bar{u}k)\Theta - f\bar{u}_z V + N^2k\Psi = 0 \quad (3-2)$$

$$(\sigma + \bar{u}k)\left(\frac{d^2\Psi}{dz^2} - k^2\Psi\right) - f \frac{dV}{dz} + k\Theta = 0 \quad (3-3)$$

其相应的上下边界条件为:

$$\Psi|_{z=0} = 0, \quad \Psi|_{z=H} = 0 \quad (4)$$

方程(3)也可以化为只含有一个未知数的常微分方程

$$(\sigma + \bar{u}k)[f^2 - (\sigma + \bar{u}k)^2] \frac{d^2W}{dz^2} - 2f^2k^2\bar{u}_z \frac{dW}{dz} - k^2(\sigma + \bar{u}k)[N^2 - (\sigma + \bar{u}k)^2]W = 0 \quad (5-1)$$

这里  $W$  是垂直运动的振幅  $W = ik\Psi$ , 对上式则有以下边界条件:

$$W|_{z=0} = 0, \quad W|_{z=H} = 0 \quad (5-2)$$

其中  $H$  为模式顶高,可以认为是逆温层底或对流层顶的高度。

方程组(3)与边界条件(4)及方程(5-1)与边界条件(5-2)均构成了一个特征值问题。 $\sigma$  为特征值,与其相对应的一组非零解为特征函数。若基流存在切变,则方程组(3)或(5-1)均是变系数方程,对其解析求解是困难的。但在基流只是  $z$  的函数时,可用数值方法求解,即在垂直方向  $[0, H]$  区间上等分为  $n$  层,间距  $\Delta z = H/n$ ,并采用交错网格,将方程(3-1)和(3-2)写在半数层上,式(3-3)写在整数层上。这样离散化后的代数方程组可以用以下矩阵来表示:

$$\sigma AX = PX \quad (6-1)$$

式(6-1)也可以写成

$$\sigma X = A^{-1}PX \quad (6-2)$$

其中  $A, P$  是  $(3n-1) \times (3n-1)$  阶实矩阵,列向量  $X = [V_{\frac{1}{2}}, \Theta_{\frac{1}{2}}, \Psi_1, V_{\frac{3}{2}}, \Theta_{\frac{3}{2}}, \Psi_2, \dots, V_{n-\frac{1}{2}}, \Theta_{n-\frac{1}{2}}, \Theta_n]^T$ 。下标表示该变量所在的层数。通过求解矩阵  $A^{-1}P$  的特征值和特征向量即可得到原常微分方程特征问题的数值解。分析该矩阵的全部特征值就可以了解原常微分方程的谱分布。但这里必须注意的是,通过离散化得到的矩阵是有限维的,其特征值的个数也必须是有限可列的,当垂直分层为  $n$  时,其计算特征值的个数为  $(3n-1)$ ;而原来问题存在连续谱时,其谱点是无限不可列的。故这种求解方法会将原问题中的连续谱歪曲为计算离散谱,但当垂直分层越来越多,即  $n$  越来越大时,计算连续谱的谱点会越来越密。故而比较取不同  $n$  值所计算的谱点分布,就可以判断相应的谱点是连续的还是离散的。

本文用 QR 方法求解实矩阵  $A^{-1}P$  的特征值和特征函数,计算中取  $N^2 = 8 \times 10^{-5} \text{s}^{-2}$ ,  $f$  取纬度  $45^\circ$  时的值,即  $1.0131 \times 10^{-4} \text{s}^{-1}$ ,基本风场取  $z$  的线性函数,即  $\bar{u} = \bar{u}_0 + \bar{u}_1 z$ ,  $\bar{u}_0, \bar{u}_1$  为常数,  $H$  取对流层顶的高度为 10 km。

### 3 常值基流的波谱分布

当基流为常数时,方程(5-1)退化为一个常系数方程,它和边界条件(5-2)构成边值问题,可解析求得其频散关系为

$$\sigma_1 = \bar{u}_0 k \quad (7-1)$$

$$\sigma_{2,3} = \bar{u}_0 k \pm \sqrt{\frac{f^2 \left( \frac{\pi m}{H} \right)^2 + k^2 N^2}{\left( \frac{\pi m}{H} \right)^2 + k^2}} \quad (7-2)$$

上式中  $m = 1, 2, 3, \dots$  为垂直波数。

从该频散可见,式(5-1)与(5-2),也即式(3)与(4)包含圆频率,分别为  $\sigma_1, \sigma_2$ , 和  $\sigma_3$  的 3 支波动,其中  $\sigma_1$  是涡旋波的圆频率,将其代入式(3)与(4)易知,此时有  $\Psi = 0, u = 0, w = 0$ , 而  $V$  和  $\Theta$  满足热成风关系  $f \frac{dV}{dz} = k\Theta$ , 这说明在  $f$  为常数,即未考虑  $\beta$  效应,且基流又为常数时,涡旋波已退化为相对基流静止的地转平衡态。 $\sigma_2$  和  $\sigma_3$  分别为相对基流正向和反向传播的重力惯性波的圆频率。由方程(7-2)可知,重力惯性波的圆频率不仅与环境参数  $\bar{u}_0, f, N^2$  有关,还与其垂直波数  $m$  和水平波数  $k$  有关,显然此时重力惯性波为离散谱。

在环境参数及水平波数固定后,当  $m \rightarrow \infty$  时,  $\sigma_{2,3} \rightarrow \bar{u}_0 k \pm f$ , 这表明这两支重力惯性波的离散谱分别以  $\bar{u}_0 k + f$  和  $\bar{u}_0 k - f$  为聚点。对于以上情形,也用数值方法进行了计算,结果与解析的结果几乎完全相同(图略),表明该数值方法的结果是可信的。

#### 4 线性切变基流中的连续谱

在基流  $\bar{u}$  是  $z$  的线性函数的情况下,方程(5-1)在实轴  $[0, H]$  上存在 3 个奇点  $z_1, z_2$  和  $z_3$ , 在这 3 个奇点上分别有  $\sigma_1 = \bar{u}(z_1)k, \sigma_2 = \bar{u}(z_2)k + f$  和  $\sigma_3 = \bar{u}(z_3)k - f$ , 这里  $z_1, z_2, z_3$  分别相应于涡旋波和一对重力惯性波的临界层。在临界层上,解是不连续的,故此时该方程存在广义解。

现设  $\bar{u}$  在区间  $[0, H]$  上的最大值为  $\bar{u}_{\max}$ , 最小值为  $\bar{u}_{\min}$ , 若  $\sigma$  至少满足下列不等式之一:

$$\bar{u}_{\min}k < \sigma < \bar{u}_{\max}k \quad (8-1)$$

$$\bar{u}_{\min}k - f < \sigma < \bar{u}_{\max}k - f \quad (8-2)$$

$$\bar{u}_{\min}k + f < \sigma < \bar{u}_{\max}k + f \quad (8-3)$$

则必有临界层存在,满足第一个不等式,则涡旋波存在临界层,满足后两个不等式,则相应逆基流与顺基流传播的重力惯性波存在临界层,此时相应的频谱均为连续谱。若在上述 3 个不等式成立的区间之外,则其为离散谱。故在斜压线性切变基流中,无论是涡旋波,还是重力惯性波,其频谱均由两部分组成,一部分对应的是连续谱(在  $\bar{u}$  不为常数时,总是存在的),另一部分对应的是离散谱(也可能不存在)。这里还要指出的是,在斜压大气中重力惯性波也存在连续谱,由于连续谱的集合是波包,故斜压大气中重力惯性波也存在波包,这点与正压大气的情况不同,那里只有涡旋波存在连续谱,重力惯性波则均是离散谱<sup>[3]</sup>。任舒展<sup>[5]</sup>在研究准地转正压大气时指出,大气环流扰动中连续谱扰动占有重要的地位,对非地转的斜压大气也应对重力惯性波的连续谱给于高度的重视。

##### 4.1 连续谱区不重叠的情况

因  $f > 0$ , 且恒有  $\bar{u}_{\max} - \bar{u}_{\min} > 0$ , 故当  $k \rightarrow 0$  时,必有  $f/k \rightarrow 0$ , 所以总能找到  $k_0$ , 满足

$$\bar{u}_{\max} - \bar{u}_{\min} = f/k_0 \quad (9-1)$$

即 
$$k_0 = \frac{f}{\bar{u}_{\max} - \bar{u}_{\min}} \quad (9-2)$$

这样当  $k < k_0$  时,不等式  $\bar{u}_{\max} - \bar{u}_{\min} < f/k$  成立,则有:

$$\bar{u}_{\max}k - f < \bar{u}_{\min}k \quad (10)$$

显然此时有以下不等式成立

$$\bar{u}_{\min}k - f < \bar{u}_{\max}k - f < \bar{u}_{\min}k < \bar{u}_{\max}k < \bar{u}_{\min}k + f < \bar{u}_{\max}k + f \quad (11)$$

式(11)也可以用图 1 表示。图 1 上的阴影区表示不等式(8)的成立范围,对应的是 3 支波动的连续谱区,阴影区之外对应的是 3 支波动的离散谱区。当式(11)成立时,也即对足够小的  $k$  值,3 支波动的连续谱区互不重叠,其涡旋波和重力惯性波的波包是明显可分的。

以上定性分析的结果也可通过数值求解方程(3),即求方程(6)中矩阵的特征值和特征向量的方法得到。图 2 给出了水平波长为 5000 km 时,波动的计算频谱分布,在垂直分层为 40 层时(图 2a),图中空心圆圈表示  $\sigma$  的虚部为零,实心圆圈表示  $\sigma$  的虚部不为零,即

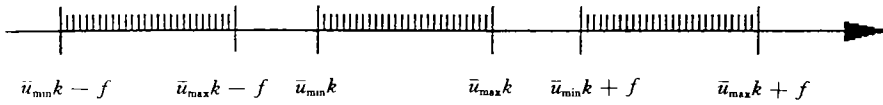


图 1 满足式(11)的坐标图

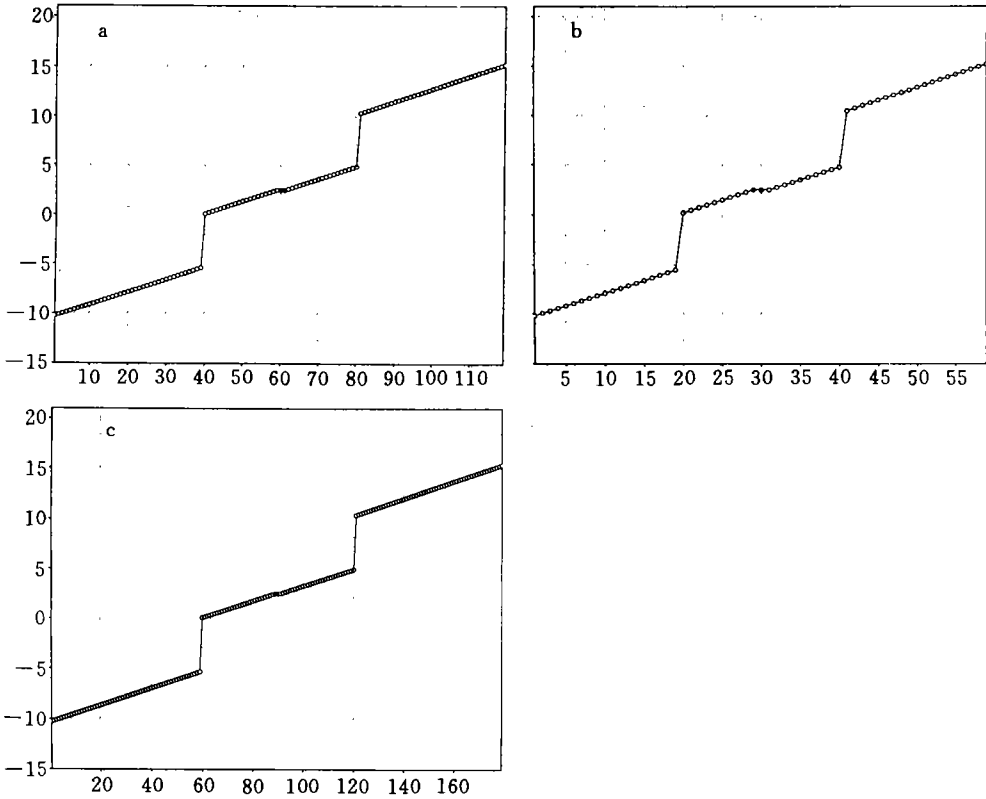


图 2 基流存在切变,水平波长为 5000 km 时特征波动的计算谱点分布

(a.  $n = 40$ ; b.  $n = 20$ ; c.  $n = 60$ .)

横坐标为谱点序号,纵坐标为相应  $\sigma$  的实部值,单位为  $10^{-5} s^{-1}$ )

是不稳定的谱点,计算中取  $\bar{u}_0 = 0, \bar{u}_1 = 4 \times 10^{-3} s^{-1}$  为大于零的常数,这时  $\bar{u}_{min} = 0, \bar{u}_{max} = \bar{u}H$ . 计算出实谱点数为 117 个,复数谱点为 2 个(图中实心圆圈).从图上可见谱点明显分为三段,序号 1~59 的谱点为第一段,60~80 的谱点为第二段(这一段存在复数谱点),81~119 的谱点为第三段,将数值计算中所用参数代入式(8)可知,图 2a 中第一段谱点的值满足式(8-2),对应的是逆风传播的重力惯性波谱,第二段实数谱点满足式(8-1),对应的是涡旋波的频谱,第三段谱点的值满足式(8-1),对应的是顺传重力惯性波的频谱.若改变对方程(3)垂直方向离散化时的层数,则计算出的特征值个数将不同,但频谱分布的范围却不改变,图 2b,c 分别是垂直分层为 20 层和 60 层时,计算的特征波动频谱分布,从图上

可见,无论特征值的个数是多少,其整个频谱分布均分为三段,且第一段的  $\sigma$  值满足式(8-2),第二段的实数值满足式(8-1),第三段的值满足式(8-3)。这说明了垂直分层的疏密只会影响特征值的个数,即每支特征波动的计算谱点个数,而对其总的分布范围几乎没有影响。所以数值计算也可得到与以上定性分析相同的结论。值得注意的是,在第二段谱点中计算得到了一对涡旋波的复数谱点,显然为离散谱,这说明此时涡旋波存在不稳定。

### 4.2 二段连续谱区重叠的情况

对满足式(9)的  $k_0$ ,若取  $k > k_0$ ,则以下不等式  $\bar{u}_{max} - \bar{u}_{min} > f/k$  必成立。对这样的  $k$  值有

$$\bar{u}_{max}k > \bar{u}_{min}k + f \tag{12-1}$$

$$\bar{u}_{min}k < \bar{u}_{max}k - f \tag{12-2}$$

令 
$$k_1 < \frac{2f}{\bar{u}_{max} - \bar{u}_{min}} = 2k_0 \tag{13}$$

则当  $k < k_1 = 2k_0$  时,对该  $k$  则有:

$$\bar{u}_{max}k - f < \bar{u}_{min}k + f \tag{14}$$

故而若  $k$  满足以下不等式

$$k_0 < k < 2k_0 \tag{15}$$

则对该  $k$  值有

$$\bar{u}_{min}k - f < \bar{u}_{min}k < \bar{u}_{max}k - f < \bar{u}_{min}k + f < \bar{u}_{max}k < \bar{u}_{max}k + f \tag{16}$$

同样该式也可用图 3 表示,图中阴影区对应的是特征波动的连续谱区,应注意的是图中的双重阴影区,其中的  $\sigma$  值同时满足式(8-1)和(8-2)或(8-1)和(8-3),这说明对这种尺度( $k_0 < k < 2k_0$ )的特征波动,其涡旋波的连续谱区和一支(顺传或逆传)重力惯性波的连续谱区重叠。这时 3 支特征波动从频谱上已不能再分为 3 段,在连续谱重叠区对应的波动模态,既包含涡旋波的性质,又具有重力惯性波性质。

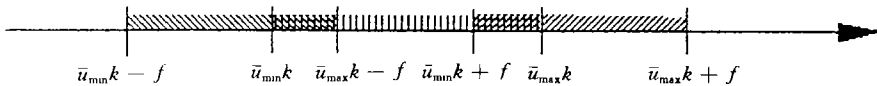


图 3 满足式(16)的坐标图

由以上分析可见,涡旋波的连续谱区和重力惯性波的连续谱区能否重叠的关键在于科氏参数、基本风场分布及特征波动本身的水平尺度,当环境因子(前两者)确定后,它就决定于波动本身了。不等式(15)用波长表示为:

$$\frac{l_0}{2} < l < l_0 \tag{17}$$

这里  $l_0 = \frac{2\pi}{k_0}$  可称为临界波长。当波长小于临界波长时可发生连续谱区的重叠。表 1 给出不同纬度和不同垂直切变时,出现重叠谱区的临界波长。从表 1 中可见,在中纬度地区( $\varphi = 45^\circ$ ),当基本切变达  $4 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ ,即  $\bar{u}_{max} - \bar{u}_{min} = 40 \text{ m s}^{-1}$  时,能出现重叠谱的临界波长为 2437.1 km。众所周知,水平尺度小于 2000 km 的系统属于中尺度系统,在中纬度地

区,当风切变大于  $3.0 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$  时,波长小于 2000 km 的波动都有连续谱,即此时中尺度扰动均有重叠谱区。

表 1 二波连续谱重叠时临界波长随纬度( $\varphi$ )和垂直风切变( $\bar{u}_{\max} - \bar{u}_{\min}$ , 单位:  $\text{m s}^{-1}$ )的变化

$\varphi$	$\bar{u}_{\max} - \bar{u}_{\min}$								
	5.0	10.0	15.0	20.0	25.0	30.0	35.0	40.0	45.0
20	629.8	1259.7	1889.5	2519.3	3149.1	3779.0	4408.8	5038.6	5668.4
25	509.7	1019.4	1529.1	2038.8	2548.6	3058.3	3568.0	4077.7	4587.4
30	430.8	861.7	1292.5	1723.3	2154.1	2585.0	3015.8	3446.6	3877.4
35	375.6	751.1	1126.7	1502.2	1877.8	2253.4	2628.9	3004.5	3380.1
40	335.1	670.2	1005.4	1340.5	1675.6	2010.7	2345.9	2681.0	3016.1
45	304.6	609.3	913.9	1218.6	1523.2	1827.8	2132.5	2437.1	2741.8
50	281.2	562.4	843.6	1124.8	1406.0	1687.2	1968.4	2249.6	2530.8
55	263.0	525.9	788.9	1051.9	1314.9	1577.8	1840.8	2103.8	2366.7
60	248.7	497.5	746.2	995.0	1243.7	1492.4	1741.2	1989.9	2238.6
65	237.7	475.4	713.0	950.7	1188.4	1426.1	1663.8	1901.5	2139.1
70	229.2	458.5	687.7	917.0	1146.2	1375.4	1604.7	1833.9	2063.1

分析图 3 还可知,此时的重叠谱区只是两支波动连续谱区的部分重叠,在重叠谱区之外,还存在单纯的涡旋波和重力惯性波的连续谱区。

### 4.3 三段连续谱区重叠的情况

将波动水平尺度进一步变小,若  $k > 2k_0$ ,则显然亦有  $k > k_0$ ,故对这样的  $k$  值,式(12)仍成立,但此时式(14)变为:

$$\bar{u}_{\max}k - f > \bar{u}_{\min}k + f \tag{18}$$

故对  $k > 2k_0$  的情况,则应有:

$$\bar{u}_{\min}k - f < \bar{u}_{\min}k < \bar{u}_{\max}k + f < \bar{u}_{\min}k - f < \bar{u}_{\max}k < \bar{u}_{\max}k + f \tag{19}$$

同样式(19)也可以用图 4 表示,图中阴影区为三支波动的连续谱区,两重阴影区为涡旋波与一支重力惯性波连续谱区的重叠谱区,而三重阴影区则为涡旋波同时与两支重力惯性波连续谱的重叠谱区。显然此时涡旋波的连续谱区都已与重力惯性波的连续谱区重叠,已不存在单纯的涡旋波连续谱区。在连续谱的三重重叠区,则包含涡旋波的临界层和两支重力性波的临界层。

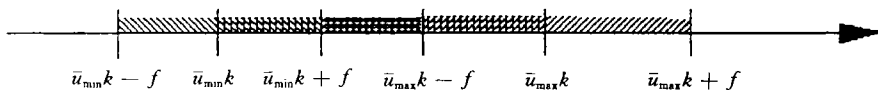


图 4 满足式(19)的坐标图

由  $k > 2k_0$  的条件可知,出现 3 支波动连续谱重叠的临界波长,比同样条件下,出现两支波动连续谱重叠时的临界波长小一倍,它也是随风切变的增大和纬度的减小而增大。在中纬度地区,当风切变大于  $3.0 \times 10^{-3} \text{s}^{-1}$  时,波长小于 1000 km 的波动都可出现 3 段连续谱区的重叠。

#### 4.4 计算结果的讨论

上面的分析结果,同样可通过数值求解来得到。图 5a,b 分别给出了  $n = 40$  时计算的波长为 2000 km 和 1000 km 特征波动的频谱分布。由定性分析可知,当  $\bar{u}_{\min}k + f < \sigma < \bar{u}_{\max}k$  和  $\bar{u}_{\min}k < \sigma < \bar{u}_{\max}k - f$  成立时,  $\sigma$  值必落在两支波动连续谱区。若将数值计算中的参数代入,可得到图 5a 上序号 34~36, 74~86 的谱点满足上两式,即这些谱点落在了一支重力惯性波与涡旋波的连续谱重叠区,而图中这两段之外的三段谱点,即 2~33, 47~73, 87~118 在单纯的逆传重力惯性波、涡旋波及顺传重力惯性波的连续波谱区中,这里值得注意的是图中第 1 和第 119 个谱点,因其  $\sigma$  值小于  $\bar{u}_{\min}k - f$  和大于  $\bar{u}_{\max}k + f$ , 故对应的是重力惯性波的两个离散谱点。通过增加垂直分层的层数,也证明了其确为离散谱点(图略)。图 5b 是取水平波长 1000 km 计算得到的频谱分布。图中序号 18~102 的点为涡旋波与重力惯性波连续谱的重叠区,其中序号 51~69 的点满足  $\bar{u}_{\min}k + f < \sigma < \bar{u}_{\max}k - f$ , 是涡旋波与一对重力惯性波三段连续谱区的重叠。同图 5a 一样,图 5b 上的第 1 和第 119 个谱点也是重力惯性波的一对离散谱点,此外,序号为 31, 32 的谱点是复数,也是离散谱。

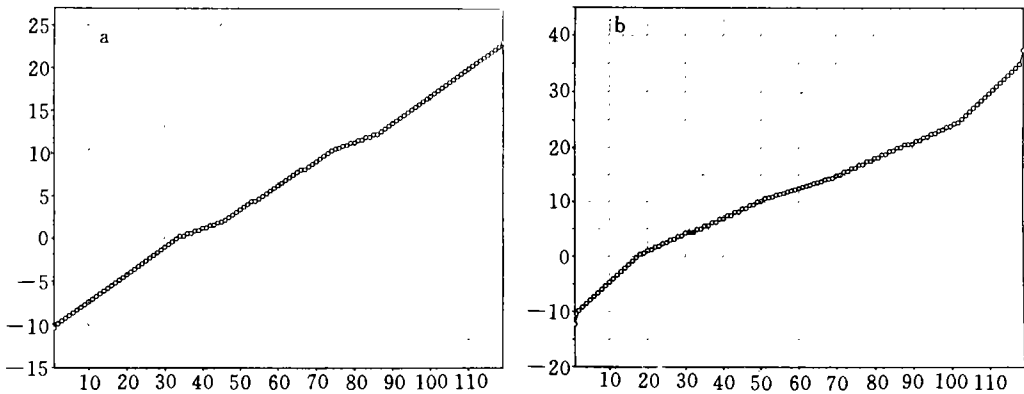


图 5 基流存在切变时特征波动的计算谱点分布  
(a. 水平波长为 2000 km; b. 水平波长为 1000 km)

从以上对方程的定性分析和数值计算结果可得到,对斜压切变流中的横波型扰动,在通常的大气环境下,中  $\alpha$  尺度的扰动可发生两支不同性质的波动连续谱区重叠,当尺度进一步减小至 1000 km 以下时,则产生 3 支波动连续谱区的重叠。

### 5 结 语

本文通过定性分析及数值计算讨论了斜压切变基流中横波型扰动的谱点分布,发现



在切变基流中涡旋波与两支重力惯性波均有连续谱区。在通常环境下,对大尺度的扰动,这 3 支波动的连续谱区互不重叠,是明显可分的。随着扰动水平尺度的减小,这 3 支波动的连续谱区的距离也减小,最终会发生连续谱区的重叠,对于中尺度的扰动,则有 3 支波动连续谱区的重叠。当连续谱区发生重叠时,涡旋波与重力惯性波就不能简单地地区分为慢波和快波了。以往人们认为对于天气尺度系统的发生发展 Rossby 波(涡旋波)起了很大作用,而对于中尺度系统由于其具有明显的非地转性和散度,故而人们往往将其与重力惯性波联系起来,并用重力惯性波的不稳定及其演变来解释这些天气系统的生成和发展。然而实际观测发现,中尺度系统除具有明显的散度外,还有相当明显的涡度,且两者具有同一数量级<sup>[9]</sup>,甚至有些涡度还略大一些。这表明涡旋运动在中尺度系统中也是不可忽视的,涡旋波与重力惯性波同样重要。

### 参考文献

- 1 曾庆存. 数值天气预报的数学物理基础. (第一卷). 北京: 科学出版社, 1979. 260—262, 283—287, 310—313
- 2 曾庆存等. 旋转二维可压缩流动的谱和特征函数: 谱点分析. 大气科学, 1990, 14(2): 129—142
- 3 曾庆存等. 旋转二维可压缩流动的谱和特征函数: 谱和谐函数结构的分析. 大气科学, 1991, 15(1): 1—15
- 4 张明华. 大气动力学中的连续谱及其在大气环流中的重要地位. [学位论文]. 北京: 中科院大气物理研究所, 1987
- 5 舒任展. 准地转模型中的连续谱动力学理论及其在大气环流中的应用. [学位论文]. 北京: 中科院大气物理研究所, 1993
- 6 舒任展. 正压准地转大气中纯粹连续谱能量增长上限的估计. 自然科学进展, 1992, 3: 269—272
- 7 张可苏. 斜压气流的中尺度稳定性: 对称不稳定. 气象学报, 1988, 46(3): 258—268
- 8 张可苏. 斜压气流的中尺度稳定性: 横波型号不稳定. 气象学报, 1988, 46(4): 387—392
- 9 杨国祥. 中小尺度天气学. 北京: 气象出版社, 1983. 88—96

# CHARACTERISTIC WAVE OF TRANSVERSAL DISTURBANCE AT BAROCLINIC SHEAR FLOW I : SPECTRUM ANALYSIS

Zhang Lifeng Zhang Ming

*(LASG, Institute of Atmospheric Physics,  
Chinese Academy of Sciences, Beijing, 100080)*

## Abstract

This paper is the first part of characteristic wave of transversal disturbance at baroclinic shear basic flow. The distribution of spectrum point is studied. The results show that, when the wind shear of basic flow is not zero, there exists continuous spectrum of gravitational inertial wave and vortex wave. Under usual circumstances, to synoptic scale, the continuous spectrum area of this three waves (that is distinct separated) are not overlap. When the disturbance scale is smaller than the critical scale  $l_0$ , there exists a overlap of the continuous spectrum area of two waves (vortex wave and a gravitational inertial wave), and when it is smaller than  $l_0/2$ , there exists a overlap of the continuous spectrum area of three wave (vortex wave and both gravitational inertial waves). This two kind of waves can not be separated at this moment, if the disturbance is instable, the real part of this frequency is in the overlap spectrum area while there appears overlap spectrum.

**Key words:** Characteristic wave, Continuous spectrum, Discrete spectrum.