

# 热岛环流的动力学分析\*

桑建国 张治坤 张伯寅

(北京大学地球物理系,北京,100871)

## 摘 要

文中根据线性化的大气方程组求得了城市热岛环流的理论模式。利用此模式分析了温度场和流场的三维结构,并和观测结果做了对比。在解析解中,研究了大气条件诸如风速、湍流扩散系数、Rayleigh 摩擦以及层结的影响,同时讨论了重力波对温度分布垂直结构的效应。

**关键词:**热岛,温度交叉,重力波,辐合中心。

## 1 引 言

通常城市地区的地面温度高于周围的乡村和郊区,这种现象称为城市热岛。城市热岛是由于城市特殊的热力和机械性质引起的,例如粗糙度、热容量、反照率、蒸发、建筑物对辐射的多次反射、人工加热等等,而其中人工加热和粗糙度是两个最重要的因子。根据 Bornstein 的分析<sup>[1]</sup>,当风速低于  $4 \text{ m s}^{-1}$ ,加热起控制作用,此时城乡之间的温差非常显著,而当风速高于  $4 \text{ m s}^{-1}$ ,粗糙度起主要作用,温差不很明显。因此严格地说,城市热岛只能发生在弱风的条件下。

观测表明<sup>[2]</sup>,典型的热岛环流发生在弱风、有强逆温的晴夜,并具有下述特征:

1) 暖中心出现在城市的下风部分,通常并不与城市加热中心重合;2) 尽管郊区覆着强逆温,城区上空是一浅薄的中性或不稳定层;3) 城市上空  $300 \sim 500 \text{ m}$  高度上的温度比周围乡村同一高度上的温度低,这种温度交叉(cross-over)效应经常出现在热岛环流中;4) 城市近地层的水平风场是辐合的,风速比周围郊区强;5) 气流在城区上风部分下沉、在下风部分抬升。

已有若干二维的解析研究<sup>[3~5]</sup>用于分析热岛环流的动力学性质。但三维模式至今仍然少见。在本文中利用线性化的三维大气动力学方程组得到的解析解用以研究热岛环流的三维特征。这个解析模式可能有助于从动力学的观点,更好地理解这个环流的性质。

## 2 解析模式

为了求得线性化大气方程组的解析解,做了下述一些简化:

1) 由于热岛环流变化很慢,系统可假定是定常的;2) 环流的厚度  $D$  约为几百米,长度  $L$  为几公里,比值  $L/D$  总是大于 10,因此 Boussinesq 假定成立;3) 平流的时间尺度  $L/U$  远大于浮力周期  $2\pi/N$ (其中  $U$  为平均风速, $N$  为浮力频率),环流可认为是准静力的;4) 根据 Olfe 和 Lee 的研究<sup>[3]</sup>,在热岛问题中地转作用是可忽略的;5) 假定了 Rayleigh 摩擦;6)

\* 初稿时间:1998 年 11 月 13 日;修改稿时间:1999 年 4 月 14 日。  
资助课题:国家自然科学基金支持项目。

Rayleigh 系数  $\mu$ , 湍流扩散系数  $K$ , 平均位温梯度  $\beta = \frac{d\theta_0}{dz}$  和平均风速  $U$  都为常数。

依上述, 简化了的方程组可写为

$$U \frac{\partial u}{\partial x} = -\theta_0 \frac{\partial \pi}{\partial x} - \mu u \quad (1)$$

$$U \frac{\partial v}{\partial x} = -\theta_0 \frac{\partial \pi}{\partial y} - \mu v \quad (2)$$

$$\theta_0 \frac{\partial \pi}{\partial z} = -\frac{g}{\theta_0} \theta \quad (3)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial x} + \beta w = K \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \quad (4)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

其中  $u, v, w, \pi$  和  $\theta$  为扰动量, Exner 函数  $\pi$  定义为  $\pi = c_p(p/p_0)^{R/c_p}$ ,  $p_0 = 1000$  hPa,  $x$  轴取为平均风  $U$  的方向。

边条件设为

$$w = 0 \quad \text{当 } z = 0 \text{ 及 } z \rightarrow \infty \quad (6)$$

$$\theta = 0 \quad \text{当 } z \rightarrow \infty \quad (7)$$

$$-K \frac{\partial \theta}{\partial z} = F(x, y) \quad \text{当 } z = 0 \quad (8)$$

其中  $F(x, y)$  是扰动热通量的分布, 它是由城市人工加热引起的, 为运算方便, 它取成二重 Gauss 分布

$$F(x, y) = f_0 \exp(-x^2/a^2 - y^2/b^2) \quad (9)$$

其中  $f_0$  是加热中心处的通量值,  $a$  和  $b$  是表示加热分布的距离参数。

上述变量通过 Fourier 变换由物理空间转换到波数空间。

$$\phi(x, y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\phi}(k, l, z) \exp(ikx) \exp(il y) dk dl \quad (10)$$

其中  $\phi$  可表代  $u, v, w, \pi, \theta$  或  $F$ ,  $\tilde{\phi}(k, l)$  是它们的 Fourier 分量, 具有波数  $(k, l)$ 。

将式(10)代入方程(1)~(5), 消去  $\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}$  和  $\tilde{\pi}$ , 可得到  $\tilde{\theta}$  的 4 阶常微分方程,

$$\frac{d^4 \tilde{\theta}}{dz^4} - \frac{ikU}{K} \frac{d^2 \tilde{\theta}}{dz^2} + \frac{k^2 + l^2}{ikU + \mu \theta_0} \frac{g}{K} \tilde{\theta} = 0 \quad (11)$$

边条件(6)~(8)将变为

$$\tilde{\theta} = 0 \quad \text{当 } z \rightarrow \infty \quad (12)$$

$$-K \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial z} = \tilde{F} \quad \text{当 } z = 0 \quad (13)$$

其中热通量的 Fourier 分量为

$$\tilde{F}(k, l) = \frac{f_0}{2\pi} \frac{ab}{2} \exp(-a^2 k^2/4) \exp(-b^2 l^2/4) \quad (14)$$

条件(12)要求方程(11)的解具有形式

$$\tilde{\theta} = Ae^{-\lambda_1 z} + Be^{-\lambda_2 z} \quad (15)$$

其中  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  的实部必须是正的,以保证当  $z \rightarrow \infty$  时,  $\theta$  趋于零。于是我们取

$$\lambda_1 = + \left[ \frac{1}{2} \frac{ikU}{K} + \frac{1}{2} \left( -\frac{k^2 U^2}{K^2} - 4 \frac{k^2 + l^2}{ikU + \mu \theta_0} \frac{g}{K} \right)^{1/2} \right]^{1/2} \quad (16)$$

$$\lambda_2 = - \left[ \frac{1}{2} \frac{ikU}{K} - \frac{1}{2} \left( -\frac{k^2 U^2}{K^2} - 4 \frac{k^2 + l^2}{ikU + \mu \theta_0} \frac{g}{K} \right)^{1/2} \right]^{1/2} \quad (17)$$

为了解出  $A$  和  $B$ ,除了式(13),我们还需要另一个  $z = 0$  处的边条件。为此由方程(4)我们得到

$$ikU\theta + \beta\tilde{w} = K \frac{d^2\theta}{dz^2} \quad (18)$$

将  $z = 0$  处的  $\tilde{w} = 0$  代入式(18),得

$$\frac{d^2\theta}{dz^2} = \frac{ikU}{K}\theta \quad \text{当 } z = 0 \quad (19)$$

根据式(13)和(19),得出  $A$  和  $B$  于是有

$$\theta = \frac{\tilde{F}/K}{(\lambda_1\lambda_2 + ikU/K)(\lambda_2 - \lambda_1)} [(\lambda_2^2 - ikU/K)e^{-\lambda_1 z} + (ikU/K - \lambda_1^2)e^{-\lambda_2 z}] \quad (20)$$

进一步,可得到其他变量的解

$$\tilde{w} = \frac{\lambda_1^2 \lambda_2^2 \tilde{F}/\beta}{(\lambda_1\lambda_2 + ikU/K)(\lambda_2 - \lambda_1)} (e^{-\lambda_1 z} - e^{-\lambda_2 z}) \quad (21)$$

$$\tilde{u} = \frac{\lambda_1^2 \lambda_2^2 \tilde{F}/\beta}{(\lambda_1\lambda_2 + ikU/K)(\lambda_2 - \lambda_1)} \frac{ik}{k^2 + l^2} (-\lambda_1 e^{-\lambda_1 z} + \lambda_2 e^{-\lambda_2 z}) \quad (22)$$

以及  $\tilde{v}$  和  $\tilde{\pi}$ 。最后将它们代入式(10),就可得到热岛环流中  $u, v, w, \pi$  和  $\theta$  的三维分布。

### 3 结果与讨论

本节中我们将讨论热岛的动力性质以及模式参数对环流的影响。由解式(20)~(22)可见,环流强度正比于热通量。显然后者是一重要的量。根据统计<sup>[6,7]</sup>,在中纬度的大城市如北京或纽约,冬季人工加热量约为  $H = 50 \sim 200 \text{ W m}^{-2}$ ,于是我们可取式(9)中的通量  $f_0$  为  $f_0 = H/c_p\rho_0 \approx 0.07 \text{ (Km s}^{-1}\text{)}$ ,其中  $c_p = 1005 \text{ J(kg}^{-1}\text{K}^{-1}\text{)}$ ,空气密度为  $\rho_0 = 1.3 \text{ kg/m}^3$ ,加热分布函数(9)中,取  $a = b = 6.8 \text{ km}$ ,代表一个水平范围约  $20 \text{ km}$  的圆形城市。

在第一个例子中(例1),取大气参数为  $U = 2 \text{ m s}^{-1}$ ,  $K = 1 \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ ,  $\mu = 10^{-3}\text{s}^{-1}$ ,  $\beta = 0.005 \text{ Km}^{-1}$ ,代表小风、弱稳定的大气。图1显示例1中地面温

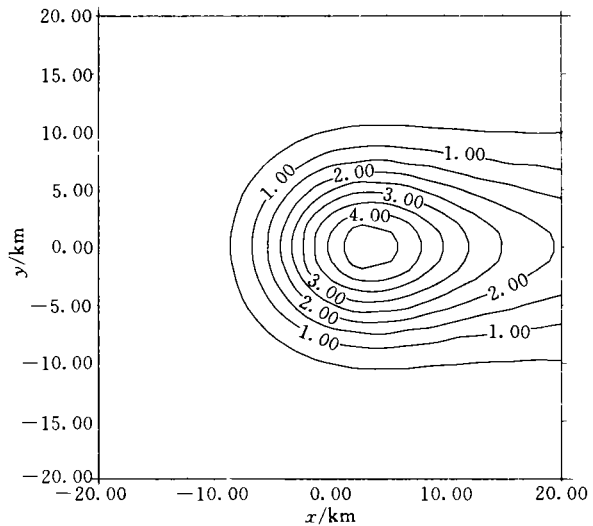


图1 例1中地面温度的水平分布(其中参数为  $f_0 = 0.07 \text{ Km s}^{-1}$ ,  $a = b = 6.8 \text{ km}$ ,  $U = 2 \text{ m s}^{-1}$ ,  $\mu = 10^{-3}\text{s}^{-1}$ ,  $K = 1 \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ ,  $\beta = 0.005 \text{ K m}^{-1}$ 。等温线间隔为  $0.5^\circ\text{C}$ )

度扰动量的水平分布。它表明暖中心具有强度  $4.9\text{C}$ ，位于城市的下风区域。热羽伸展至城市下风外围部分。图2显示地表处扰动水平风场  $(u, v)$  的分布。它表明气流在城市区域辐合。风向量指向辐合中心，最大值约为  $1\text{ m s}^{-1}$ 。因此如果平均风很弱，在城市下风边缘可能出现反向气流。

图3显示通过市中心的垂直剖面上的流场  $(u, w)$ 。图中可见，气流在城市下风区域抬升，而在其他部分则是较弱的下沉气流。这可以解释城市下风部分对流云和降水高发的原因，尽管上升运动并不很强。

如果式(9)中的  $a$  和  $b$  不一样。例如  $b = a/2$ ，则  $F(x, y)$  表示一个狭长城市的热通量分布。在例2中，所有参数都与例1相同，但取  $b = a/2 = 3.4\text{ km}$ ，这表示这一狭长城市是顺风排列的。图4给出例2中的地面温度分布。热岛分布也变得狭长，但其中心位置和强度和例1差不多相同。例3中  $a = b/2 = 3.4\text{ km}$ ，表示气流横穿过这个狭长城市。图5表明在此例中，热岛变弱，下风向伸展距离变短。这表明适当的城市布局，可能有助于减轻热岛效应。

大气参数如平均风速  $U$ 、层结  $\beta$ 、湍流扩散系数  $K$  和 Rayleigh 摩擦系数  $\mu$  都对热岛环流产生影响。观测表明<sup>[1]</sup> 风速在热岛环流中有决定性作用。理论研究<sup>[5]</sup> 已证明，热岛强度随风速增加而减弱，当风速大于  $6\text{ m s}^{-1}$ ，城市加热作用实际上可以忽略。因此如前所述强热岛都发生在弱风和静风条件下。

例4给出一典型的热岛环流，其中大气参数和例1相同，但是取  $U = 1\text{ m s}^{-1}$ ， $\beta = 0.02\text{ Km}^{-1}$ 。这表示大气条件为非常弱的平均风场，并有较强的郊区逆温。图6显示例4中温度分布的垂直剖面，郊区逆温具有强度  $\frac{\partial T}{\partial z} = 1\text{C}/100\text{ m}$ ，水平伸展至上风向郊区。进入城市后气层变为不稳定，在城市上空不稳定层向上伸展到  $150\text{ m}$  高度左右。在  $250\text{ m}$  高度以上，城区上空的温度比上风向和下风向郊区都低，这正是温度交叉现象。

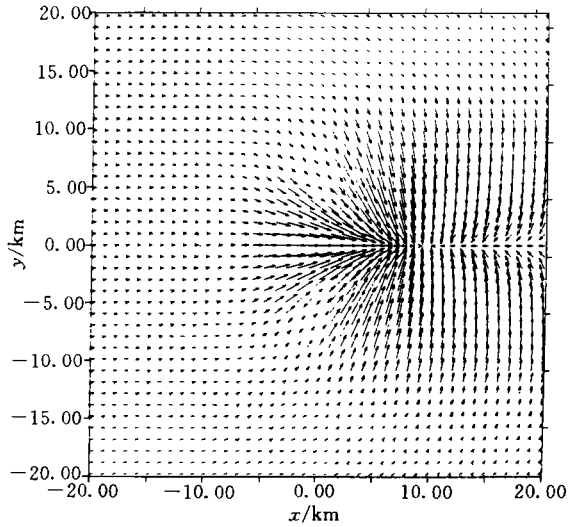


图2 例1中地面水平风扰动量  $(u, v)$  的分布 (风向量最大值约为  $1\text{ m s}^{-1}$ )

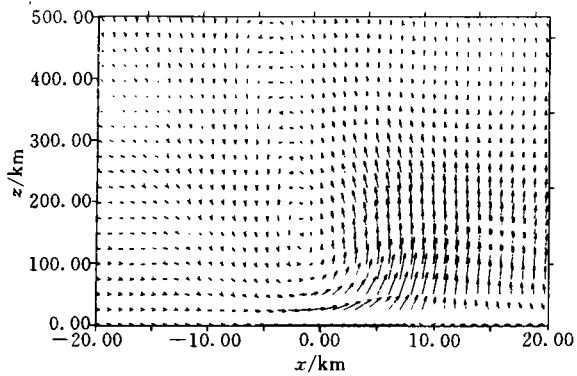


图3 例1中通过市中心垂直剖面上扰动速度  $(u, w)$  的分布 (其中  $w$  值放大了40倍,  $w$  的最大值约为  $2\text{ cm s}^{-1}$ )

在解(20)~(22)中, $\lambda$ 的实部  $Re\{\lambda\}$  表示  $e$  折叠距离的倒数,在这段距离上扰动减少到其开始值的  $e^{-1}$ ,而其虚部  $Im\{\lambda\}$  代表向上传播的重力波的垂直波数。如式(16)和(17)所示, $K$ 和 $\mu$ 都影响  $Re\{\lambda\}$ 和 $Im\{\lambda\}$ 的数值。Olfe和Lee<sup>[3]</sup>的研究证明了  $K$ 的增加引起  $Re\{\lambda\}$ 的减少和  $Im\{\lambda\}$ 的增加,这前一效应使扰动随高度衰减的过程减慢,而后一效应则使正向扰动的层加厚。

根据式(20),位温扰动量 $\theta$ 与  $K$ 成反比关系,即  $K$ 的增加会使 $\theta$ 减小。但从扰动传播角度看, $K$ 增加会使受扰层的厚度增加,使扰动随高度的衰减变缓。这个关系的物理意义是明确的。热岛扰动源是在地面处,湍流扩散作用使加热向上扩散,减少了近地面处的热扰动强度,而且湍流扩散愈强,即  $K$ 值愈大,热岛边界层愈厚。

Rayleigh系数 $\mu$ 同样影响  $Re\{\lambda\}$ 和 $Im\{\lambda\}$ 的数值。图7表示例5中的温度分布。在此例中大气参数和例4相同,但是 $\mu$ 取为 $\mu = 10^{-4} s^{-1}$ 。图7中温度分布的主要特征与图6相似。但是不稳定层更薄,而交叉现象发生的高度更低。这表明本例中在  $e^{iIm\{\lambda\}z}$ 项中的垂直波长,即  $2\pi/Im\{\lambda\}$ 较小,因此温度扰动在较低的高度上(如图7所示150 m左右)即改变了位相。

由此可以证明,城市表面加热所激发的重力波对热岛温度垂直结构起重要作用。图7还显示出在200 m高度以上等温线呈波动形式,其等位相线向上游倾斜,这表明重力波是向上传播的,它向上传输波动能量,向下传输动量。

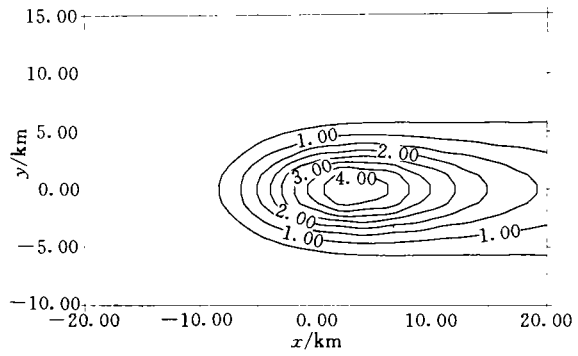


图4 例2,说明同图1,但取  $b = a/2 = 3.4$  km

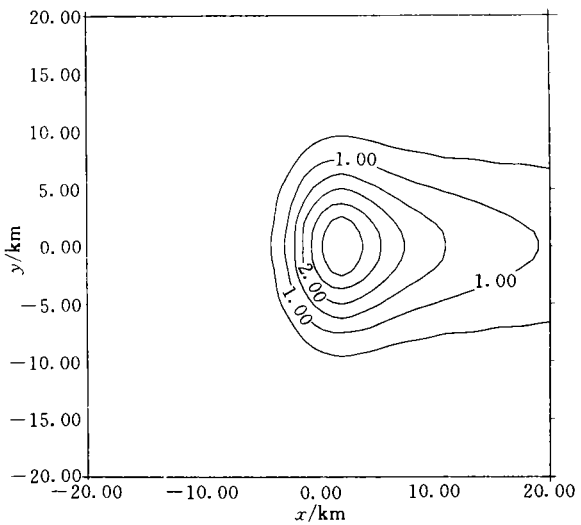


图5 例3,说明同图1,但取  $a = b/2 = 3.4$  km

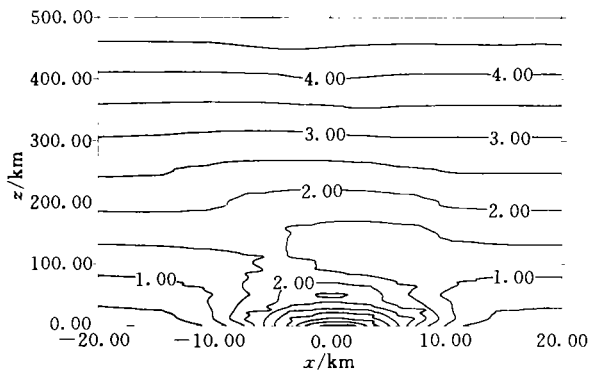


图6 例4中  $x-z$  剖面上的温度分布  
(大气参数同例1,但取  $U = 1$  m  $s^{-1}$ ,  $\beta = 0.02$  K  $m^{-1}$ )

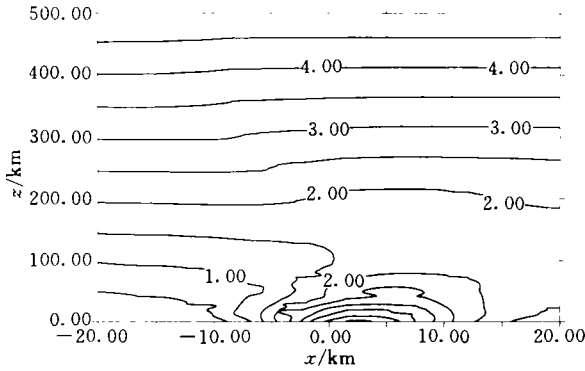


图7 例5,说明同图6,但取  $\mu = 10^{-4} \text{s}^{-1}$

#### 4 小结

本文导出了纯热力作用形成的城市热岛环流的解析解。所谓纯热力作用,即是不考虑城市建筑引起的地表粗糙度变化。热力作用在小风稳定情况下表现尤为明显,这也是造成最严重城市空气污染的条件,因而这类城市环流的研究,格外受到重视。

在解析模式的推导中,考虑了形成热岛环流的各种热力因素,如加热强度、城市形状、风速、稳定度以及湍流扩散和湍流粘性作用。因而模式反映了热岛环流观测现象的主要特征。

此理论解还揭示了热岛环流的垂直结构。扰动在垂直方向上的分布,是由重力波上传过程造成的。其垂直方向上的波数是稳定度  $\beta$  和风速  $U$  的函数,同时也与湍流扩散和粘性系数  $K$  和  $\mu$  有关。上传波的振幅是衰减的,其衰减指数也是上述大气条件的函数。

上述模式除了讨论扰动量的空间分布,还可用于研究热岛环流引起的通量,如  $uw$ ,  $w\theta$  以及扰动动量  $\frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2)$  的空间分布。因而对热岛环流观测研究的设计可提供参考和指导。

和非线性数值模拟研究相比,线性理论模式更清楚地揭示了热岛扰动的波动性质,反映了交叉效应出现的规律,例如城乡上空温差的强度、分布高度和范围等。而相当多的数值模式<sup>[8~10]</sup>,由于差分格式中加入了较强的滤波,消除了扰动在垂直方向上的传播,不能模拟出温度扰动在垂直方向上的位相变化,因而表现不出交叉效应。

#### 参考文献

- 1 Bornstein R D. Observation of the urban heat island effect in New York City. *J Appl Meteor*, 1968, 7: 575—582
- 2 Garstang M, Tyson P D, Emmitt G D. The structure of heat island. *Rev Geophys Space Phys*, 1975, 13: 139—165
- 3 Olfe D B, Lee R L. Linearized calculations of urban heat island convection effects. *J Atmos Sci*, 1971, 28, 1374—1388
- 4 Hsu H M. Study of linear steady atmospheric flow above a finite surface heating. *J Atmos Sci*, 1987, 44, 186—199
- 5 Sang Jianguo. A theoretical study on the urban heat island effect. *Acta Meteor Sinica*, 1987, 1(1): 112—117
- 6 北京气象局资料室,北京城市气候.北京:气象出版社,1996

- 7 Oke T R. Boundary Layer Climates. Methane Co, London, 1987
- 8 Bornstein R D. The two-dimensional URBMET urban boundary layer model. *J Appl Meteor*, 1975, 14, 1459—1477
- 9 Vukovich F M, King W J, Dunn J W, et al. J J, Observations and simulations of the diurnal variation of urban heat island circulation and associated variations of the ozone distribution; A case study. *J Appl Meteor*, 1979, 836—854
- 10 Vukovich F M, Dunn J W, Crissman B W. A theoretical study of the St. Louis heat island; The wind and temperature distribution. *J Appl Meteor*, 1976, 15: 417—440

## DYNAMICAL ANALYSES ON HEAT ISLAND CIRCULATION

Sang Jianguo Zhang Zhikun Zhang Boyin

*(Department of Geophysics, Peking University, Beijing, 100871)*

### Abstract

The linearized atmospheric equation system is solved analytically to obtain a theoretical model of the urban heat island circulation. In the model the three-dimensional structure of temperature and flow fields in the circulation are analysed and compared with the observations. The influences of the atmospheric conditions, such as wind speed, eddy diffusivity, Rayleigh friction as well as stratification are investigated analytically. In addition, the effects of gravity waves on the vertical structure of the temperature distribution are also discussed.

**Key words:** Heat island, Temperature cross-over, Gravity waves, Convergence center.