

夏季青藏高原低涡的切向流场及波动特征分析^{* 1}

陈 功 李国平
CHEN Gong LI Guoping

成都信息工程学院大气科学学院和高原大气与环境四川省重点实验室,成都,610225

College of Atmospheric Sciences, Chengdu University of Information Technology and The Key Laboratory of Plateau Atmosphere & Environment of Sichuan Province, Chengdu 610225, China

2009-08-27 收稿,2010-03-02 改回.

Chen Gong, Li Guoping. 2011. Characteristics of the tangential flow field of the Tibetan Plateau vortices and associated waves. *Acta Meteorologica Sinica*, 69(6):956-963

Abstract From the dynamic principle, the Tibetan Plateau vortices were assumed as the vortices in the boundary layer forced by diabatic heating and friction. In order to analyze the basic characteristics of tangential flow field of the vortices, the control equations for the vortices were then established in the column coordinate with the balance of gradient wind assumed. Based on this, the type of mixed waves and their dispersion characteristics were deduced by solving the linear model. In addition, the impact of diabatic heating on the mixed waves and the connection of mixed waves with the characteristics of flow field of the vortices were qualitatively discussed. Two Numerical simulations were also done by the WRF which was developed by the NCEP/NCAR. Among them one is an idealized large eddy simulation whose aim was to validate the tangential flow field deduced from the control equations. The other is the simulation of a Tibetan Plateau vortex on August 14, 2006 using the WRF with triple nested domains employed. The high resolution model output data were then analyzed. The results show that the tangential flow field of the Tibetan Plateau vortices is cyclonic convergence below the critical height and the intensity weakened with height, while there are anti-cyclonic divergence flows above the critical height and the intensity increased with height. When the heating field is in the form of center heating, the cyclonic tangential flows increased with time below the critical height and the anti-cyclonic tangential flow increased with time above the critical height; the intensity of the tangential flow field is increased below the critical height when there are cyclonic flows in the boundary layer, and the intensity of tangential flow field is decreased below the critical height when there are anti-cyclonic flows in the boundary layer. The Tibetan Plateau vortices may contain the mixed Inertial Gravity-Vortex Rossby waves and changes in the heating with radial and its radial gradient variation will have great impact on the mixed waves.

Key words Tibetan Plateau vortices, Thermal forcing, Tangential flow field, Mixed inertial Gravity-Vortex Rossby waves

摘 要 从大气动力学原理出发,将高原低涡视为受热源强迫的边界层内涡旋,建立了柱坐标下满足梯度风平衡的低涡控制方程组,分析高原低涡切向流场的基本特征。在此基础上,通过求解线性化涡旋模式,得出高原低涡中各类波动的频散关系及其特征,同时定性讨论了热力作用对混合波动的影响以及混合波动与高原低涡流场特征的联系。使用中尺度数值模式 WRF 分别进行了两次数值模拟实验:一次是理想数值试验,对动力学流场部分的推导加以分析和验证;另一次对 2006 年 8 月 14 日的高原低涡过程进行了三重嵌套的数值模拟,并分析了模拟输出的高时空分辨率资料。研究认为,青藏高原低涡切向流场的特征为:在动力变性高度以下,有气旋性气流伴有辐合,且随高度升高减弱,而高层有反气旋气流伴有辐散,且随高度升高增强。高原热力和边界层作用表现在:当热源径向分布呈现中心加热的形式时,在动力变性高度之下,加热作用将使气旋

* 资助课题:国家自然科学基金项目(40875023,41175045)、国家重点基础研究发展计划(973 计划)项目(2012CB417200)和财政部、科技部公益性行业(气象)科研专项(GYHY201206042)。

作者简介:陈功,主要从事大气动力学研究。E-mail:chengong_1223@foxmail.com

式流场随时间增强,而在动力变性高度之上,会使反气旋式流场随时间增强;边界层有气旋性气流时,在动力变性高度以下,低涡切向流场加强,若边界层有反气旋性气流时,在动力变性高度以下,低涡切向流场减弱。高原低涡中同时具有产生涡旋罗斯贝波与惯性重力波的条件,热力作用随径向及其梯度的变化对这种混合波动有重要影响。

关键词 高原低涡,热力作用,切向流场,涡旋罗斯贝-惯性重力混合波

中图法分类号 P432

1 引言

大气中的涡旋运动是一类极为常见的运动形式,尤其在地球旋转的作用下,常常会有涡旋形成并维持(McWilliams, et al, 2003),高原低涡即是其中一类,既具有一般涡旋的共性,以切向运动为主,运动近似轴对称(McWilliams, 1989),同时也具有其特性,在生成上主要受高原热力强迫的作用(陈伯民等, 1996),并且较依赖于高原边界层。在这些大气涡旋中,一些强烈发展的涡旋同时又表现出螺旋形态。普遍认为,这种外在的螺旋形态实际反映出涡旋系统内部某些动力学特征,与波动联系密切,弄清螺旋带的发展问题对于了解涡旋的演变有重要意义(陶建军等, 2008)。目前,国际上研究较多的是台风中的螺旋雨带,发展了惯性重力波理论(Tepper, 1958; Kurihara, 1976; Chow, et al, 2002)与涡旋罗斯贝波理论(Macdonald, 1968; Montgomery, et al, 1997; McWilliams, et al, 2003),并解释其成因。中国学者也对台风中的螺旋雨带做过详细研究(黄瑞新等, 1980; 余志豪, 2002; 朱佩君等, 2002; 张庆红, 2006)。但目前对于高原低涡的螺旋云系的研究还较少,最早叶笃正等(1979)、钱正安等(1984)利用NOAA卫星云图资料分析出强烈发展的高原低涡具有螺旋云系和涡心无云或少云的特征,乔全明(1987)也指出,盛夏时高原低涡的云形与海洋上热带气旋非常类似,螺旋结构十分明显,但缺乏相应的理论解释。那么高原低涡的螺旋云带是如何形成的,它与高原低涡本身的结构特征有何联系,其中的动力学机制是什么,反映出何种波动特征等这些基础且重要的问题尚未得到圆满的回答,这也折射出目前高原低涡动力学研究的不足。

高原低涡是高原夏季主要的降水系统,是高原特有的产物,一般在高原西半部生成,消失于高原东半部。值得注意的是,在有利的环流形势配合下,少数高原低涡能够东移出高原继续发展,往往引发青藏高原下游地区一次大范围的暴雨、雷暴等灾害性

天气过程(叶笃正等, 1979; 罗四维, 1992; 乔全明等, 1994)。高原低涡移出高原后,其“北槽南涡”的天气形势是西北地区夏季大到暴雨的一种主要影响系统。东移的高原低涡与地面冷空气配合,夏季常在四川地区产生区域性暴雨天气过程;当低涡东移出川时,又可影响长江中下游、黄淮流域、甚至华北地区的强降水过程。例如,在1998年长江流域的大暴雨过程中,高原低涡即是大暴雨发生的重要背景条件之一。有鉴于此,本文就高原低涡这种 α 中尺度涡旋展开动力学研究,首先,结合高原低涡的特征建立描述高原低涡的方程组,求得高原低涡切向流场的解析解,在此基础上讨论高原低涡系统中的波动问题,并进行数值模拟试验用以说明与验证所得结果。通过此研究旨在更深入地了解高原低涡的结构特征,为进一步了解其演变过程提供动力学基础。

2 高原低涡的动力学模型

结合高原低涡的特征,考虑所研究的边界层低涡为受加热和摩擦强迫的轴对称($\partial/\partial\lambda=0$)涡旋系统,取柱坐标系(r, λ, z)的原点位于涡旋中心,同时满足静力平衡条件,并应用Boussinesq近似(刘式适等, 1991),则描写这类低涡运动的方程组为

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + \omega \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{v^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + f_v \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial r} + \omega \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{uv}{r} = -fu \\ 0 = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial z} - g \frac{\rho}{\rho_0} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial(r\rho u)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho\omega)}{\partial z} = 0 \\ \frac{\theta}{\theta_0} = \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{T}{T_0} \\ \frac{d\theta}{dt} = \frac{\theta_0}{c_p T_0} Q \end{cases} \quad (1)$$

式中, r 为半径, z 为高度, t 为时间, u, v, ω 分别为径向、切向、垂直风速, θ 为位温, ρ 为大气密度, T 为大气温度,下标0表示静止背景大气的状态, f 为科里

奥利参数(这里取 f 常数近似), g 为重力加速度, Q 为非绝热加热率, c_p 为空气的定压比热容。

虽然方程组(1)已经能够较为全面地描述高原低涡,但无论从中求取流场特征还是分析波动状况都是极其困难的,还需针对不同的研究问题做进一步的简化。本文主要研究低涡初步形成与成熟两个阶段的情况。初步形成阶段主要以低涡流场的初步建立为特征,重点考虑热力作用的影响,并加入了适当的初始条件与边界条件;成熟阶段则是在已经形成低涡切向流场的基础上,重点分析低涡中的涡旋波动状况。为抓住问题主要特征,对以上两个阶段分别采取两套模型来研究。

2.1 涡旋流场的简化模型

在研究涡旋切向流场的过程中,着重考虑热力学及边界层的作用,旨在得到在二者共同作用下的低涡切向流场特征作为研究涡旋中波动特征的基础。因此,需要设定边界条件并对方程组(1)进行适当的变形与简化。

假定满足径向平衡运动,方程组(1)的第1式变为

$$-\frac{v^2}{r} - fv = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (2)$$

式(2)对 z 微商,同时再利用方程组(1)的第3式,则可知低涡的切向风应满足梯度风平衡关系

$$\left(f + \frac{2v}{r}\right) \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{g}{\theta_0} \frac{\partial \theta}{\partial r} \quad (3)$$

由方程组(1)的第4式可知,在径向垂直(r - z)剖面上,流场满足二维无辐散条件,则可引入流函数 φ ,从而构成讨论高原低涡的涡旋流场模型

$$\begin{cases} \left(f + \frac{2v}{r}\right) \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{g}{\theta_0} \frac{\partial \theta}{\partial r} \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{u}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial r} + \omega \frac{\partial v}{\partial z} + fu = 0 \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} + u \frac{\partial \theta}{\partial r} + \omega \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{\theta_0}{c_p T_0} Q \\ (u, \omega) = \left[-\frac{\partial \varphi}{\partial z}, \frac{1}{r} \frac{\partial(r\varphi)}{\partial r}\right] \end{cases} \quad (4)$$

视高原低涡为边界层内涡旋(Liu, et al, 2007),在低涡系统的下边界(即低涡底部 $z=0$ 处),设 $\varphi(r, 0) = 0$,即流动是封闭的,低涡系统的上边界取为边界层顶,则根据大气边界层理论有关公式(刘式适等, 1991),最终定出低涡流场上下边界条件

$$\begin{cases} \varphi(r, h_B) = \varphi_B = v_B \sqrt{\frac{k}{2f}} \\ \varphi(r, 0) = 0 \end{cases} \quad (5)$$

其中, v_B 是边界层顶的切向速度, k 是边界层垂直湍流系数, h_B 是边界层顶高度。

2.2 涡旋波动的简化模型

由于流场状况会对波动特征产生一定影响,先通过求解高原低涡流场模型(4)得出流场特征后,在已知的特定流场下求解波动模型得出波动状况,将比通常研究涡旋中的波动时采取设定理想涡旋流场而后分析波动特征更加接近实际。显然对于模型方程组(1)与由方程(4)和(5)组成的涡旋流场模型来说,难以简化问题从而分析波动特征。如需研究波动问题,尚需对方程组(1)进行与2.1节不同的简化,重点关注运动学的有关方程,即重点讨论由方程组(1)的第1、2、4式组成的动力方程组。首先,对静力学方程 $\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$ 由 $z=0$ 到 $z=h$ 积分,得 $p = p_h + gp(h-z)$,表示气压随高度线性减小,得到 $\frac{\partial p}{\partial r} = g\rho \frac{\partial h}{\partial r}$ 。方程组(1)的第4式也由 $z=0$ 到 $z=h$ 积分,将方程组(1)的第1、2、4式变形后,得出本文讨论高原低涡波动特征的动力学简化模型

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{v^2}{r} = -g \frac{\partial h}{\partial r} + fv \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{uv}{r} = -fu \\ \frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial r} + \frac{h}{r} \frac{\partial ru}{\partial r} = 0 \end{cases} \quad (6)$$

此模型与一些研究热带气旋(黄泓等, 2008)和类热带气旋涡旋(Nolan, et al, 2002)所采用的模型相似,主要因为此模型能够较好地描述涡旋运动的主要动力学特征。借助此模型,在通过求解2.1节的流场模型得出高原低涡流场特征的基础上,可进一步求解得出高原低涡波动特征。

3 高原低涡切向流场的特征

3.1 低涡流场的动力学求解

在讨论热力和边界层作用对低涡切向流场的影响时,设处于发展初期的边界层低涡是一个平衡的、小振幅(即强度较弱)的涡旋系统,相对于静止的基

本状态而言,该涡旋可视为小扰动,可用微扰法将模型方程组(4)线性化,设 $u = \bar{u} + u'$, $v = \bar{v} + v'$, $\omega = \bar{\omega} + \omega'$, $\varphi = \bar{\varphi} + \varphi'$, $Q = \bar{Q} + Q'$, 并假定系统基本态静止,则 $\bar{u}, \bar{v}, \bar{\omega}, \bar{\varphi}, \bar{Q} = 0$, 这样,受加热和摩擦强迫的低涡的线性化方程组和边界条件为

$$\begin{cases} f \frac{\partial v'}{\partial z} = \frac{g}{\theta} \frac{\partial \theta'}{\partial r} \\ \frac{\partial v'}{\partial t} + f u' = 0 \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\bar{\theta}}{c_p T_0} Q' \\ (u', v') = \left[-\frac{\partial \varphi'}{\partial z}, \frac{1}{r} \frac{\partial (r \varphi')}{\partial r} \right] \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} \varphi'(r, h_B) = v_B' \sqrt{\frac{k}{2f}} \\ \varphi'(r, 0) = 0 \end{cases} \quad (8)$$

由方程组(7)的前3式可得

$$\frac{\partial u'}{\partial z} = -\frac{g}{c_p T_0 f^2} \frac{\partial Q'}{\partial r} \quad (9)$$

又由方程组(7)的第4式得

$$\frac{\partial u'}{\partial z} = -\frac{\partial^2 \varphi'}{\partial z^2} \quad (10)$$

则

$$\frac{\partial^2 \varphi'}{\partial z^2} = \frac{g}{c_p T_0 f^2} \frac{\partial Q'}{\partial r} \quad (11)$$

如果不考虑非绝热加热 Q' 随高度的变化,将式(11)对 z 积分两次并利用边界条件可得低涡的流函数解

$$\varphi' = \frac{g}{2c_p T_0 f^2} \frac{\partial Q'}{\partial r} (z^2 - h_B z) + \frac{v_B' z}{2\pi} \quad (12)$$

将式(12)代入方程组(7)的第4式可得低涡的径向水平流场

$$u' = -\frac{g}{c_p T_0 f^2} \frac{\partial Q'}{\partial r} \left(z - \frac{h_B}{2} \right) - \frac{v_B'}{2\pi} \quad (13)$$

由式(13)可得涡旋散度表达式

$$D' = -\frac{g}{c_p T_0 f^2} \left(\frac{\partial^2 Q'}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial Q'}{\partial r} \right) \left(z - \frac{h_B}{2} \right) - \frac{\zeta_B'}{2\pi} \quad (14)$$

由式(14)的讨论可知,若 $\partial^2 Q'/\partial r^2 + \partial Q'/(r\partial r) < 0$, 则气流由低层的辐合气流转变为高层辐散气流, $\partial^2 Q'/\partial r^2 + \partial Q'/(r\partial r) > 0$ 的情况则相反。将式(13)代入方程组(7)的第2式可得切向流场倾向为

$$\frac{\partial v'}{\partial t} = \frac{g}{c_p T_0 f^2} \frac{\partial Q'}{\partial r} \left(z - \frac{h_B}{2} \right) + \frac{v_B'}{2\pi} \quad (15)$$

对式(15)作时间积分可得

$$v' = \left[\frac{g}{c_p T_0 f^2} \frac{\partial Q'}{\partial r} \left(z - \frac{h_B}{2} \right) + \frac{v_B'}{2\pi} \right] t + C_1 \quad (16)$$

式(16)即为所求高原低涡切向流场。括号中第1项为由于热源径向的分布不均对切向流场的影响,第2项为边界层作用对切向流场的影响。对于热源项,当热源径向分布呈现中心加热的形式,即 $\partial Q'/\partial r < 0$, 在高度 $z < h_B/2$, 此项作用将会使气旋式流场随时间增强,而在高度 $z > h_B/2$, 此项作用会使反气旋式流场随时间增强, $\partial Q'/\partial r > 0$ 则情况相反。而边界层顶存在气旋性气流时,即 $v_B' > 0$, 动力变性高度以下,使低涡切向流场加强;若边界层顶有反气旋性气流时,即 $v_B' < 0$, 动力变性高度以下,低涡切向流场减弱。

至此,可以归纳出一类青藏高原低涡切向流场的基本特征:低涡中存在一动力变性高度 ($z = h_B/2$), 在动力变形高度以下,流场呈气旋式旋转伴有辐合,并随高度减弱;而高层则为反气旋式旋转伴有辐散,并随高度增强。这些流场特征符合类热带气旋涡旋的结构特征(Liu, et al, 2007)。

3.2 低涡流场的理想数值试验

为了进一步说明以上动力学求解所得结果,采用 WRF 模式 V3.1.1 进行理想数值试验。WRF 为方便使用者研究各种大气科学问题,不仅能使用实际资料进行模拟,同时也内置了许多理想试验的资料,本文使用了其中的三维大型涡旋模拟理想试验。设定模式顶高 2 km,垂直 21 层, f 为常数近似。模拟区域为三重嵌套同心的正方形区域,边长分别是 900、300 和 100 km,网格水平分辨率分别是 9、3 和 1 km,无地形(即平面)。为模拟与以上动力学推导相似的过程,模式初始基本流为 0,并且,不考虑微物理过程。为使三重区域中有不同的地面热通量,设定模式设置文件中的 tke_heat_flux 项分别为 0.15、0.25 和 0.35 mK/s。即以地面热通量分布为中心加热比外围更强的形式。模拟积分 6 h。

所得结果符合动力学推导的定性结论,当模拟积分 3 h 则在低层出现气旋式的辐合气流,高层出现反气旋式的辐散气流,而积分 6 h 这种特征更为明显,具有代表性的层次为由下至上第 7 层(图 1a)与第 20 层(图 1b)。

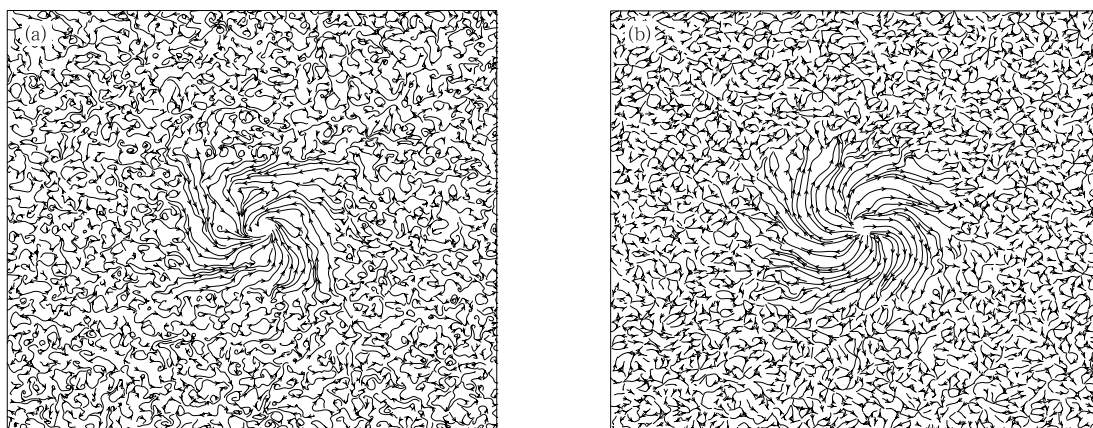


图1 模拟积分6 h的流线 (a. 第7层, b. 第20层)

Fig.1 Stream line fields as are output from the 6 h-simulation: (a) layer 7 and (b) layer 20

4 高原低涡的波动特征

关于热带气旋、类热带气旋性涡旋波动的研究, 多数都是根据一定的观测或模拟假定涡旋的基本流场(Nolan, et al, 2002; 陶建军等, 2008), 然后在此流场基础上进一步分析涡旋中的波动特征, 本文则在以上动力学推导得出高原低涡基本流场的基础上, 再来分析高原低涡中涡旋波的特征, 旨在分析高原热力及边界层作用对于高原低涡中波动的影响。

对模型方程组(6)用微扰法进行线性化处理, 并注意基本场满足梯度风平衡 $\bar{v}^2/r + f\bar{v} = g d\bar{H}/dr$, 基于切向场有径向切变 $\bar{v} = \bar{v}(r)$, 并且 $u = u', v = \bar{v} + v', H = \bar{H}(r) + h'$, 可得如下小扰动方程组

$$\begin{cases} \frac{\partial u'}{\partial t} - \left(\frac{2\bar{v}}{r} + f\right)v' = -g \frac{\partial h'}{\partial r} \\ \frac{\partial v'}{\partial t} + \left(\frac{d\bar{v}}{dr} + \frac{\bar{v}}{r} + f\right)u' = 0 \\ \frac{\partial h'}{\partial t} + \bar{H} \frac{du'}{dr} + \left(\frac{d\bar{H}}{dr} + \frac{\bar{H}}{r}\right)u' = 0 \end{cases} \quad (17)$$

设方程组(17)有特征波解, 令 $u' = \hat{U}(r)e^{i(m\lambda - \alpha t)}$, $v' = \hat{V}(r)e^{i(m\lambda - \alpha t)}$, $h' = \hat{H}(r)e^{i(m\lambda - \alpha t)}$ 。其中, m 为切向(绕圆周方向)波数, 得到如下常微分方程组

$$\begin{cases} i\omega \hat{U} + \left(\frac{2\bar{v}}{r} + f\right)\hat{V} = g \frac{d\hat{H}}{dr} \\ i\omega \hat{V} - \left(\frac{d\bar{v}}{dr} + \frac{\bar{v}}{r} + f\right)\hat{U} = 0 \\ i\omega \hat{H} - \bar{H} \frac{d\hat{U}}{dr} - \left(\frac{d\bar{H}}{dr} + \frac{\bar{H}}{r}\right)\hat{U} = 0 \end{cases} \quad (18)$$

下面分3种情形求解方程组(18)以讨论低涡模型的波动特征。

4.1 不考虑切向基本气流的情形

方程组(18)中若略去切向基本气流, 可得

$$\begin{cases} i\omega \hat{U} + f\hat{V} = g \frac{d\hat{H}}{dr} \\ i\omega \hat{V} - f\hat{U} = 0 \\ i\omega \hat{H} - \bar{H} \frac{d\hat{U}}{dr} - \frac{\bar{H}}{r}\hat{U} = 0 \end{cases} \quad (19)$$

对方程组(19)进行消元, 将方程组变为关于 \hat{V} 的一元二阶微分方程

$$g\bar{H}r^2 \frac{d^2 \hat{V}}{dr^2} + g\bar{H}r \frac{d\hat{V}}{dr} + (r^2\omega^2 + f^2r^2 - g\bar{H})\hat{V} = 0 \quad (20)$$

方程两边同时除以 $g\bar{H}$, 变形为

$$r^2 \frac{d^2 \hat{V}}{dr^2} + r \frac{d\hat{V}}{dr} + \left(\frac{r^2(\omega^2 + f^2)}{g\bar{H}} - 1\right)\hat{V} = 0 \quad (21)$$

可知式(21)为一类变形的贝塞尔方程, 它的通解可用贝塞尔函数表示为

$$\hat{V} = CJ_m\left(r\sqrt{\frac{\omega^2 + f^2}{g\bar{H}}}\right) + DY_m\left(r\sqrt{\frac{\omega^2 + f^2}{g\bar{H}}}\right) \quad (22)$$

式中, J_m 和 Y_m 是第一类与第二类贝塞尔函数,

$$J_m(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{m+2n}}{2^{m+2n} n! \Gamma(m+n+1)}, Y_m(x) = \frac{J_m(x)\cos m\pi - J_{-m}(x)}{\sin m\pi}.$$

设低涡在 $r=0$ 处的 \hat{V} 有界, 半径为 R 处的 $\hat{V} = 0$, 把边界条件代入通解中可得 $D=0$ 。再设贝塞尔函数0点为 $\mu_n (n=1, 2, 3, \dots)$, 即

$$R\sqrt{\frac{\omega^2 + f^2}{g\bar{H}}} = \mu_n \quad (n=1, 2, 3, \dots) \quad (23)$$

则可不考虑基本气流时低涡中波动的频散关系

$$\omega = \pm \sqrt{\frac{\mu_n^2}{R^2} g \bar{H} - f^2} \quad (24)$$

以上频散关系表示低涡中的扰动是沿切向(圆周方向)顺时针和逆时针双向传播的惯性重力波。

4.2 扰动散度为 0 的情形

此条件可滤除惯性重力波,考虑只在基本流场作用下的波动状况。由方程组(17)可求得垂直扰动的涡度方程为

$$\frac{\partial \zeta'_z}{\partial t} + (f + \bar{\zeta}_z) D' + u' \frac{d\bar{\zeta}_z}{dr} = 0 \quad (25)$$

其中,扰动垂直涡度 $\zeta'_z = \frac{\partial v'}{\partial r} + \frac{v'}{r}$, 平均垂直涡度 $\bar{\zeta}_z = \frac{d\bar{v}}{dr} + \frac{\bar{v}}{r}$, 扰动水平散度 $D' = \frac{\partial u'}{\partial r} + \frac{u'}{r}$, 当水平无辐散时, 式(25)可改写为

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u' \frac{\partial}{\partial r} \right) (\bar{\zeta}_z + \zeta'_z) = 0 \quad (26)$$

即垂直涡度守恒。

设水平散度 $D' = 0$, 引入水平扰动流函数 ψ' , $u' = -\partial\psi'/\partial r$, $v' = \partial\psi'/\partial r$, 代入式(25)得

$$\frac{\partial^3 \psi'}{\partial r^2 \partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi'}{\partial r \partial t} - \frac{\partial \psi'}{\partial r} \frac{d\bar{\zeta}_z}{dr} = 0 \quad (27)$$

设扰动流函数在切向具有波动解, 即 $\psi = \hat{\psi}(r) e^{i(m\lambda - \omega t)}$, 得到一个常微分方程, 化简后为

$$r^2 \frac{d^2 \hat{\psi}}{dr^2} + r \frac{d\hat{\psi}}{dr} + \frac{m}{\omega} \frac{d\bar{\zeta}_z}{dr} \hat{\psi} = 0 \quad (28)$$

该方程同样是一个变形的贝塞尔方程, 采取与 3.1 节类似的方法, 并注意低涡在 $r=0$ 处的 $\hat{\psi}$ 有界, 半径为 R 处的 $\hat{\psi} = 0$, 可得低涡中无辐散时的波动频散关系

$$\omega = \frac{mR}{\mu_n} \frac{d\bar{\zeta}_z}{dr} \quad (29)$$

此频散关系表示质点在 r 方向振动而波动沿圆周方向传播的涡旋罗斯贝波, 它的成波机理是由基本气流的垂直涡度在径向(r 方向)变化(即 $\beta_* = d\bar{\zeta}_z/dr$)引起的, 类似于行星罗斯贝波的 β 效应。其机理也可在水平无辐散涡度方程(26)中得到解释, 由于垂直涡度在径向的分布不均匀, 若空气质点在径向上产生扰动, 为保持总涡度守恒, 扰动涡度必须发生变化, 使得空气质点在径向产生振荡。

在得出了频散关系式(29)后, 结合切向流场特征式(16), 可以简单定性分析热力作用和边界层作用对波动的影响。由于

$$\frac{d\bar{\zeta}_z}{dr} = \frac{d^2 \bar{v}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\bar{v}}{dr} - \frac{\bar{v}}{r^2} \quad (30)$$

设式(16)中高原低涡初始状态下的切向流场在时间 t_0 已经发展到成熟阶段, 则可以作为高原低涡涡旋的平均切向流场, 代入式(30)中得

$$\frac{d\bar{\zeta}_z}{dr} = \frac{t_0 g}{rc_p T_0 f^2} \left(z - \frac{h_B}{2} \right) \left(\frac{\partial^2 Q'}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial Q'}{\partial r} \right) + \frac{t_0}{2\pi} \frac{d\zeta'_B}{dr} + C_2 \quad (31)$$

其中, $\frac{d\zeta'_B}{dr} = \frac{d^2 v'_B}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dv'_B}{dr} - \frac{v'_B}{r^2}$ 为边界层内大气涡度, 式中已忽略 $\partial^3 Q'/\partial r^3$ 项, 即不计加热量随径向 r 的 3 阶变化。

式(31)结合式(29)可以看出, 低涡中涡旋罗斯贝波频率的变化同样受热力作用及边界层作用的影响。当 $\partial Q'/\partial r < 0$ 即低涡中心加热, 且 $\partial^2 Q'/\partial r^2 > 0$ (即加热随 r 的减弱梯度增大), 这种趋势越强, 则波动频率越大; 否则, 结论相反。而对于边界层作用, 边界层内大气涡度越大, 有利于加大波动频率; 边界层内大气涡度越小, 则会减小波动频率。因此, 不同的热力作用与边界层作用会产生不同的低涡基本流场, 而在不同的低涡流场中 β_* 因子也不同, 从而产生高原低涡中的涡旋罗斯贝波频率的差异。

4.3 同时考虑切向基本气流和扰动散度的情形

由于在无切向基本气流条件下分析得出模型中含有惯性重力波, 另外在无辐合辐散条件下得出模型中含有涡旋罗斯贝波, 然而据第 2 节流场分析得出实际高原低涡中同时存在基本气流切变与辐合辐散, 即在高原低涡当中可能同时含有惯性重力波及涡旋罗斯贝波。因此, 需讨论两种波动同时存在时的混合波动的性质。

直接利用波动模型式(18)显然更加接近实际, 即同时考虑切向基本气流和扰动散度的变化。对式(18)消元可得如下微分方程

$$-\frac{\bar{H}}{B} \frac{d^2 \hat{v}}{dr^2} + \left(\frac{2\beta_* \bar{H}}{B^2} - \frac{2}{B} \frac{d\bar{H}}{dr} - \frac{\bar{H}}{Br} \right) \frac{d\hat{v}}{dr} + \left(\frac{2\bar{v}}{gr} + \frac{f}{g} - \frac{\omega^2}{Bg} - \frac{2\beta_*^2 \bar{H}}{B^3} + \frac{A\bar{H}}{B^2} + \frac{2\beta_*}{B^2} \frac{d\bar{H}}{dr} + \frac{\bar{H}\beta_*}{B^2 r} - \frac{1}{B} \frac{d^2 \bar{H}}{dr^2} - \frac{1}{Br} \frac{d\bar{H}}{dr} + \frac{\bar{H}}{r^2 B} \right) \hat{v} = 0 \quad (32)$$

式中, $A = \frac{1}{r} \frac{d^2 \bar{v}}{dr^2} - \frac{2}{r^2} \frac{d\bar{v}}{dr} + \frac{2\bar{v}}{r^3}$, $B = \frac{d\bar{v}}{dr} + \frac{\bar{v}}{r} + f = \bar{\zeta}_z + f$, 已略去含有 $d^3 \bar{v}/dr^3$ 的项, 即不计切向速度的 3 阶切变。直接求解方程(32)非常复杂, 有必要对

方程进行适当简化。把 $\frac{d\bar{H}}{dr} = \frac{\bar{v}^2}{gr} + \frac{f\bar{v}}{g}$ 代入后对式(32)进行量级分析,保留量级最大和次大项,而后方程两边同乘以 $B r^2$ 再同除以 \bar{H} ,则方程(32)简化为

$$r^2 \frac{d^2 \hat{v}}{dr^2} + \left(\frac{\omega^2 r^2}{g\bar{H}} - \frac{\beta_* r}{B} - \frac{A r^2}{B} \right) \hat{v} = 0 \quad (33)$$

在边界条件为 $r=R$ (低涡边缘)处,速度为 0; $r=0$ 处有界,则式(33)的解可以写为 $\sin(x)$ 的形式

$$\sin\left(\sqrt{\frac{\omega^2}{g\bar{H}} + \frac{\beta_*}{RB} - \frac{A}{B}} r\right) = 0 \quad (34)$$

经过数学推导可得

$$\omega = \pm \frac{\sqrt{g\bar{H}}}{(\zeta_z + f)} \sqrt{n^2 \pi^2 (\zeta_z + f)^2 + \beta_* / R + A} \quad (35)$$

$(n \in \text{整数})$

可以看出,此波动既包含涡旋罗斯贝波的特征,亦包含惯性重力波的特征,且具有不可分的特性,属于第 II 类混合波动。第 II 类混合波是在特定背景场条件下同时兼具几种基本波动性质的特殊波动,且第 II 类混合波的物理量场的分布具有明显的涡散共存的现象(陆汉城等,2007)。可见在高原低涡这种涡散共存的中尺度系统中,具有混合波动特征,含有涡旋罗斯贝-惯性重力混合波动。

这种混合波动的机理可以由位涡守恒定律来解释,方程组(17)第 3 式与式(25)结合,可以导出

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u' \frac{\partial}{\partial r} \right) \left(\frac{\bar{\zeta}_z + \zeta'_z + f}{H + h'} \right) = 0 \quad (36)$$

即位涡保持守恒。在位涡守恒的约束下,环境位涡的变化同时会引起涡旋运动和辐合辐散运动的变化。由于涡度的变化会导致罗斯贝波的形成和传播,而散度运动的变化会引起惯性重力内波的激发与演变。因此,环境位涡梯度不仅是涡旋罗斯贝波成波机制,也是惯性重力外波的成波机制(陆汉城等,2007)。

4.4 2006 年 8 月 14 日高原低涡的数值模拟

为得出高原低涡当中的实际波动状况,对 2006 年 8 月 14 日的一次高原低涡过程进行了数值模拟。此次低涡过程是一源地生消,发展较强,眼与云带结构较为明显的低涡,具有一定代表性。模拟同样使用 WRF 模式,背景场使用 NCEP 的 $1^\circ \times 1^\circ$ 再分析资料,3 重嵌套区域,垂直 28 层。3 重区域的网格水平分辨率及采用的地形分辨率分别为 45 km 和 5' (约 9 km), 15 km 和 2' (约 3.6 km), 5 km 和 30'' (约 950 m)。模拟时间从 2006 年 8 月 14 日 08 时—15 日 08 时(北京时,下同),共 24 h,包含此次低涡的发展与成熟阶段。

为研究此例中的切向波动状况,分析了以低涡中心($31^\circ\text{N}, 86^\circ\text{E}$)为圆心,50 km 为半径的圆周上的涡度分布及随时间变化,绘制了 500 hPa 此圆周上的涡度-方位角分布廓线(图 2a)及涡度的时间-方位角分布(图 2b),图 2a 为 17—20 时,共 4 个时次圆周上涡度分布状况,这 4 个时次也是高原低涡最为强盛的阶段。可以看出涡度值呈正负交错分布,

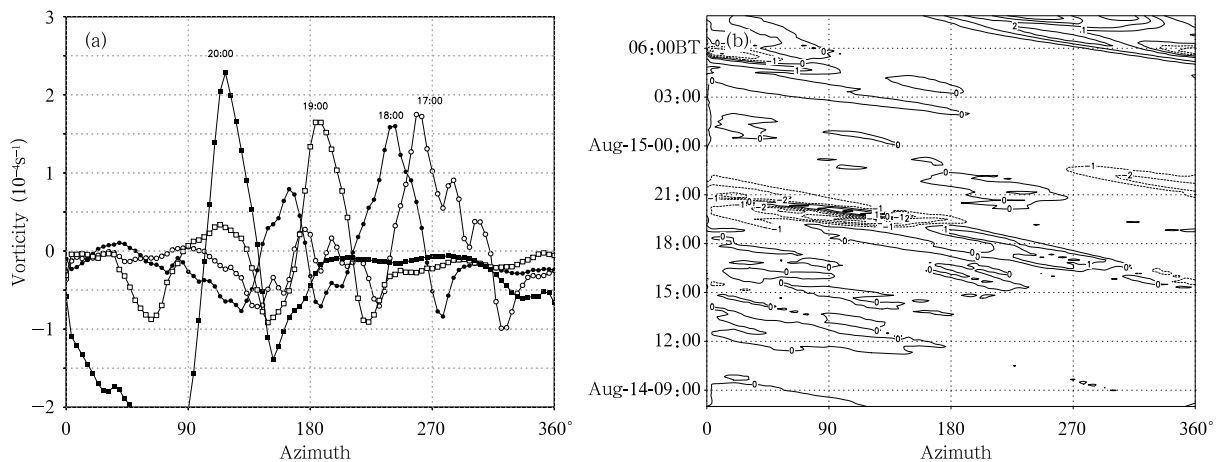


图 2 (a) 500 hPa 涡度-方位角分布廓线(横坐标 $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ 分别代表东北西南四方向)及(b)涡度的时间-方位角分布(单位: 10^{-4} s^{-1})

Fig. 2 (a) 500 hPa vorticity-azimuth profile (x -axis is for the azimuth and y -axis is for the vorticity. The angle of $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$, and 270° are for east, north, west and south, respectively) and (b) temporal changes in the vorticity at the different azimuth (x -axis is for the azimuth and y -axis is for the time) (unit: 10^{-4} s^{-1})

移向左方,实际即代表涡度廓线的顺时针方向移动,这些特征从图 2b 中也能够看出。这种涡度正负值的分布及移动,可能与 4.3 节动力学分析导出的混合波动的传播有一定联系。

5 结 论

在建立高原低涡模型并求得切向流场的情况下,对高原低涡波动性质进行了分析、讨论,并辅以数值试验,得出以下一些初步结论:

(1) 青藏高原低涡切向流场的特征为:在动力变性高度以下,有气旋性气流并伴有辐合,且随高度升高减弱,而高层有反气旋气流并伴有辐散,并随高度升高增强。

(2) 高原热力和边界层作用对高原低涡流场结构有重要影响。当热源径向分布呈现中心加热的形势,在动力变性高度以下,加热作用将使气旋式流场随时间增强,而在动力变性高度以上,会使反气旋式流场随时间增强;边界层有气旋性气流时,动力变性高度以下,低涡切向流场加强,若边界层有反气旋性气流时,动力变性高度以下,低涡切向流场减弱。

(3) 高原低涡中既含有涡旋罗斯贝波的特征,又含有惯性重力波的特征。在同时考虑了切向流的径向变化和水平散度后,低涡呈现混合波动特征,即可能含有涡旋罗斯贝-惯性重力混合波。

(4) 高原热力和边界层作用将使高原低涡中混合波动的频率发生变化。其中,热力作用随径向的变化对低涡混合波动具有重要影响。

(5) 高原热力和边界层作用对高原低涡流场结构影响的机理是不同的,热力作用与边界层作用产生不同的低涡基本流场,而在不同的低涡基本流场中 β 因子也不同,从而产生高原低涡中的涡旋罗斯贝波频率的差异。

最后需要指出的是,本研究动力学部分的工作依然较初步,只考虑了轴对称模型,非对称的情形会更加复杂,有待以后工作加以完善。此外,由于高原地区的水汽与热力条件都远不及海洋地区,高原低涡当中的涡旋波动能够发展到什么样的强度,以及造成多大的影响还需要进行更多的研究。在 2006 年 8 月 14 日低涡个例的数值模拟中表现出的波动状况与动力学理论推导只是表明了混合波动存在于高原低涡中的可能,而波动的速度、径向特征,以及是否对多数高原低涡具有普适性等问题也需要进行更深入的分析 and 更多的数值试验。

参考文献

- 陈伯民,钱正安,张立盛. 1996. 夏季青藏高原低涡形成和发展的数值模拟. *大气科学*, 20(4):491-502
- 黄泓,张铭. 2008. 热带气旋螺旋云带动力不稳定的性质. *气象学报*, 66(1):81-89
- 黄瑞新,巢纪平. 1980. 台风螺旋云带的线性理论. *大气科学*, 4(2):148-158
- 刘式适,刘式达. 1991. *大气动力学*. 北京:北京大学出版社,77-109,135-137
- 罗四维. 1992. 青藏高原及其邻近地区几类天气系统的研究. 北京:气象出版社,7-55
- 陆汉城,钟玮,张大林. 2007. 热带风暴中波动特征的研究进展和问题. *大气科学*, 31(6):1140-1150
- 钱正安,单扶民,吕君宁等. 1984. 1979 年夏季青藏高原低涡的统计分析分析及低涡产生的气候因子探讨//青藏高原气象科学试验文集(二). 北京:科学出版社,182-194
- 乔全明. 1987. 夏季 500 hPa 移出高原低涡的背景场分析. *高原气象*, 1(6):45-54
- 乔全明,张雅高. 1994. *青藏高原天气学*. 北京:气象出版社,120-155
- 陶建军,李朝奎. 2008. 流体涡旋中螺旋波不稳定发展的理论研究. *地球物理学报*, 51(3):650-656
- 叶笃正,高由禧. 1979. *青藏高原气象学*. 北京:科学出版社,122-126
- 余志豪. 2002. 台风螺旋雨带-涡旋 Rossby 波. *气象学报*, 60(4):502-507
- 张庆红. 2006. 特大眼台风 Winnie(1997)的高分辨率数值模拟. *气象学报*, 64(2):180-187
- 朱佩君,陈敏,陶祖钰等. 2002. 登陆台风 Winnie(1997)的数值模拟研究 II:结构演变特征分析. *气象学报*, 60(5):753-765
- Chow K C, Chan K L, Lau Alexis K H. 2002. Generation of moving spiral bands in tropical cyclones. *J Atmos Sci*, 59(20):2930-2950
- Kurihara Y. 1976. On the development of spiral bands in a tropical cyclone. *J Atmos Sci*, 33:940-958
- Liu Xiaoran, Li Guoping. 2007. Analytical solutions for thermal forcing vortices in boundary layer and its applications. *Appl Math Mech*, 28(4):429-439
- Macdonald N J. 1968. The evidence for the existence of Rossby-like waves in the hurricane vortex. *Tellus*, 20:138-150
- McWilliams J C. 1989. Geostrophic vortices // *Proc Int School of Physics Enrico Fermi*. Italian Physical Society, 109:5-50
- McWilliams J C, Graves L P, Montgomery M T. 2003. A formal theory for vortex Rossby waves and vortex evolution. *Geophys Astrophys Fluid Dyn*, 97(4):275-309
- Montgomery M T, Kallenbach R J. 1997. A theory for vortex Rossby waves and its application to spiral bands and intensity changes in hurricanes. *Quart J Roy Meteor Soc*, 123:435-465
- Nolan D S, Montgomery M T. 2002. Nonhydrostatic three-dimensional perturbations to balanced hurricane-like vortices Part I: Linearized formulation stability and evolution. *J Atmos Sci*, 59(21):2989-3020
- Tepper M A. 1958. A theoretical model for hurricane radar bands// *Preprints of 7th Weather Radar Conference*. Miami, Amer Meteor Soc, 56-65