第 58 卷第 2 期
2000 年 4 月

气 象 学 报
ACTA METEOROLOGICA SINICA

Vol. 58, No. 2
Apr., 2000

论热带纬圈半地转运动的建立*

巢纪平

(国家海洋环境预报研究中心, 北京, 100081)

摘　　要

文中在赤道 β 平面上, 在滤掉低频 Rossby 波的情况下, 研究了纬圈半地转运动的建立。指出, 只有当运动的纬圈尺度很大时, 非地转风分量才能随着重力惯性波的频散而消失, 从而建立起纬圈半地转平衡。应用位势涡度不变式, 给出了纬圈半地转适应后物理场的解。同时指出, Kelvin 波(对赤道对称情况)和混合波的 Rossby 波波段(对赤道反对称情况)将不参与适应运动, 它们属于发展运动中的角色。

关键词: 纬圈半地转平衡, 重力惯性波, 位势涡度时间不变式。

1　引　言

在中、高纬度大尺度大气(也包括海洋)最基本的平衡状态是地转运动。当风、压场之间的地转平衡遭到破坏后, 在 f ($= 2\Omega\sin\varphi$, Ω 为地转角速度, φ 为纬度) 平面上将激发出重力惯性波, 当重力惯性波频散后, 运动的势量消失, 而管量保留下来, 并重新建立起地转关系。场的这一过程称地转适应, 最早由 Rossby 提出[1, 2]。以后 Oboukhov[3]、叶笃正[4] 和曾庆存[5] 等对中、高纬度的地转适应过程进行了深入的研究, 其物理机制已基本上清楚了[6, 7]。

在热带地区, 由于科氏参数很小, 对是否还存在准地转运动是可以质疑的, 因此很少有人来研究热带地区的地转适应过程。但我们注意到, 在热带地区的大气中盛行东北或东南信风, 风速可达 10^0 m/s, 在海洋中是南、北赤道洋流, 其流速可达 10^1 cm/s, 因此除赤道是条奇异线外, 离开赤道后, 科氏力仍然可以达到与经圈压力梯度相平衡的量级。而理论上在广泛应用的 Gill 模式[8] 中就假定运动是纬圈地转平衡的(长波近似), 而即使在热带动力学中起重要作用的 Kelvin 波, 其存在的条件也是纬圈地转平衡。因此研究纬圈地转平衡是如何建立起来的, 是一个很有趣的热带运动的动力学问题。

由于地转平衡只在一个方向成立(纬圈的或经圈的), 因此可以称为半地转运动, 而它建立的适应过程可称为半地转适应。最近作者等就这个问题写了几篇文章[9~11], 得到了与中纬度地转适应相类似的结果。这自然是地转适应问题向热带地区的拓展, 是一个值得进一步研究的问题。我们将在文中用另一种方法来进一步分析纬圈半地转适应过程。

* 初稿时间: 1998 年 4 月 6 日; 修改稿时间: 1998 年 9 月 18 日。
资助课题: 国家自然科学基金(项目号: 49775260)。

2 基本方程

引进重力波波速, 为

$$C = (gh)^{\frac{1}{2}} \tag{1}$$

其中 h 为等值厚度, 为三维方程在垂直方向按本征模展开时的本征值。取特征量为: 长度为 $(C/2\beta)^{1/2}$, 时间为 $(2\beta C)^{-1/2}$, 速度为 C, 重力位势高度为 C^2, 于是对任一本征模的水平运动方程的无量纲方程为

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{1}{2}yv + \frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{2}yu + \frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0 \tag{3}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{4}$$

按 Gill 和 Clarke[12]引进变量

$$q = \varphi + u, \qquad r = \varphi - u \tag{5}$$

由此有

$$\varphi = \frac{1}{2}(q + r), \qquad u = \frac{1}{2}(q - r) \tag{6}$$

于是有方程

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} + \left(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{1}{2}yv\right) = 0 \tag{7}$$

$$\frac{\partial r}{\partial t} - \frac{\partial r}{\partial x} + \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2}yv\right) = 0 \tag{8}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial q}{\partial y} + \frac{1}{2}yq\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial r}{\partial y} - \frac{1}{2}yr\right) = 0 \tag{9}$$

对所有的物理量用抛物圆柱函数即 Weber 函数展开, 例如对 q 有

$$q = \sum_n q_n(x, t) D_n(y) \tag{10}$$

考虑到抛物圆柱函数的循环公式

$$\frac{\mathrm{d}D_n}{\mathrm{d}y} + \frac{1}{2}yD_n = nD_{n-1} \tag{11}$$

$$\frac{\mathrm{d}D_n}{\mathrm{d}y} - \frac{1}{2}yD_n = -D_{n+1} \tag{12}$$

并利用函数的正交性, 于是得到 Weber 函数的系数方程, 为

$$\frac{\partial q_n}{\partial t} + \frac{\partial q_n}{\partial x} - v_{n-1} = 0 \tag{13}$$

$$\frac{\partial r_n}{\partial t} - \frac{\partial r_n}{\partial x} + (n+1)v_{n+1} = 0 \tag{14}$$

$$\frac{\partial v_n}{\partial t} + \frac{1}{2}(n+1)q_{n+1} - \frac{1}{2}r_{n-1} = 0 \tag{15}$$

这是模式的基本方程。

进而, 如果消去 v_n, 则给出[13, 14]

$$\frac{\partial q_0}{\partial t}+\frac{\partial q_0}{\partial x}=0 \tag{16}$$

$$\frac{\partial^2 q_1}{\partial t^2}+\frac{\partial^2 q_1}{\partial t\partial x}+\frac{1}{2}q_1=0 \tag{17}$$

$$\frac{\partial^3 q_{n+2}}{\partial t^3}-\frac{\partial^3 q_{n+2}}{\partial t\partial x^2}+\frac{1}{2}(2n+3)\frac{\partial q_{n+2}}{\partial t}-\frac{1}{2}\frac{\partial q_{n+2}}{\partial x}=0 \tag{18}$$

$$\frac{\partial^3 r_n}{\partial t^3}-\frac{\partial^3 r_n}{\partial t\partial x^2}+\frac{1}{2}(2n+3)\frac{\partial r_n}{\partial t}-\frac{1}{2}\frac{\partial r_n}{\partial x}=0 \tag{19}$$

此外尚有

$$\frac{\partial^2 q_{n+2}}{\partial t^2}+\frac{\partial^2 q_{n+2}}{\partial t\partial x}+\frac{1}{2}(n+2)q_{n+2}-\frac{1}{2}r_n=0 \tag{20}$$

$$\frac{\partial^2 r_n}{\partial t^2}-\frac{\partial^2 r_n}{\partial t\partial x}+\frac{1}{2}(n+1)r_n-\frac{1}{2}(n+1)(n+2)q_{n+2}=0 \tag{21}$$

$$(n+1)\left(\frac{\partial q_{n+2}}{\partial t}+\frac{\partial q_{n+2}}{\partial x}\right)+\frac{\partial r_n}{\partial t}-\frac{\partial r_n}{\partial x}=0 \tag{22}$$

在导出上面这些方程时未引进任何的简化。

注意到, 方程(16) 是 Kelvin 波方程, (17) 是 Rossby 重力混合波方程, 由色散公式可知式(18), (19) 是包含重力惯性波和 Rossby 波的 Matsuno 方程[15]。方程(15) 如略去经圈速度的变化, 则简化成

$$r_n=(n+2)q_{n+2} \tag{23}$$

这是纬圈地转平衡, 也即

$$\frac{1}{2}yu=-\frac{\partial \varphi}{\partial y} \tag{24}$$

3 重力惯性波方程

注意到, 在方程(18) 和(19) 中, 包含了高频的重力惯性波和低频的 Rossby 波, 如果略去方程中不带时间的项, 而这一项众所周知是由于行星涡度梯度所造成, 由它而产生 Rossby 波, 于是方程中的高频的重力惯性波方程为

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{\partial^2 q_{n+2}}{\partial t^2}-\frac{\partial^2 q_{n+2}}{\partial x^2}+\frac{1}{2}(2n+3)q_{n+2}\right]=0 \tag{25}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{\partial^2 r_n}{\partial t^2}-\frac{\partial^2 r_n}{\partial x^2}+\frac{1}{2}(2n+3)r_n\right]=0 \tag{26}$$

对时间积分, 得到

$$L_k(q_{n+2},r_n)=\begin{cases}\left[\dfrac{\partial^2 q_{n+2}}{\partial t^2}-\dfrac{\partial^2 q_{n+2}}{\partial x^2}+\dfrac{1}{2}(2n+3)q_{n+2}\right]_{t=0}\\[2ex]\left[\dfrac{\partial^2 r_n}{\partial t^2}-\dfrac{\partial^2 r_n}{\partial x^2}+\dfrac{1}{2}(2n+3)r_n\right]_{t=0}\end{cases} \tag{27}$$

式中

$$L_k=\frac{\partial^2}{\partial t^2}-\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{1}{2}(2n+3)$$

为 Klein 波动算子, 在这里描写的是重力惯性波。

应用方程(20)～(23)到方程(27)的右端, 给出

$$L_k(q_{n+2}) = \left[-\frac{\partial v_{n+1}}{\partial x} + \frac{1}{2}(n+1)q_{n+2} + \frac{1}{2}r_n\right]_{t=0} \equiv F_q(x,0) \tag{28}$$

$$L_k(r_n) = \left[-(n+1)\left(\frac{\partial v_{n+1}}{\partial x} - \frac{1}{2}(n+2)q_{n+2} - \frac{1}{2}r_n\right) + \frac{1}{2}r_n\right]_{t=0} \equiv F_r(x,0) \tag{29}$$

容易看出, 这两个方程的右端是位势涡度的一种形式, 于是方程(28), (29)表明, 除初始条件外, 重力惯性波是在初始时刻的位势涡度作用下激发出来的。

4 位势涡度时间不变式

将式(15)写成

$$\frac{\partial v_{n+1}}{\partial t} + \frac{1}{2}(n+2)q_{n+2} - \frac{1}{2}r_n = 0 \tag{30}$$

取对 x 的微商, 给出

$$\frac{\partial^2 v_{n+1}}{\partial t\partial x} + \frac{1}{2}(n+2)\frac{\partial q_{n+2}}{\partial x} - \frac{1}{2}\frac{\partial r_n}{\partial x} = 0 \tag{31}$$

应用式(13)和(14)消去 $\frac{\partial q_{n+2}}{\partial x}$ 和 $\frac{\partial r_n}{\partial x}$, 得到

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{\partial v_{n+1}}{\partial x} - \frac{1}{2}(n+2)q_{n+2} - \frac{1}{2}r_n\right] = -\frac{1}{2}v_{n+1} \tag{32}$$

对时间积分, 给出

$$\frac{\partial v_{n+1}}{\partial x} - \frac{1}{2}(n+2)q_{n+2} - \frac{1}{2}r_n = \left[\frac{\partial v_{n+1}}{\partial x} - \frac{1}{2}(n+2)q_{n+2} - \frac{1}{2}r_n\right]_{t=0} - \frac{1}{2}\int v_{n+1}\mathrm{d}t \tag{33}$$

考虑到经圈速度将以重力惯性波的形式变化, 由于运动是振荡的, 因此当积分时间充分长时, 其积分值会变得很小, 由此有近似式

$$\frac{\partial v_{n+1}}{\partial x} - \frac{1}{2}(n+2)q_{n+2} - \frac{1}{2}r_n = \left[\frac{\partial v_{n+1}}{\partial x} - \frac{1}{2}(n+2)q_{n+2} - \frac{1}{2}r_n\right]_{t=0} \tag{34}$$

即为位势涡度的时间不变式。事实上, 由位势涡度不变式[9, 11]

$$\left[\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{1}{2}y\varphi\right] = \left[\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{1}{2}y\varphi\right]_{t=0} \tag{35}$$

应用 Weber 函数展开及循环公式(11), (12)后即可得到式(34)。

5 非地转风的频散

设非地转风或地转偏差为

$$X_{n+1} = \frac{1}{2}\left[r_n - (n+2)q_{n+2}\right] \tag{36}$$

事实上由式(15), 此即为 $\partial v_{n+1}/\partial t$, 现在分析地转偏差随时的变化, 如一旦地转偏差趋于零, 即意味着纬圈地转平衡建立。

将方程(29)乘以 $\frac{1}{2}$, 减去乘以 $\frac{1}{2}(n+2)$ 后的方程(28), 于是得到

$$L_k(X_{n+1}) = \frac{1}{2}\frac{\partial v_{n+1}}{\partial x}\bigg|_{t=0} \equiv F_{v,n+1}(x,0) \tag{37}$$

如运动的纬圈尺度很大, 则经圈风的纬圈梯度很小, 这时上式简化成

$$L_k(X_{n+1}) = 0 \tag{38}$$

设方程(37)的初始条件为

$$t = 0, \qquad X_{n+1} = \Phi_{1,n+1} \tag{39}$$

$$t = 0, \qquad \frac{\partial X_{n+1}}{\partial t} = \Phi_{2,n+1} \tag{40}$$

边界条件为

$$x \to \infty, \qquad X_{n+1} \to 0 \tag{41}$$

应用傅氏方法或拉普拉斯变换, 容易求得问题的解为

$$\begin{aligned} X_{n+1} = {} & \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\Phi_{1,n+1}(x')\frac{J_1\left(\sqrt{\frac{1}{2}(2n+3)}\sqrt{t^2-(x-x')^2}\right)}{\sqrt{t^2-(x-x')^2}}\mathrm{d}x' + \\ & \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\Phi_{2,n+1}(x')J_0\left(\sqrt{\frac{1}{2}(2n+3)}\sqrt{t^2-(x-x')^2}\right)\mathrm{d}x' + \\ & \frac{1}{2}\int_0^t\int_{-\infty}^{\infty}F_{v,n+1}(x')J_0\left(\sqrt{\frac{1}{2}(2n+3)}\sqrt{t'^2-(x-x')^2}\right)\mathrm{d}x'\mathrm{d}t' \end{aligned} \tag{42}$$

注意到, 由 Bessel 函数 J_1 和 J_0 的性质, 当时间充分长时, 上式前面两项很快消失, 其主要贡献部分为

$$X_{n+1} \approx \frac{1}{2}\int_0^t\int_{-\infty}^{\infty}F_{v,n+1}(x,0)J_0\left(\sqrt{\frac{1}{2}(2n+3)}\sqrt{t'^2-(x-x')^2}\right)\mathrm{d}x'\mathrm{d}t' \tag{43}$$

在文献[9]已讨论过, 式(43)的值即使当 $t \to \infty$ 时仍趋于有限。

由此得到一个重要的结论, 只有当初始扰动中经圈风的纬圈梯度很小时, 地转偏差才会随着重力惯性波的频散而消失, 并建立起纬圈地转平衡。事实上, 这正是 Gill 模式成立的条件, 因为是长波, 因此物理量的纬圈梯度是不大的, 这时方程(37)可用式(38)来近似, 而方程(38)表明当时间充分大时纬圈地转平衡将建立。

6　纬圈地转适应后的运动

当地转偏差频散后, 有纬圈地转平衡式(23), 重新写为

$$r_n = (n+2)q_{n+2} \tag{44}$$

将此式代入位势涡度时间不变式(34), 得出

$$\frac{\partial v_{n+1}}{\partial x} - r_n = \left[\frac{\partial v_{n+1}}{\partial x} - \frac{1}{2}(n+2)q_{n+2} - \frac{1}{2}r_n\right]_{t=0} \tag{45}$$

在另一方面, 式(43)表明, 当时间充分大时, $\partial X_{n+1}/\partial t \to 0$, 将此条件应用到式(13)和式(14), 立即得到

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[(n+2)q_{n+2} + r_n\right] = (2n+3)v_{n+1} \tag{46}$$

将此式与式(45)消去 v_{n+1}，再用式(44)消去 q_{n+2}，最后得到

$$\frac{\partial^2 r_n}{\partial x^2}-\left(n+\frac{3}{2}\right)r_n=\left(n+\frac{3}{2}\right)\left[\frac{\partial v_{n+1}}{\partial x}-\frac{1}{2}(n+2)q_{n+2}-\frac{1}{2}r_n\right]_{t=0}\equiv\Omega_n(x,0) \tag{47}$$

右端为初始时刻的位势涡度。

设方程(47)的边界条件为

$$x\to\infty,\qquad r_n\to 0 \tag{48}$$

于是解为

$$r_n=\int_{-\infty}^{\infty}G(x,\xi)\,\Omega_n(\xi,0)\,\mathrm{d}\xi \tag{49}$$

其中Green函数为

$$\begin{aligned}&-\infty<x<\xi,\qquad G(x,\xi)=-\sqrt{n+\frac{3}{2}}\,\mathrm{e}^{-\sqrt{n+\frac{3}{2}}(\xi-x)}\\&\xi<x<\infty,\qquad G(x,\xi)=-\sqrt{n+\frac{3}{2}}\,\mathrm{e}^{-\sqrt{n+\frac{3}{2}}(x-\xi)}\end{aligned} \tag{50}$$

当 r_n 求得后，由纬圈地转平衡可求得 q_{n+2}，而由(46)算出 v_{n+1}，于是纬圈地转适应后的场全部算出。由于应用了位势涡度时间不变式(34)，这样就不需求解方程(28)和(29)，这就是位势涡度不变式带来的方便。

7 Kelvin 波和 Rossby-重力混合波

至此，在Weber函数展开式中，尚有两个模需要处理。对赤道对称的运动要处理 q_0，对赤道反对称运动要处理 q_1。前者由方程(16)控制，它描写的是Kelvin波，后者由方程(17)控制，它描写的是Rossby-重力混合波。

先讨论Kelvin波。设初始扰动为

$$t=0,\qquad q_0=q_0^0(x) \tag{51}$$

则方程(16)的解为

$$q_0=q_0^0(t-x),\qquad t>x \tag{52}$$

这是一个非色散的向东(即下游)传播的行波。注意到，如 $q_0^0(x)$ 只在一个有限区域中有值，则在这个区域的上游(区域西侧) q_0 为零，因为没有信号从西边传过来。在区域以东，即使在超出 $q_0^0(x)$ 所在的区域，这时仍有解，但解只存在 $t>x$ 的区域中，因为超过这个区域Kelvin波的信号尚未传到。

但是注意到，Kelvin波要求纬圈地转平衡，因此它已属于纬圈半地转适应后的发展或演变运动，将不参与半纬圈地转适应过程。

对于Rossby-重力混合波，设方程(17)的初始条件为

$$t=0,\qquad q_1^0=\Phi_1(x),\qquad \frac{\partial q_1^0}{\partial t}=\Phi_2(x) \tag{53}$$

边界条件为

$$x\to-\infty,\qquad q_1\to 0 \tag{54}$$

应用拉普拉斯变换，方程(17)给出

$$\frac{d\hat{q}_1}{dx} + \left(s + \frac{1}{2s}\right)\hat{q}_1 = \frac{1}{s}\left(s\Phi_1 + \frac{d\Phi_1}{dx} + \Phi_2\right) \tag{55}$$

解为

$$\hat{q} = \int_{-\infty} e^{-\left(s+\frac{1}{2s}\right)(x-x')} \frac{1}{s}\left(s\Phi_1 + \frac{d\Phi_1}{dx'} + \Phi_2\right) dx' \tag{56}$$

当时间很小即 s 很大时, 上式简化成

$$\hat{q}_1 = \int_{-\infty} e^{-s(x-x')}\Phi_1(x')\,dx' \tag{57}$$

反变换给出

$$q_1 = \int_{-\infty}\left\{\delta[t-(x-x')]\,\Phi_1(x')\right\}dx' \tag{58}$$

即为

$$q_1 = \Phi_1(t-x), \qquad t > x \tag{59}$$

显然, 这是混合波中的重力波波段。自然, 这一波段将参与地转适应过程, 因此只有当重力波传过的区域, 场才完成适应过程。

当时间很大即 s 很小时, 可略去(56) 括号中的 $s\Phi_1$, 于是有近似式

$$\hat{q}_1 = \int_{-\infty} e^{-\frac{1}{2s}(x-x')} \frac{1}{s}\left(\frac{d\Phi_1}{dx'} + \Phi_2\right) dx' \tag{60}$$

反变换给出

$$q_1 = \int_{-\infty} J_0\left(\sqrt{2(x-x')t}\right)\left(\frac{d\Phi_1}{dx'} + \Phi_2\right) dx' \tag{61}$$

这是混合波中的 Rossby 波波段。由 Bessel 函数的性质, 这个解虽然当时间充分大时其值趋于零, 但在物理上它应归到发展运动中去。由于适应后的发展运动是纬圈半地转平衡的长波, 而混合波中的 Rossby 波波段, 属于短波性质, 因此并不一定需要考虑。

Kelvin 波和 Rossby-重力混合波的 Rossby 波波段只应参加到发展过程中去, 这是热带大气和海洋动力学要讨论的特殊问题, 我们将在另文中讨论。

参考文献

1 Rossby C G. On the mutual adjustment of pressure and velocity distribution in certain simple current system I. J Mar Res, 1937, 1: 15-28

2 Rossby C G. On the mutual adjustment of pressure and velocity distribution in certain sample current system II. J Mar Res, 1938, 2: 239-263

3 Oboukhov A M. The problem of the geostrophic adaptation, Izvestiya of Academy of Science USSR, Ser. Geography and Geophysics, 1949, 13, 281-289

4 Yeh T C. On the formation of quasi-geostrophic motion in the atmosphere. J Meteor Soc Japan: The 75th Anniversary, 1957, 130-134

5 曾庆存. 大气中的适应过程和发展过程(一) 和(二). 气象学报, 1963, 33: 163～174, 281～289

6 叶笃正, 李麦村. 大气运动的适应问题. 北京: 科学出版社, 1956

7 叶笃正, 巢纪平. 论大气运动的多时态特征—— 适应、发展和准定常演变. 大气科学, 1998, 22: 385～398

8 Gill A E. Some simple solution for heat induced tropical circulation, Quart, J Roy Meteor Soc, 1980, 106, 447-462

9 Chao J P, Lin Y H. The foundation and movement of tropical semi-geostrophic adaptation. Acta Meteor Sinica,

1996, 10, 129- 141

10 Chao J P, Lin Y H. The motion of tropical semi-geostrophic adaptation. In: IAP CAS, eds. From Atmospheric Circulation to Global Change. Beijing: Chins Meteorelogical Press, 1996. 237- 246

11 林永辉, 巢纪平. 热带半地转适应过程. 中国科学(D 辑), 1997, 27, 566～573

12 Gill A E, Clarke A J. Wind-inducing upwelling, coastal current and sea-level changs. Deep Sea Res, 1974, 21, 325- 345

13 Aderson D L J, Rowlands P B. The role of inertia- gravity and planetary waves in the response of a tropical ocean to the incidence of an equatorial Kelvin wave on a meridional boundary. J Mar Res, 1976, 34, 295- 312

14 Anderson D L J, Rowlands P B. The Somali Current response to southwest monsoon: the relative importance of local and remote forcing. J Mar Res, 1976, 34, 395- 417

15 Matsuno T. Quasi-geostrophic motion in the equatorial area. J Meteor Soc, Japan, 1966, 44, 25- 43

ON THE FOUNDATION OF ZONAL SEMI-GEOSTROPHIC MOTION IN TROPICS

Chao Jiping

(*National Research Center for Marine Environmental Forecasts, Beijing*, 100081)

Abstract

On the equatorial β-plane the foundation of zonal semi-geostrophic motion is investigated. It is indicated that, only under the condition that the zonal scale is large, the non-geostrophic wind is dispersed with the dispersion of gravity-inertia wave, and the time conservation of the vorticity is established. The Kelvin wave and Rossby short wave in mixed wave will participate the evolution stage not participate the adjustment stage of motion.

Key words: Zonal semi-geostrophic motion, Gravity-inertia wave, The time conesrvation of the vorticity.