

斜压切变基流中横波型扰动的特征波动 : 谱函数*

张立凤 张 铭

(解放军理工大学气象学院, 南京, 211101)

摘 要

“斜压切变基流中横波型扰动的特征波动 : 谱点分布”一文中分析了斜压切变基流中横波型扰动的谱点分布, 这里又对其谱函数进行了分析讨论。结果表明: 当基流在垂直方向存在切变时, 重力惯性波与涡旋波的谱函数在垂直方向上均可出现临界层, 临界层的高度随频率 σ 而变化, 即重力惯性波与涡旋波都存在连续谱, 但涡旋波与重力惯性波连续谱的结构却不同: 对天气尺度扰动, 两支重力惯性波和1支涡旋波的连续谱不重叠, 此时每支波动仅有1个临界层; 而对次天气尺度的扰动, 重力惯性波与涡旋波的连续谱区会发生重叠, 在连续谱的重叠区, 重力惯性波仍只有1个临界层, 但涡旋波则可以有2个或3个临界层。无论是涡旋波还是重力惯性波其连续谱的波包随时间都是衰减的, 但涡旋波波包比重力惯性波波包衰减得慢。

关键词: 斜压切变基流, 连续谱, 谱函数。

1 引 言

叠加在基流上的小扰动演变过程是人们一直在研究的理论课题, 特别是运动失稳的问题更受人们关注。过去对这类问题的研究多用标准模方法, 但后来发现在非均匀基流中, 标准模对应的特征函数是不完备的, 必须补充其连续谱部分。曾庆存^[1]曾指出, 波包的概念可以合理地连续谱的演化作出正确的描述, 他曾用波包表示, 并用WKBJ近似揭示出Rossby波的发展条件、演变过程及传播路径等。王兴宝等^[2]也用波包理论讨论了重力惯性波的发展、演变。在补入连续谱求得了完备的基础解系后, 就可将扰动在这个解系上进行分解, 从而得到其演变情况, 故连续谱的提出弥补了标准模方法的不足。任舒展、张明华^[3-6]等人研究了准地转模型中的连续谱, 并讨论了其在大气环流中的作用。

对于标准模的结构是众所周知的, 但对连续谱人们了解的并不多, 曾庆存等^[7,8]给出过正压原始方程中涡旋波的连续谱结构, 而对斜压流中涡旋波和重力惯性波的连续谱结构至今尚未得到深入分析。这是由于WKBJ方法虽然是讨论波包增长演化的基础, 但这种方法却不能给出连续谱的结构, 而在数学上详尽地推导出连续谱形式的解也是一项十分繁琐和困难的工作。

* 初稿时间: 1998年11月6日; 修改稿时间: 1999年8月31日。

资助课题: 国家重点基础研究发展规划项目(编号G1998040907)及国家自然科学基金项目(编号49875008)。

文献[9]是在中纬度的典型环境场下,对斜压切变流中横波型扰动的谱点分布做了分析讨论,这里再对其谱函数进行研究,给出在这样的环境场下,斜压切变流中重力惯性波和涡旋波的连续谱结构,特别是对连续谱重叠区的特征函数进行了分析,从而得到连续谱重叠区扰动的性质。考虑到解析求解的困难,本文用文献[9]给出的数学模型和数值计算方法计算得到了谱函数的数值解。虽然在格点数为有限时,连续谱被歪曲为计算离散谱,但当格距越来越小时,连续谱的计算谱点会越来越密,最终趋于连续分布^[10-11],故可通过计算谱点了解连续谱的结构和性质。

2 常值基流中特征波动的结构

在基流为常数时,文献[9]已解析的求得其频散关系及谱函数,这时重力惯性波表现为离散谱,由垂直波数 $m = 1, 2, 3, \dots$ 的不同模态组成,而涡旋波,由于没有考虑 β 效应,已退化为地转平衡态。为了验证上述计算方法的正确性,文中计算了常值基流中重力惯性波的流函数,图1给出了 $\bar{u} = 10 \text{ m/s}$ 时, $m = 1, 3, 5, 7$ 四个模态计算得到的流函数,纵坐标为垂直层数(模式顶高取 10 km , 垂直分40层,40表示 10 km 的高度,以此类推),横坐标为谱函数的相对大小(因特征函数乘以任何常数仍为特征函数,以下各图的坐标说明均同此),其与解析解十分接近,其结构均表现为不同波数的正(余)弦波型, θ 与 V 也同样都是正(余)弦波型(图略)。这表明离散谱是完全可用标准模方法描述的,这也正是离散谱的特点。以上结果表明,该数值计算方案是正确合理的。但需要说明的是,由于计算格点数是有限的,故对于 m 很大的模态,计算解可能出现较大误差,甚至不能求解^[7],故图1给出的是 m 不太大时的模态结构。

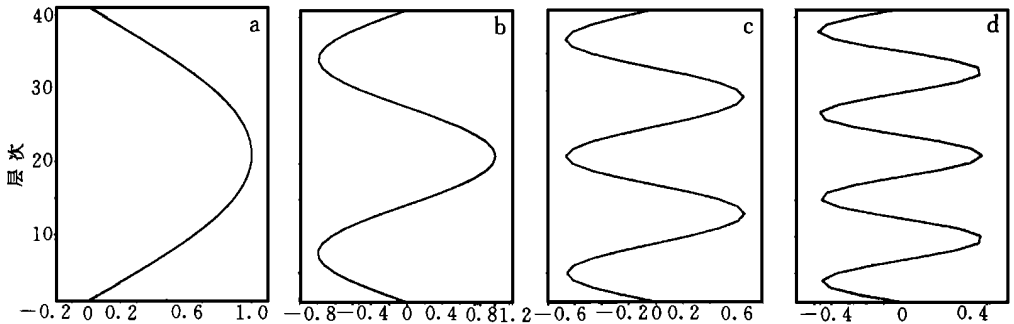


图1 基流为常数时,重力惯性波谱函数

(a. 1波, b. 3波, c. 5波, d. 7波)

3 切变基流中连续谱不重叠时连续谱的结构

由文献[9]讨论可知,在基流存在切变时,横波型扰动的3支波动,即涡旋波和一对逆基流和顺基流传播的重力惯性波,都存在连续谱(当出现不稳定模态时,其谱点必定是离散谱,但本文的讨论主要是对稳定模态的连续谱,故对不稳定模态拟另文讨论)。对天气尺度的扰动,3支波动的连续谱区是不重叠的,从频谱分布上看,重力惯性波表现为快波,涡旋波表现为慢波。这里与正压原始方程模式中的最大不同是此时重力惯性波也存在连续

谱。下面分别讨论重力惯性波和涡旋波的连续谱结构。

3.1 重力惯性波的连续谱结构

由文献[9]可知,实数域 $\bar{u}_{\min}k \pm f < \sigma < \bar{u}_{\max}k \pm f$ 内为重力惯性波的连续谱区,用文献[9]介绍的计算方法,且取相同的参数,即取 $N^2 = 8.0 \times 10^{-5} \text{s}^{-1}$, $f = 1.031 \times 10^{-4} \text{s}^{-1}$ (相应纬度为 45°),基本气流为 $\bar{u} = \bar{u}_0 + \bar{u}_1 z$,其中 $\bar{u}_0 = 0$, $\bar{u}_1 = 4.0 \times 10^{-3} \text{s}^{-1}$ 。在垂直分层为40层时,可计算出119个谱点,除涡旋波存在一对不稳定谱点外,其余谱点均是稳定的。文献[9]的分析已指出,逆基流传播(以下简称逆传)的重力惯性波连续谱在这里表现为第1~39个计算离散谱点,顺基流传播(以下简称顺传)的重力惯性波连续谱则表现为第81~119个计算离散谱点,即每支重力惯性波的连续谱均可表现为39个计算离散谱点。图2给出了计算得到的水平波长为5000 km的逆传的重力惯性波流函数、 θ 场和 V 场,图中数字表示为计算谱点的序数。从图上可知,连续谱与离散谱的结构是完全不同的,其谱函数不再具有光滑的波动结构,而是存在跃变,即存在临界层,在临界层上谱函数有跳跃,表现为谱函数有界,但其微商无界可积,即一阶导数不连续。在临界层两侧,谱函数随高度的变化趋势相反,即若在临界层以下,谱函数随高度呈指数性增大,则在临界层以上,谱函数随高度呈指数性减小。临界层是谱函数随高度变化的转变层。临界层的高度则随不同的模态而不同,其与频率 σ 的关系可由下式导出,即

$$f^2 - (\sigma + \bar{u}k)^2 = 0 \quad (1)$$

将 $\bar{u} = \bar{u}_0 + \bar{u}_1 z$, $\bar{u}_0 = 0$ 代入可得:

$$z_1 = \frac{-\sigma + f}{k\bar{u}_1} \quad (2a)$$

$$z_2 = \frac{-\sigma - f}{k\bar{u}_1} \quad (2b)$$

式(2b)中对逆传的重力惯性波 f 前取“—”号,由于 $\sigma < 0$,故对计算的1~39个谱点,临界层随 σ 的增大由低到高逐渐变化;式(2a)对顺传的重力惯性波 f 前取“+”号,由于 $\sigma > 0$,故对计算的81~119个谱点,临界层也是随 σ 的增大由低到高逐渐变化。故在 f, k, \bar{u}_1 不变的情况下,重力惯性波临界层的高度随其频率 σ 的增大而增高。由于重力惯性波是连续谱,这一变化应是连续的,由图2也可见,谱函数临界层的高度随不同的 σ 呈以上变化关系。对此,通过不同的垂直分层更能看出,当垂直分层为20层时,计算出的1支重力惯性波的谱点只有19个,谱函数也只有19个,随垂直分层的增多,计算得到的谱点加密,谱函数的个数也增多。由此可以认为,当垂直分层趋于无穷时,谱函数将成为 σ 的连续函数,也即该特征波动存在连续谱,该计算解上也体现了这一点。以上的讨论只是逆传重力惯性波的情况,对顺传重力惯性波的情况与此完全相同,不再赘述。

本文的模型中,重力惯性波表现为连续谱,这点与正压原始方程不同,在那里重力惯性波均为离散谱,仅涡旋波可有连续谱^[7,8]。

3.2 涡旋波连续谱的结构

同上对垂直分层为40层的数值计算,得到的涡旋波的连续谱表现为第40~80个谱点中的稳定谱点,即涡旋波的连续谱可由这41个计算谱点中的稳定模态的谱点来代表(对于不稳定的谱点,由于其是离散谱,将另文讨论)。图3给出了对应上述谱点的谱函数(参数同

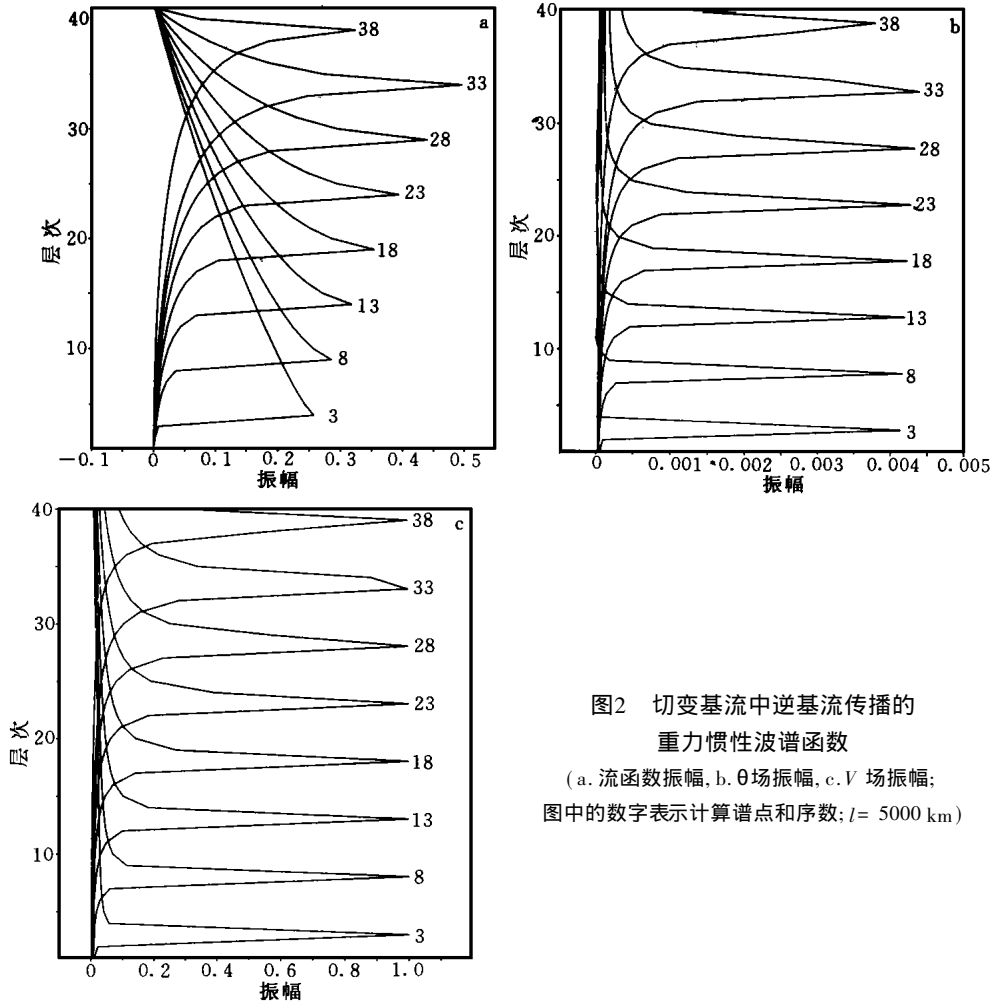


图2 切变基流中逆基流传播的重力惯性波谱函数
(a. 流函数振幅, b. θ 场振幅, c. V 场振幅;
图中的数字表示计算谱点和序数; $l = 5000$ km)

图2), 从图可知, 涡旋波连续谱函数的结构与上述重力惯性波连续谱的结构完全不同, 临界层主要表现在 θ 场和 V 场上, 但临界层两侧的谱函数的变化形式不同于重力惯性波。涡旋波 θ 场与 V 场的结构表现为: 在临界层以下, 随高度几乎不变, 临界层处有一个很大的跳跃, 在临界层以上, 其随高度又几乎不变; 而 V 场在临界层以下随高度基本上线性增大, 在临界层以上又基本上呈线性减小, 临界层是 V 场随高度增大到随高度减小的转换层。同样随 σ 的增大, 临界层的高度增高, 不同模态谱函数的临界层高度亦随 σ 而变化, 其变化关系则可由下式求得:

$$\bar{u} k - \sigma = 0 \quad (3)$$

即

$$z_3 = \frac{\sigma}{\bar{u} k} \quad (4)$$

对于涡旋波 $\sigma > 0$, 与上相同, 在 k, \bar{u}_1 不变的情况下, 涡旋波的临界层高度随其频率 σ 的增大而增高, 且由于涡旋波是连续谱, 故这一变化也应是连续的, 图3中得出的计算结果也体现了这一点。

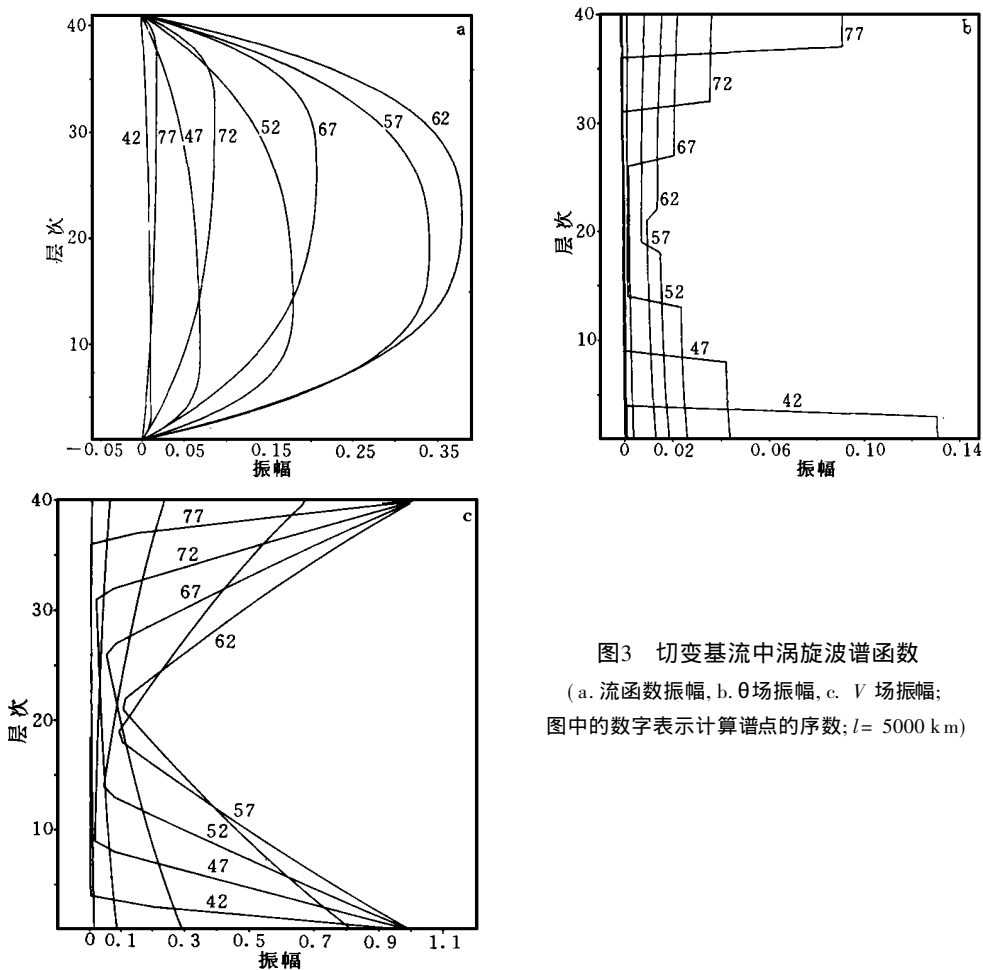


图3 切变基流中涡旋波谱函数
 (a. 流函数振幅, b. θ 场振幅, c. V 场振幅;
 图中的数字表示计算谱点的序号; $l = 5000 \text{ km}$)

4 切变基流中连续谱重叠区内连续谱的结构

由文献[9]分析可知, 当扰动的水平波长 l 与临界波长 l_0 有关系为 $\frac{1}{2}l_0 < l < l_0$ 时, 1支重力惯性波的部分连续谱区与涡旋波的部分连续谱区重叠, 当 $l < \frac{1}{2}l_0$ 时, 两支重力惯性波的部分连续谱区与涡旋波的整个连续谱区重叠, 下面讨论这种情况下重叠谱区内的扰动谱函数结构。

4.1 二支连续谱区的重叠

按以上给定的参数计算, 水平波长为 2000 km 的扰动已存在1支重力惯性波的部分连续谱区与涡旋波的部分连续谱区的重叠, 文中的数值计算结果中, 由于连续谱是由计算离散谱表示的, 对垂直分层为40层的计算结果表明, 第2~33和第87~118两段谱点分别组成了逆传和顺传的重力惯性波连续谱区, 其各模态的谱函数结构类似于图2, 无论是流函数, 还是 θ 场和 V 场在垂直方向上均存在1个临界层, 临界层的高度随 σ 的增大逐渐增高; 第47~73个谱点对应的是涡旋波的连续谱区, 其各模态的谱函数结构与图3最大的不同

是,随着水平波长的减小, θ 和 V 场已不存在明显的准地转关系,也就是扰动模态已不再像天气尺度涡旋波那样是准地转的。

最引人注意的是第34~46和74~86两段谱点,前段谱点区是逆传重力惯性波连续谱与涡旋波连续谱的重叠区,后段是顺传重力惯性波连续谱与涡旋波连续谱的重叠区,在这两段谱区中各模态的 σ 同时满足式(2)和式(4),这说明这两段谱区中的谱点对应的谱函数可同时存在两个临界层。图4a给出了第34, 37, 39, 41, 43, 45个谱点的 V 场(θ 场和流函数形式与 V 场类似,图略),从图中可见,这6个谱点的谱函数只在高层存在1个满足式(2)的临界层,且谱函数的形式与图2中重力惯性波的连续谱结构类似,这6个谱点与重叠谱区之外的第2~33个谱点之和组成了一个38个谱点的集合,这些谱点对应谱函数的临界层高度随 σ 增大而增高,为比较其与连续谱区之外重力惯性波连续谱的结构,图中还给出了第33个谱点(最临近重叠谱区的谱点)的谱函数,第2~32个谱点的谱函数(图略),可见该集合体现了1支重力惯性波的连续谱,再加上第1个谱点,那么对垂直分40层时计算出的119个谱点,逆传重力惯性波的波谱仍有39个谱点组成。这里应说明的是第1个谱点是逆传重力惯性波的离散谱,其结构如图5,在垂直方向上谱函数不存在跃变,而呈光滑曲线。

在重叠谱区的第35, 36, 38, 40, 42, 44, 46个谱点对应的谱函数与图4a不同,与图3也不同,图4b给出了这7个谱点的 V 场,从图上可知,其存在两个临界层,1个在高层,满足式(2),其对应的是重力惯性波的临界层。1个在低层,满足式(4),对应的是涡旋波的临界层。这两个临界层的高度也是随 σ 的增大而同时增高,由式(2)和式(4)知:

$$z_3 - z_1 = \frac{f}{u_1 k} \quad (5)$$

当 f, u_1, k 给定时,不论 σ 为何值其两个临界层之间的距离是不变的。这些谱点对应着该重叠谱区中的涡旋波的谱点。

对于顺传的重力惯性波与涡旋波重叠谱区的13个谱点,与以上类似,通过分析其谱函

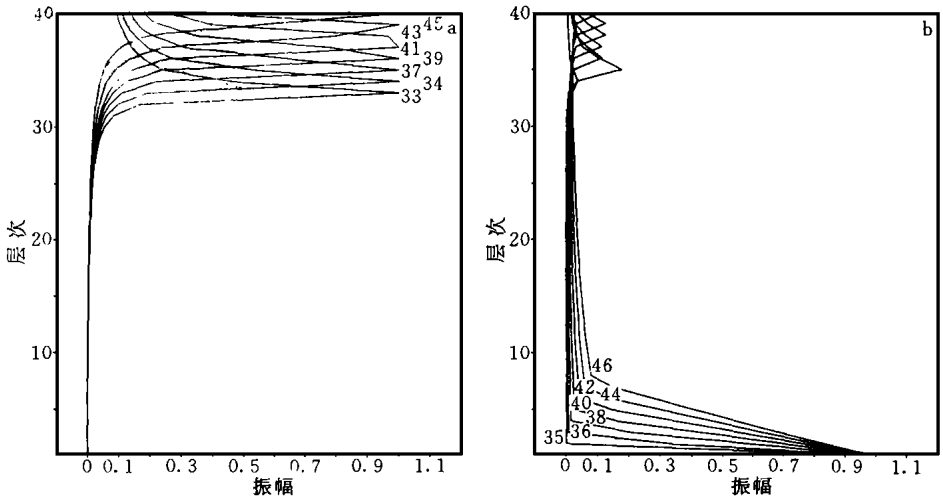


图4 2支连续谱重叠区的谱函数

(a. 逆基流传播的重力惯性波 V 场, b. 涡旋波的 V 场; $l = 2000$ km)

数可发现,同样有6个谱点的谱函数只在低层有1个临界层,这相应于顺传的重力惯性波在重叠谱区的连续谱,再加上重叠谱区之外的第87~118个谱点也组成了38个谱点的集合,表现为顺传的重力惯性波连续谱,该集合与第119个谱点之和正好组成了顺传的重力惯性波波谱,同第1个谱点,第119个谱点对应的也是离散谱,其谱函数与图5类似(图略)。

在重叠谱区的另7个谱点的谱函数存在两个临界层,1个在高层满足式(4),对应的是涡旋波的临界层;1个在低层,满足式(2),其对应的是重力惯性波的临界层(图略)。这是这一重叠谱区中的涡旋波谱点,这样对119个计算谱点中涡旋波的连续谱仍由41个计算离散谱点代表(其中包括两段重叠谱区中各7个谱点和非重叠谱区中的7个谱点),但这时涡旋波连续谱的谱函数却可分为两类:一类是在重叠谱区之外,其在 z 方向上只有1个临界层(类似于图2);另一类是在重叠谱区之内,在 z 方向上有两个临界层(见图4b)。而对重力惯性波无论其谱点是落在重叠谱区之内还是之外,其谱函数在 z 方向上都仅有1个临界层。

4.2 三支连续谱重叠时的谱函数

当出现一对重力惯性波的部分连续谱与涡旋波的连续谱3支谱区重叠时,在3支连续谱重叠区的谱函数可分为3类,第1类是逆传重力惯性波的谱函数,第2类是顺传重力惯性波的谱函数,第3类是涡旋波的谱函数。逆传重力惯性波和顺传重力惯性波的谱函数都有1个临界层,且分别满足式(2),而涡旋波却存在3个临界层,同时满足式(2)和式(4)。图6给出了水平波长为1000 km(其它参数同前)的计算谱函数,对于水平波长为1000 km的扰动,计算出的第51~69个谱点在3支波动连续谱的重叠区,图6a是第52, 55, 58, 61, 64, 67谱点对应的流函数,其只在高层存在1个临界层,并随 σ 的增大而增高,对应的是逆传重力惯性波的谱函数。其与重叠谱区之外的重力惯性波谱点相加,也形成了由39个谱点组成的逆传重力惯性波的计算波谱,其中第1个谱点对应的是逆传重力惯性波的离散谱。图6b是第53, 56, 59, 62, 65, 68谱点对应的谱函数,有1个临界层在低层,也随 σ 的增大而增高,其对应的是顺传重力惯性波的谱函数。同样和重叠谱区之外的重力惯性波谱点形成了由39个谱点组成的顺传重力惯性波的波谱。其中第119个谱点对应的是顺传重力惯性波的离散谱。图6c是第51, 54, 57, 60, 63, 66, 69个谱点对应的 V 场,从图上可看到,谱函数明显表现为3个临界层,上下两个临界层分别满足式(2b)和式(2a),逆传和顺传重力惯性波的临界层,中间的1个满足式(4),是涡旋波的临界层。故在连续谱发生重叠时,谱函数结构发生明显改变的是涡旋波,其在垂直方向由原来不重叠时的1个临界层变为重叠后的2个或3个临界层,这时整个涡旋波连续谱的结构由具有1个临界层和2个(或3个)临界层的不同类型模态共同组成,前者位于波谱的非重叠区,后者位于波谱的重叠区。

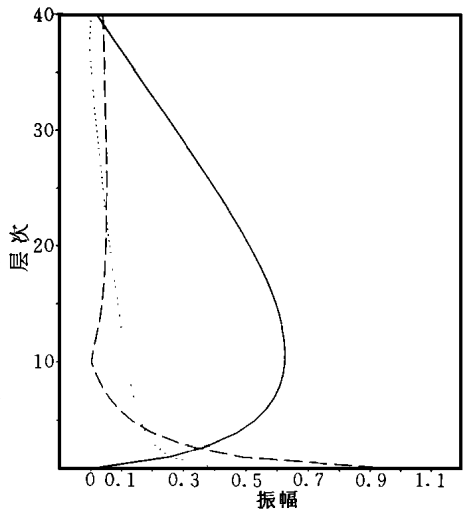


图5 重力惯性波离散谱对应的谱函数
(—流函数, - - - V , ——— θ)

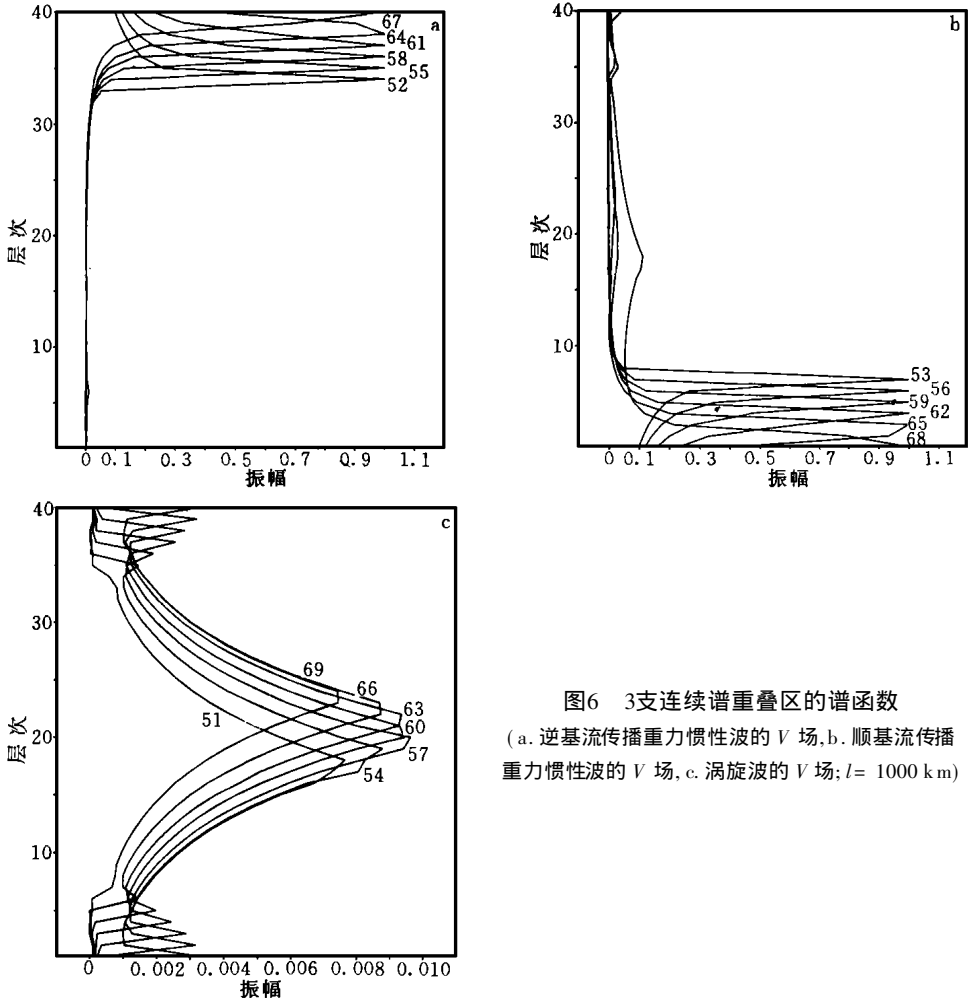


图6 3支连续谱重叠区的谱函数
 (a. 逆基流传播重力惯性波的 V 场, b. 顺基流传播重力惯性波的 V 场, c. 涡旋波的 V 场; $l = 1000 \text{ km}$)

5 讨 论

5.1 涡旋波与重力惯性波的区分

虽然数值计算的方法将连续谱歪曲为计算离散谱,但对以上数值计算结果(对比文献[9]的图5和本文的图2和图3)可见:对天气尺度扰动,重力惯性波的连续谱与涡旋波的连续谱不发生重叠,这时两类波动连续谱对应的谱函数结构完全不同,涡旋波是慢波,其结构是准地转的, V 与 θ 满足热成风关系,在临界层两侧, V 呈线性变化,而 θ 基本上是常数,即 V 与 θ 满足 $\frac{\partial V}{\partial z} = \theta$ 。而重力惯性波的连续谱却不满足这一关系,也即重力惯性波是非地转的快波,从涡度场和散度场上能更清楚的看出这一点。

表1给出了水平波长为5000 km,在计算了119个谱函数后,得到了各谱函数在每一层上的涡度和散度场,并取其绝对值在 z 方向作算术平均后得到相应的平均涡度和平均散度。从表1可见,1~39和81~119个谱点对应重力惯性波的连续谱,其涡度和散度同量级,

但散度大于涡度, 涡度与散度之比约为1, 是非地转的; 而40~80个谱点对应的是涡旋波波谱, 其涡度比散度大1个量级, 涡度与散度之比大于5, 是准地转的。

表1 水平波长为5000 km 的扰动涡度、散度和涡度散度比
(涡度和散度单位为 10^{-4}s^{-1})

序号	涡度/散度	涡度	散度	序号	涡度/散度	涡度	散度	序号	涡度/散度	涡度	散度
1	0.91	0.57	0.63	41	34.79	0.44	0.013	81	1.03	0.65	0.63
2	0.92	0.58	0.64	42	22.97	0.62	0.027	82	1.03	0.84	0.81
3	0.92	0.60	0.65	43	17.61	0.81	0.046	83	1.03	0.98	0.95
4	0.93	0.61	0.66	44	14.42	1.00	0.070	84	1.02	1.10	1.10
5	0.93	0.63	0.68	45	12.37	1.20	0.10	85	1.02	1.20	1.20
6	0.93	0.64	0.69	46	10.93	1.50	0.13	86	1.02	1.30	1.30
7	0.94	0.66	0.70	47	9.88	1.70	0.17	87	1.01	1.30	1.30
8	0.94	0.68	0.72	48	9.08	2.00	0.22	88	1.01	1.20	1.20
9	0.94	0.69	0.74	49	8.45	2.30	0.27	89	1.01	1.20	1.20
10	0.94	0.71	0.75	50	7.96	2.60	0.32	90	1.00	1.20	1.20
11	0.95	0.73	0.77	51	7.57	2.90	0.38	91	1.00	1.10	1.10
12	0.95	0.75	0.79	52	7.25	3.30	0.45	92	1.00	1.10	1.10
13	0.95	0.77	0.80	53	7.00	3.60	0.52	93	1.00	1.10	1.10
14	0.96	0.79	0.82	54	6.80	4.10	0.60	94	0.99	1.10	1.10
15	0.96	0.81	0.84	55	6.65	4.50	0.68	95	0.99	1.00	1.00
16	0.97	0.82	0.86	56	6.53	5.00	0.77	96	0.99	1.00	1.00
17	0.97	0.84	0.87	57	6.45	5.50	0.86	97	0.98	0.98	0.99
18	0.97	0.87	0.89	58	6.41	6.10	0.95	98	0.98	0.96	0.97
19	0.97	0.89	0.91	59	6.39	6.70	1.10	99	0.98	0.93	0.95
20	0.98	0.91	0.93	60	6.04	8.50	1.40	100	0.98	0.91	0.93
21	0.98	0.93	0.95	61	6.04	8.50	1.40	101	0.97	0.89	0.91
22	0.98	0.95	0.97	62	6.41	6.10	0.95	102	0.97	0.86	0.89
23	0.98	0.98	0.99	63	6.45	5.50	0.86	103	0.97	0.85	0.87
24	0.99	1.00	1.00	64	6.53	5.00	0.76	104	0.96	0.82	0.85
25	0.99	1.00	1.00	65	6.65	4.50	0.68	105	0.96	0.80	0.84
26	0.99	1.10	1.10	66	6.80	4.10	0.60	106	0.96	0.78	0.82
27	1.00	1.10	1.10	67	7.00	3.60	0.52	107	0.95	0.76	0.80
28	1.0	1.10	1.10	68	7.25	3.30	0.45	108	0.95	0.75	0.78
29	1.00	1.10	1.10	69	7.57	2.90	0.38	109	0.95	0.73	0.77
30	1.00	1.20	1.20	70	7.96	2.60	0.32	110	0.94	0.71	0.75
31	1.01	1.20	1.20	71	8.45	2.30	0.27	111	0.94	0.69	0.74
32	1.01	1.20	1.20	72	9.08	2.00	0.22	112	0.94	0.68	0.72
33	1.01	1.30	1.30	73	9.88	1.70	0.17	113	0.94	0.66	0.70
34	1.02	1.30	1.30	74	10.93	1.50	0.13	114	0.93	0.64	0.69
35	1.02	1.20	1.20	75	12.37	1.20	0.10	115	0.93	0.63	0.67
36	1.02	1.10	1.10	76	14.42	1.00	0.07	116	0.92	0.61	0.66
37	1.03	0.98	0.96	77	17.57	0.81	0.046	117	0.92	0.60	0.65
38	1.03	0.84	0.81	78	22.99	0.62	0.027	118	0.92	0.58	0.64
39	1.03	0.65	0.63	79	34.67	0.44	0.013	119	0.91	0.57	0.63
40	82.91	0.32	0.004	80	83.94	0.32	0.004				

当重力惯性波与涡旋波的连续谱发生重叠时, 重叠谱区的重力惯性波的谱函数仍然保持着重叠谱区之外重力惯性波谱函数的结构; 然而涡旋波已不再保持着重叠谱区之外涡旋波谱函数的结构了, 即当两支波动的连续谱重叠时, 重叠谱区的涡旋波有两个临界

层;当3支波动的连续谱重叠时,重叠谱区的涡旋波有3个临界层,这时已不存在仅有1个临界层结构的涡旋波模态。对于重力惯性波和涡旋波的连续谱,其谱点应稠密地充满整个谱区,故可以想象,在重叠谱区,1个谱点应对应2个(或3个)谱函数,也即1个特征值 σ 应对应2个(或3个)特征函数,1个(或2个)是重力惯性波的谱函数,1个是涡旋波的谱函数,这表明出现了特征函数兼并的情况。以上结果还说明,在出现重叠谱区时,从频谱图上已不能区分那一段是重力惯性波的频谱,那一段是涡旋波的频谱,也即这时重力惯性波已不是通常意义下的快波,而涡旋波也不是通常意义下的慢波了。但从谱函数上看重力惯性波和涡旋波的形式还是完全不同的,其二者仍应是可区分的。

从涡度和散度场上能更容易看出在连续谱重叠区各模态的性质,即区分出重力惯性波和涡旋波。表2给出了水平波长为2000 km的次天气尺度扰动各模态计算的平均涡度和散度(说明同表1),从表2中可见,1~34, 87~119个谱点(重力惯性波的连续谱)仍是涡度和散度同量级,涡度与散度之比在1附近,这些谱点的模态是非地转的;而47~73个谱点(涡旋波的连续谱)的涡度大于散度,其涡度与散度之比大于1,小于5,这表明了这时涡旋波虽不完全满足准地转关系,但其涡度仍大于散度。而在重叠谱区中的各谱点,涡度明显大于散度的对应的是涡旋波的模态,涡度与散度大小相当的是重力惯性波模态,这样从涡度和散度之比值还是可以区分出重叠谱区中的涡旋波和重力惯性波。

对于天气尺度的扰动,由于涡旋波与重力惯性波从频谱上是明显可分的,且二者的性质也不同,故可利用滤波模式把涡旋波过滤出来,单独研究其作用。而对中尺度扰动,由于涡旋波与重力惯性波从频谱上是不可分的,且二者又都是非地转的,所以对中尺度系统起作用的究竟是什么性质的波动?这是一个值得深入探讨的问题。

5.2 连续谱波包的演变

曾庆存曾指出,连续谱的集合即是波包,为讨论连续谱随时间的演变,文中将计算得到的相应于涡旋波与重力惯性波连续谱的谱函数按下式求和:

$$\varphi = \sum_{k=n_1}^{n_2} A_k \Psi_k(z) \cos(kx + \sigma t) \quad (6)$$

式中 n_1, n_2 为计算谱函数的序数,为简单上式中的系数取为常数 $A_k = 1$,这样可求得 $x = 0$ 处相应的涡旋波波包或重力惯性波波包随时间的演变,对水平波长为5000 km的扰动,由上面分析可知,涡旋波有41个计算谱函数,除去一对不稳定模态的离散谱,在计算该涡旋波的波包随时间的变化时,式(6)中应为39个计算谱函数求和,即有:

$$\varphi = \sum_{k=40}^{59} \Psi_k(z) \cos(\sigma t) + \sum_{k=62}^{80} \Psi_k(z) \cos(\sigma t) \quad (7)$$

图7给出了用式(7)算得的该涡旋波波包随时间的变化,由图可见,随时间的增大,扰动波包在衰减,且波长变短。由于计算解将连续谱歪曲成了计算离散谱,从而当 t 时, φ 不能趋于零,但其随时间衰减的特性已证明了曾庆存提出的“连续谱滋养西风”的观

表2 水平波长为2000 km的扰动涡度、散度和涡度散度比
(涡度和散度单位为 10^{-3}s^{-1})

序号	涡度/散度	涡度	散度	序号	涡度/散度	涡度	散度	序号	涡度/散度	涡度	散度
----	-------	----	----	----	-------	----	----	----	-------	----	----

1	0.74	0.29	0.39	41	1.03	0.27	0.26	81	1.02	0.25	0.25
2	1.02	0.24	0.24	42	5.19	0.29	0.056	82	4.96	0.18	0.037
3	1.05	0.23	0.22	43	1.04	0.23	0.22	83	1.02	0.24	0.24
4	1.08	0.22	0.20	44	5.57	0.35	0.063	84	3.44	0.15	0.044
5	1.12	0.21	0.19	45	1.05	0.17	0.16	85	6.13	0.094	0.015
6	1.16	0.21	0.18	46	4.83	0.41	0.085	86	1.00	0.23	0.23
7	1.21	0.20	0.17	47	4.42	0.49	0.11	87	0.99	0.22	0.22
8	1.26	0.20	0.16	48	4.10	0.57	0.14	88	0.98	0.21	0.21
9	1.33	0.19	0.14	49	3.86	0.66	0.17	89	0.97	0.20	0.20
10	1.40	0.19	0.13	50	3.6	0.75	0.21	90	0.96	0.19	0.19
11	1.45	0.18	0.13	51	3.51	0.86	0.24	91	0.96	0.18	0.18
12	1.41	0.18	0.13	52	3.38	0.97	0.29	92	0.95	0.17	0.18
13	1.38	0.17	0.13	53	3.28	1.10	0.33	93	0.94	0.16	0.17
14	1.34	0.17	0.13	54	3.28	1.10	0.34	94	0.93	0.16	0.17
15	1.30	0.16	0.13	55	3.21	1.20	0.38	95	0.92	0.15	0.16
16	1.26	0.16	0.13	56	3.15	1.40	0.43	96	0.92	0.14	0.15
17	1.22	0.16	0.13	57	3.10	1.50	0.49	97	0.96	0.14	0.15
18	1.18	0.15	0.13	58	3.07	1.70	0.55	98	1.00	0.14	0.14
19	1.13	0.15	0.13	59	3.05	1.90	0.61	99	1.04	0.14	0.14
20	1.09	0.15	0.13	60	3.04	1.90	0.63	100	1.09	0.15	0.13
21	1.05	0.14	0.14	61	3.05	1.90	0.62	101	1.13	0.15	0.13
22	1.00	0.14	0.14	62	3.07	1.70	0.55	102	1.18	0.15	0.13
23	0.96	0.14	0.15	63	3.10	1.50	0.49	103	1.22	0.16	0.13
24	0.92	0.14	0.15	64	3.14	1.40	0.44	104	1.26	0.16	0.13
25	0.92	0.15	0.16	65	3.19	1.30	0.39	105	1.30	0.16	0.13
26	0.93	0.16	0.17	66	3.29	1.10	0.33	106	1.34	0.17	0.13
27	0.94	0.16	0.17	67	3.30	1.10	0.32	107	1.38	0.17	0.13
28	0.95	0.17	0.18	68	3.39	0.97	0.29	108	1.41	0.18	0.13
29	0.96	0.18	0.19	69	3.51	0.86	0.25	109	1.45	0.18	0.13
30	0.96	0.19	0.20	70	3.66	0.76	0.21	110	1.40	0.19	0.13
31	0.97	0.20	0.20	71	3.86	0.66	0.17	111	1.33	0.19	0.14
32	0.98	0.21	0.21	72	4.11	0.57	0.14	112	1.26	0.20	0.16
33	0.99	0.22	0.22	73	4.42	0.49	0.11	113	1.21	0.20	0.17
34	1.00	0.23	0.23	74	4.84	0.41	0.085	114	1.16	0.21	0.18
35	8.97	0.088	0.001	75	1.06	0.17	0.16	115	1.12	0.21	0.19
36	3.31	0.15	0.046	76	5.57	0.35	0.036	116	1.08	0.22	0.20
37	1.01	0.24	0.24	77	1.04	0.23	0.22	117	1.05	0.23	0.22
38	4.82	0.18	0.038	78	5.34	0.29	0.54	118	1.03	0.24	0.23
39	1.02	0.25	0.25	79	1.04	0.27	0.26	119	0.74	0.29	0.39
40	5.11	0.23	0.046	80	5.09	0.23	0.046				

点。与正压大气波包随时间变化时的情形相同^[4, 10], 在斜压切变基流中涡旋波的连续谱最终也被基流吸收。

类似于涡旋波, 重力惯性波的连续谱也可集成重力惯性波的波包, 按式(6)也可计算出其随时间的变化, 由前面的分析可知, 对于水平波长为5000 km 的扰动每支重力惯性波都可计算出39个稳定的谱函数, 故在计算中对逆传和顺传的重力惯性波 n_1, n_2 取不同的值, 对逆传重力惯性波 $n_1 = 1, n_2 = 39$; 对顺传重力惯性波 $n_1 = 81, n_2 = 119$ 。图8给出的是逆传重力惯性波波包随时间的变化, 由图8可见, 重力惯性波的波包形式与涡旋波的不同, 但其随时间也是衰减的, 而衰减的速度比涡旋波快, 这一计算结果表明: 不仅涡旋波的连续谱最终被基流吸收, 而且重力惯性波的连续谱最终也被基流吸收。故在斜压原始方程模式中, 基流不但被涡旋波的连续谱滋养, 而且还被重力惯性波的连续谱滋养, 且在开始时, 后者的滋养作用可能更强一些, 这点则与准地转模式有很大的不同。

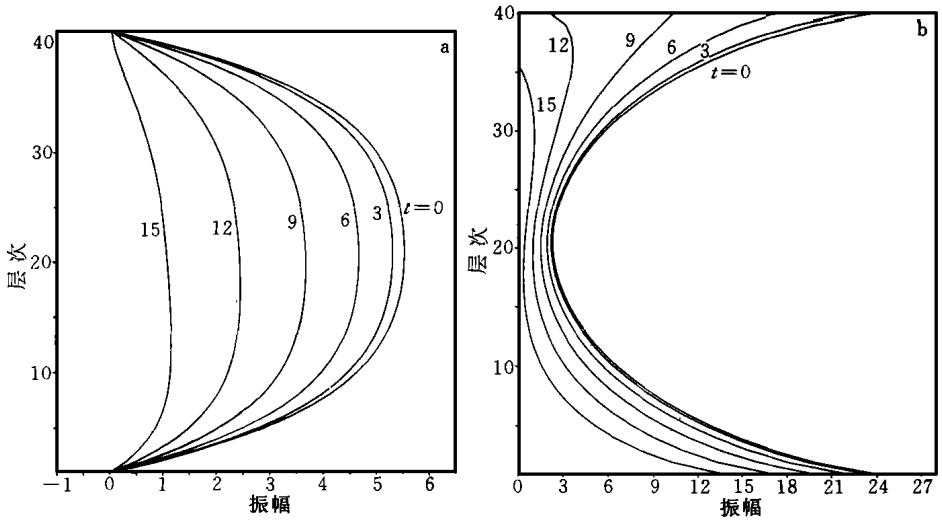


图7 涡旋波波包随时间的演变
(a. 流函数, b. V 场; 图上数字表示时间(h))

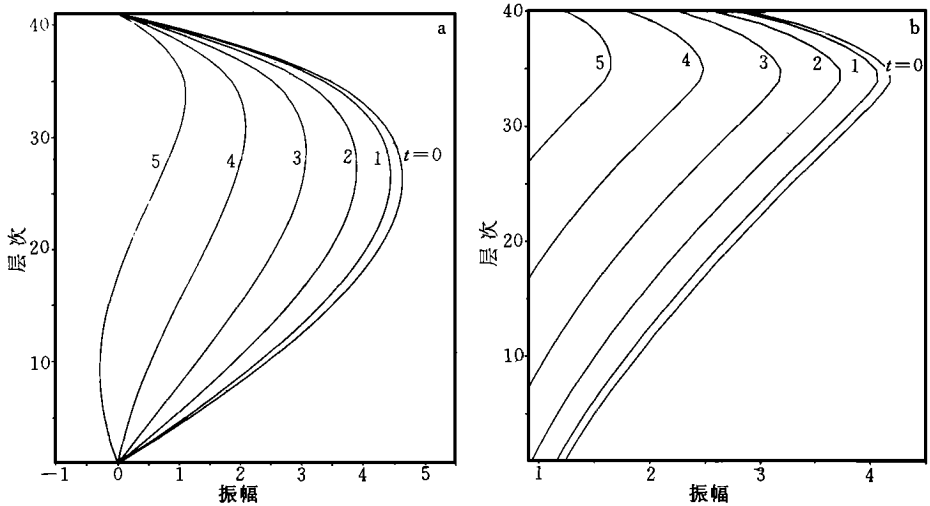


图8 重力惯性波波包随时间的演变
(a. 流函数, b. V 场; 说明同图7)

在连续谱发生重叠时,也可将按谱函数分类得到的相应涡旋波连续谱的模式和重力惯性波连续谱的模式分别按式(6)等权求和,同样可得到相应涡旋波和重力惯性波的波包随时间的变化,其形式与图7和图8类似(图略),同样它们也均随时间衰减,同样而重力惯性波的波包随时间衰减的速度比涡旋波的要快,但与连续谱不重叠时相比,此时涡旋波的衰减速度要快些。

6 结 论

文中讨论了斜压切变基流中的横波型扰动的谱点和谱函数,得到了以下主要结论:

(1) 文中模式中包含的逆基流和顺基流传播的2支重力惯性波和1支涡旋波都有连续

谱,这与正压原始方程模式不同,那里仅涡旋波可有连续谱,重力惯性波均表现为离散谱。

(2) 3支波动的连续谱谱函数都表现为在垂直方向上具有临界层,且临界层的高度随频率 σ 连续变化,但涡旋波与重力惯性波的连续谱结构却完全不同。

(3) 对天气尺度扰动,在中纬度的典型环境场下,3支波动的连续谱在频谱上是明显可分的,每支波动的连续谱仅有1个临界层,且涡旋波的连续谱具有准地转性。

(4) 对次天气尺度(中- α 尺度)扰动,在同样的环境场下,3支波动的连续谱可发生重叠,在重叠谱区的谱点仍对应着2(或3)支波动,1支(2支)是在垂直方向上仍有1个临界层,重力惯性波,1支是在垂直方向上有2个(3个)临界层的涡旋波。随着连续谱区的重叠,谱函数在结构上发生明显变化的是涡旋波,其在垂直方向由1个临界层变为2个或3个临界层,这时涡旋波的连续谱由具有1个临界层和2个(或3个)临界层的不同类型模态组成。

(5) 无论涡旋波的波包,还是重力惯性波的波包随时间都是衰减的,且重力惯性波的波包衰减更快。

文中只是揭示了斜压切变基流中横波型扰动的连续谱的存在及结构,对于离散谱及不稳定谱点没有过多涉及。应该指出的是连续谱概念的重要性不仅表现在理论上能给扰动模型以完备的描述,而且还表现在它可以应用于实际,舒任展曾讨论过准地转模式中的连续谱在大气环流中的作用,他指出^[3]:在某些初始条件下,连续谱的作用大于标准模,大气环流的槽脊与连续谱的本征函数分布十分相似,在长波和天气尺度范围内,连续谱的能量谱在高空占主导地位。在非地转模型中,重力惯性波连续谱和涡旋波连续谱在实际大气中的作用,特别是在次天气尺度范围内,重力惯性波和涡旋波的连续谱发生重叠时,重叠谱区连续谱对系统环流的影响还有待于今后进行深入的研究。

参考文献

- 1 曾庆存. 强迫基流上 Rossby 波包的结构和演变. 中国科学, B, 1985, 4: 377 ~ 385
- 2 王兴宝, 张维桓. 三维非均匀流上中小尺度的发展. 中国科学, B, 1992, 10: 1111 ~ 1120
- 3 舒任展. 准地转模型中的连续谱动力学理论及其在大气环流中的应用[学位论文]. 北京: 中科院大气物理研究所, 1993
- 4 舒任展. 正压准地转大气中纯粹连续谱能量增长上限的估计. 自然科学进展, 1992, 3: 269 ~ 272
- 5 张明华. 大气动力学中的连续谱及其在大气环流中的重要地位[学位论文]. 北京: 中科院大气物理研究所, 1987
- 6 Zhang Minghua, Zeng Qingcun . Discrete and continuous spectra of barotropic quasigeostrophic vorticity model part I. J Atmos Sci, 1997, 54: 1910 ~ 1923
- 7 曾庆存, 李荣凤, 张铭. 旋转二维可压缩流动的谱和特征函数 . 谱点分析. 大气科学, 1990, 14(2): 129 ~ 142
- 8 曾庆存, 李荣凤, 张铭. 旋转二维可压缩流动的谱和特征函数 . 谱和谱函数结构的分析. 大气科学, 1991, 15(1): 1 ~ 15
- 9 张立凤, 张铭. 斜压切变基流中横波型扰动的特征波动 . 谱点分布. 气象学报, 1999, 57(5): 571 ~ 580
- 10 卢佩生, 卢理, 曾庆存. 正压准地转模式的谱和扰动的演变. 中国科学, B, 1986, 11: 1225 ~ 1233
- 11 张可苏. 斜压气流的中尺度稳定性 . 对称不稳定. 气象学报, 1988, 46(3): 258 ~ 268
- 12 张可苏. 斜压气流的中尺度稳定性 . 横波型不稳定. 气象学报, 1988, 46(4): 387 ~ 392

DISTURBANCE AT BAROCLINIC SHEAR FLOW : SPECTRAL FUNCTION

Zhang Lifeng Zhang Ming

(The Meteorological Institute of PLAUST, Nanjing 211101)

Abstract

The distribution of spectrum point at baroclinic shear basic flow is analyzed in the paper entitled “characteristic waves of transversal disturbance at baroclinic shear flow : spectrum analysis”. The spectral function is studied there. The results show that, when the vertical shear of basic flow is not zero, there is a critical layer in the vertical direction about the spectral function of inertia-gravitational wave and vortex wave. The height of critical layer is changing with frequency. The continuous spectrum structure of vortex wave is different from that of inertia-gravitational wave .

To synoptic scale disturbance, the continuous spectrum of them is not overlapped, and there is only a critical layer to every wave. To subsynoptic scale disturbance, there exists overlap of wave continuous spectrum. In the overlapped spectrum area, there is still a critical layer to the inertia-gravitational wave, but there are two or three critical layers to vortex wave. Not only vortex wave but also inertia-gravitational waves, the wave ensemble is decaying with time, the decay of vortex wave is slower than inertia-gravitational waves.

Key words: Baroclinic shear basic flow, Continuous spectrum, Spectral function.